Activités mentales ex 9 page 283

Sésamath

Maths TS obligatoire

Dans un repère$(O\,;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ de l'espace, on considère les points $A(2\,;5\,;-1)$; $B(0\,;3\,;4)$ et le vecteur $\overrightarrow{u}\,(2\,;-1\,;4)$.

1. Déterminer les coordonnées du point C défini par $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{u}$
2. Déterminer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$ puis celles du point D tel que $ABDC$ soit un parallélogramme.
3. Déterminer les coordonnées du centre K de ce parallélogramme.

1

Rappel

Dans un repère $(O\,;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ de l'espace, soit $A(x_A;y_A;z_A)$ et $B(x_B;y_B;z_B)$.
Alors :

$$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \\ z_B - z_A \end{pmatrix}$$

1

Rappel

Dans un repère $(O\,;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ de l'espace, soit $A(x_A;y_A;z_A)$ et $B(x_B;y_B;z_B)$.
Alors :

$$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_B-x_A \\ y_B-y_A \\ z_B-z_A \end{pmatrix}$$

Ainsi :

$$\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} x_C-2 \\ y_C-5 \\ z_C+1 \end{pmatrix}$$

correction

1. Alors :

$$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{u} \Leftrightarrow \begin{cases} x_C - 2 = 2 \\ y_C - 5 = -1 \\ z_C + 1 = 4 \end{cases}$$

1. Alors :

$$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{u} \Leftrightarrow \begin{cases} x_C - 2 = 2 \\ y_C - 5 = -1 \\ z_C + 1 = 4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_C = 4 \\ y_C = 4 \\ z_C = 3 \end{cases}$$

1 Alors :

$$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{u} \Leftrightarrow \begin{cases} x_C - 2 = 2 \\ y_C - 5 = -1 \\ z_C + 1 = 4 \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_C = 4 \\ y_C = 4 \\ z_C = 3 \end{cases}$$

On a donc :

$$C(4\,;\,4\,;\,3)$$

correction

2. $ABDC$ est un parallélogramme si, et seulement si,

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$$

2. $ABDC$ est un parallélogramme si, et seulement si,

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$$

Rappel

Dans un repère $(O\,;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ de l'espace, soit $A(x_A;y_A;z_A)$ et $B(x_B;y_B;z_B)$.
Alors :

$$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \\ z_B - z_A \end{pmatrix}$$

2 $ABDC$ est un parallélogramme si, et seulement si,

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$$

Rappel

Dans un repère $(O\,;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ de l'espace, soit $A(x_A;y_A;z_A)$ et $B(x_B;y_B;z_B)$.
Alors :

$$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \\ z_B - z_A \end{pmatrix}$$

Ainsi :

$$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} -2 \\ -2 \\ 5 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{CD}\begin{pmatrix} x_D - 4 \\ y_D - 4 \\ z_D - 3 \end{pmatrix}$$

2 Alors :

$$ABDC \text{ parallélogramme} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D - 4 = -2 \\ y_D - 4 = -2 \\ z_D - 3 = 5 \end{cases}$$

2. Alors :

$$ABDC \text{ parallélogramme} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D - 4 = -2 \\ y_D - 4 = -2 \\ z_D - 3 = 5 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 2 \\ y_D = 2 \\ z_D = 8 \end{cases}$$

2 Alors :

$$ABDC \text{ parallélogramme} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D - 4 = -2 \\ y_D - 4 = -2 \\ z_D - 3 = 5 \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 2 \\ y_D = 2 \\ z_D = 8 \end{cases}$$

On a donc :

$$D(2\,;\,2\,;\,8)$$

3. K est le centre du parallélogramme $ABDC$ si, et seulement si,

$$K \text{ est le milieu de } [AD]$$

3. K est le centre du parallélogramme $ABDC$ si, et seulement si,

K est le milieu de $[AD]$

Rappel

Dans un repère $(O\,;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ de l'espace, soit $A(x_A;y_A;z_A)$ et $B(x_B;y_B;z_B)$.
Alors, le milieu K de $[AB]$ a pour coordonnées :

$$K\left(\frac{x_A+x_B}{2};\frac{y_A+y_B}{2};\frac{z_A+z_B}{2}\right)$$

3. K est le centre du parallélogramme $ABDC$ si, et seulement si,

K est le milieu de $[AD]$

Rappel

Dans un repère $(O\,;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ de l'espace, soit $A(x_A;y_A;z_A)$ et $B(x_B;y_B;z_B)$.
Alors, le milieu K de $[AB]$ a pour coordonnées :

$$K\left(\frac{x_A+x_B}{2};\frac{y_A+y_B}{2};\frac{z_A+z_B}{2}\right)$$

Ainsi :

$$K(2\,;\,3,5\,;\,3,5)$$