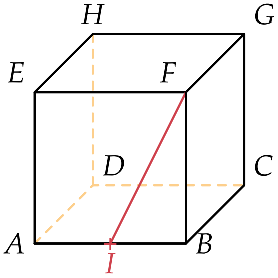
Activités mentales ex 4 page 283

Sésamath

Maths TS obligatoire

énoncé

$ABCDEFGH$ est un cube et I est le milieu de $[AB]$.

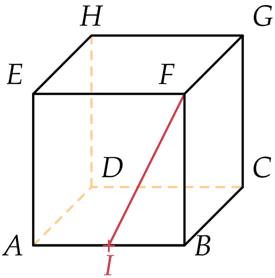


Quelle est la nature de la section du cube par :

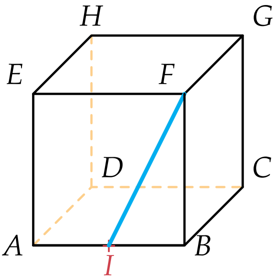
1. le plan (IFG) ?
2. le plan (IFC) ?

1. L'intersection du plan (IFG) avec la face $(ABFE)$ est le segment $[IF]$ car I et F sont deux points du plan (IFG) et de la face $(ABFE)$.

1 L'intersection du plan (IFG) avec la face $(ABFE)$ est le segment $[IF]$ car I et F sont deux points du plan (IFG) et de la face $(ABFE)$.



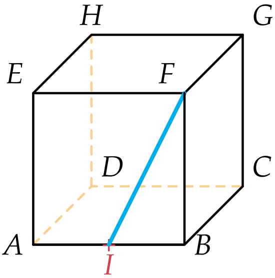
1. L'intersection du plan (IFG) avec la face $(ABFE)$ est le segment $[IF]$ car I et F sont deux points du plan (IFG) et de la face $(ABFE)$.



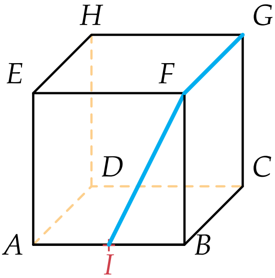
correction

1. L'intersection du plan (IFG) avec les faces $(BCGF)$ et $(FGHE)$ est le segment $[FG]$ car G et F sont deux points du plan (IFG) et des faces $(BCGF)$ et $(FGHE)$.

1. L'intersection du plan (IFG) avec les faces $(BCGF)$ et $(FGHE)$ est le segment $[FG]$ car G et F sont deux points du plan (IFG) et des faces $(BCGF)$ et $(FGHE)$.



1 L'intersection du plan (IFG) avec les faces $(BCGF)$ et $(FGHE)$ est le segment $[FG]$ car G et F sont deux points du plan (IFG) et des faces $(BCGF)$ et $(FGHE)$.



correction

1. Les plans (ABF) et (DCG) sont parallèles.

correction

1. Les plans (ABF) et (DCG) sont parallèles. L'intersection des plans (IFG) et (ABF) est la droite (IF).

correction

1. Les plans (ABF) et (DCG) sont parallèles. L'intersection des plans (IFG) et (ABF) est la droite (IF). G appartient à (IFG) et à (DCG).

correction

1. Les plans (ABF) et (DCG) sont parallèles. L'intersection des plans (IFG) et (ABF) est la droite (IF). G appartient à (IFG) et à (DCG).

Rappel

Si deux plans sont parallèles, alors tout plan qui coupe l'un coupe l'autre et les droites d'intersection sont parallèles entre elles.

1. Les plans (ABF) et (DCG) sont parallèles. L'intersection des plans (IFG) et (ABF) est la droite (IF). G appartient à (IFG) et à (DCG).

Rappel

Si deux plans sont parallèles, alors tout plan qui coupe l'un coupe l'autre et les droites d'intersection sont parallèles entre elles.

Alors, l'intersection des plans (IFG) et (DCG) est la droite (Δ) parallèle à (IF) passant par G.

1. Les plans (ABF) et (DCG) sont parallèles. L'intersection des plans (IFG) et (ABF) est la droite (IF). G appartient à (IFG) et à (DCG).

Rappel

Si deux plans sont parallèles, alors tout plan qui coupe l'un coupe l'autre et les droites d'intersection sont parallèles entre elles.

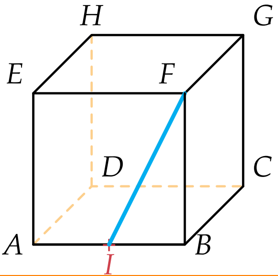
Alors, l'intersection des plans (IFG) et (DCG) est la droite (Δ) parallèle à (IF) passant par G. Soit J l'intersection de (Δ) et (CD), l'intersection du plan (IFG) avec la face $(DCGH)$ est le segment $[GJ]$.

1. Les plans (ABF) et (DCG) sont parallèles. L'intersection des plans (IFG) et (ABF) est la droite (IF). G appartient à (IFG) et à (DCG).

Rappel

Si deux plans sont parallèles, alors tout plan qui coupe l'un coupe l'autre et les droites d'intersection sont parallèles entre elles.

Alors, l'intersection des plans (IFG) et (DCG) est la droite (Δ) parallèle à (IF) passant par G. Soit J l'intersection de (Δ) et (CD), l'intersection du plan (IFG) avec la face $(DCGH)$ est le segment $[GJ]$.



