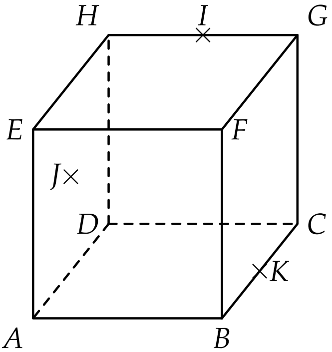
QCM d'autoévaluation, exercice 101 page 326

Sésamath

Maths TS obligatoire

On considère le cube $ABCDEFGH$ d'arête 2 ci-contre.
On note I le milieu de $[HG]$, K celui de $[BC]$ et J le centre de la face $ADHE$.
Lorsque cela sera nécessaire, on se placera dans le repère orthonormé $\left(A\,;\frac{1}{2}\overrightarrow{AB},\frac{1}{2}\overrightarrow{AD},\frac{1}{2}\overrightarrow{AE}\right)$.



L'intersection de la droite (HB) et du plan (BJI)

a) est $B(2\,;0\,;0)$ b) est $M(1\,;1\,;1)$ c) est la droite (HB) d) n'existe pas

Méthode

Soient (d) une droite dirigée par $\vec{u}$ et $(\mathscr{P})$ un plan de vecteur normal $\vec{n}$.

1. Tester le parallélisme de (d) et $(\mathscr{P})$ en calculant $\vec{u} \cdot \vec{n}$:
   1. si $\vec{u} \cdot \vec{n} = 0$, alors (d) est parallèle, strictement ou non, à $(\mathscr{P})$;
   2. si $\vec{u} \cdot \vec{n} \neq 0$, alors (d) et $(\mathscr{P})$ se coupent en un point M.
2. Si l'intersection existe, résoudre le système composé des équations décrivant (d) et $(\mathscr{P})$ afin de calculer les coordonnées de M.

correction

Dans le repère orthonormé $\left(A\,;\frac{1}{2}\overrightarrow{AB},\frac{1}{2}\overrightarrow{AD},\frac{1}{2}\overrightarrow{AE}\right)$, d'après le **98 p326** , un vecteur normal au plan (BJI) est : $\vec{v}\begin{pmatrix}0\\-2\\2\end{pmatrix}$

correction

Dans le repère orthonormé $\left(A\,;\frac{1}{2}\overrightarrow{AB},\frac{1}{2}\overrightarrow{AD},\frac{1}{2}\overrightarrow{AE}\right)$, d'après le **98 p326** , un vecteur normal au plan (BJI) est : $\vec{v}\begin{pmatrix}0\\-2\\2\end{pmatrix}$

De plus, on a : $\overrightarrow{HB}\begin{pmatrix}2\\-2\\-2\end{pmatrix}$ vecteur directeur de la droite (HB)

correction

Dans le repère orthonormé $\left(A\,;\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}, \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}, \frac{1}{2}\overrightarrow{AE}\right)$, d'après le **98 p326** , un vecteur normal au plan (BJI) est : $\vec{v}\begin{pmatrix}0\\-2\\2\end{pmatrix}$

De plus, on a : $\overrightarrow{HB}\begin{pmatrix}2\\-2\\-2\end{pmatrix}$ vecteur directeur de la droite (HB)

Alors,

$$\vec{v}\cdot\overrightarrow{HB} = 0\times 2 + (-2)\times(-2) + 2\times(-2) = 0$$

La droite (EK) et le plan (BJI) sont donc parallèles.

correction

Dans le repère orthonormé $\left(A\,;\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}, \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}, \frac{1}{2}\overrightarrow{AE}\right)$, d'après le **98 p326** , un vecteur normal au plan (BJI) est : $\vec{v}\begin{pmatrix}0\\-2\\2\end{pmatrix}$

De plus, on a : $\overrightarrow{HB}\begin{pmatrix}2\\-2\\-2\end{pmatrix}$ vecteur directeur de la droite (HB)

Alors,

$$\vec{v}\cdot\overrightarrow{HB} = 0\times 2 + (-2)\times(-2) + 2\times(-2) = 0$$

La droite (EK) et le plan (BJI) sont donc parallèles.
Le point B est commun à la droite (HB) et au plan (BJI)

correction

Dans le repère orthonormé $\left(A\,;\frac{1}{2}\overrightarrow{AB},\frac{1}{2}\overrightarrow{AD},\frac{1}{2}\overrightarrow{AE}\right)$, d'après le **98 p326** , un vecteur normal au plan (BJI) est : $\vec{v}\begin{pmatrix}0\\-2\\2\end{pmatrix}$

De plus, on a : $\overrightarrow{HB}\begin{pmatrix}2\\-2\\-2\end{pmatrix}$ vecteur directeur de la droite (HB)

Alors,

$$\vec{v}\cdot\overrightarrow{HB}=0\times 2+(-2)\times(-2)+2\times(-2)=0$$

La droite (EK) et le plan (BJI) sont donc parallèles.
Le point B est commun à la droite (HB) et au plan (BJI) donc la droite (HB) est incluse dans le plan (BJI)

correction

Dans le repère orthonormé $\left(A\,;\frac{1}{2}\overrightarrow{AB},\frac{1}{2}\overrightarrow{AD},\frac{1}{2}\overrightarrow{AE}\right)$, d'après le **98 p326** , un vecteur normal au plan (BJI) est : $\vec{v}\begin{pmatrix}0\\-2\\2\end{pmatrix}$

De plus, on a : $\overrightarrow{HB}\begin{pmatrix}2\\-2\\-2\end{pmatrix}$ vecteur directeur de la droite (HB)

Alors,

$$\vec{v}\cdot\overrightarrow{HB}=0\times 2+(-2)\times(-2)+2\times(-2)=0$$

La droite (EK) et le plan (BJI) sont donc parallèles.
Le point B est commun à la droite (HB) et au plan (BJI) donc la droite (HB) est incluse dans le plan (BJI)

réponse **c)**