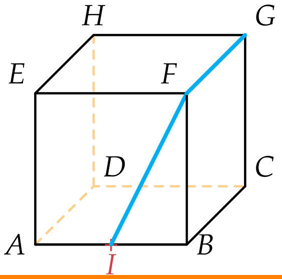
correction

1 Les plans (ABF) et (DCG) sont parallèles. L'intersection des plans (IFG) et (ABF) est la droite (IF). G appartient à (IFG) et à (DCG).

Rappel

Si deux plans sont parallèles, alors tout plan qui coupe l'un coupe l'autre et les droites d'intersection sont parallèles entre elles.

Alors, l'intersection des plans (IFG) et (DCG) est la droite (Δ) parallèle à (IF) passant par G. Soit J l'intersection de (Δ) et (CD), l'intersection du plan (IFG) avec la face $(DCGH)$ est le segment $[GJ]$.



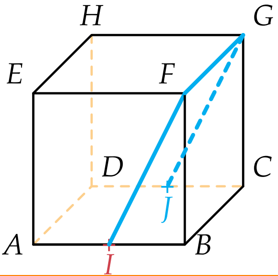
correction

1 Les plans (ABF) et (DCG) sont parallèles. L'intersection des plans (IFG) et (ABF) est la droite (IF). G appartient à (IFG) et à (DCG).

Rappel

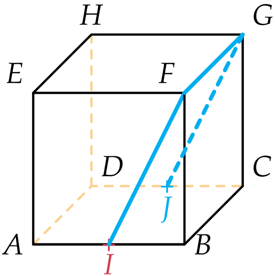
Si deux plans sont parallèles, alors tout plan qui coupe l'un coupe l'autre et les droites d'intersection sont parallèles entre elles.

Alors, l'intersection des plans (IFG) et (DCG) est la droite (Δ) parallèle à (IF) passant par G. Soit J l'intersection de (Δ) et (CD), l'intersection du plan (IFG) avec la face $(DCGH)$ est le segment $[GJ]$.

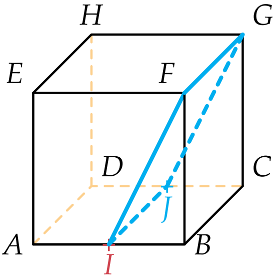


1. L'intersection du plan (IFG) avec la face $(ABCD)$ est le segment $[IJ]$ car I et J sont deux points du plan (IFG) et de la face $(ABCD)$.

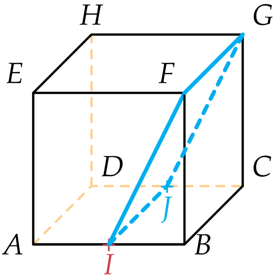
1. L'intersection du plan (IFG) avec la face $(ABCD)$ est le segment $[IJ]$ car I et J sont deux points du plan (IFG) et de la face $(ABCD)$.



1. L'intersection du plan (IFG) avec la face $(ABCD)$ est le segment $[IJ]$ car I et J sont deux points du plan (IFG) et de la face $(ABCD)$.

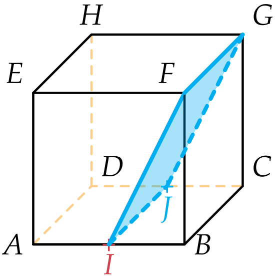


1. L'intersection du plan (IFG) avec la face $(ABCD)$ est le segment $[IJ]$ car I et J sont deux points du plan (IFG) et de la face $(ABCD)$.



La section du cube par le plan (IFG) est le quadrilatère $IFGJ$.

1 L'intersection du plan (IFG) avec la face $(ABCD)$ est le segment $[IJ]$ car I et J sont deux points du plan (IFG) et de la face $(ABCD)$.



La section du cube par le plan (IFG) est le quadrilatère $IFGJ$.

Montrons que le quadrilatère $IFGJ$ est un rectangle.

1. Par construction,

   les côtés $[FI]$ et $[JG]$ du quadrilatère $IFGJ$ sont parallèles.

correction

1. Par construction,

   les côtés $[FI]$ et $[JG]$ du quadrilatère $IFGJ$ sont parallèles.

   Les plans (EFG) et (ABC) sont parallèles et les plan (IFG) coupe (EFG) selon (FG) et (ABC) selon (JI).

1. Par construction,

$$\text{les côtés } [FI] \text{ et } [JG] \text{ du quadrilatère } IFGJ \text{ sont parallèles.}$$

Les plans (EFG) et (ABC) sont parallèles et les plan (IFG) coupe (EFG) selon (FG) et (ABC) selon (JI).

Rappel

Si deux plans sont parallèles, alors tout plan qui coupe l'un coupe l'autre et les droites d'intersection sont parallèles entre elles.

1. Par construction,

   les côtés $[FI]$ et $[JG]$ du quadrilatère $IFGJ$ sont parallèles.

   Les plans (EFG) et (ABC) sont parallèles et les plan (IFG) coupe (EFG) selon (FG) et (ABC) selon (JI).

Rappel

Si deux plans sont parallèles, alors tout plan qui coupe l'un coupe l'autre et les droites d'intersection sont parallèles entre elles.

Par conséquent,

les côtés $[IJ]$ et $[FG]$ du quadrilatère $IFGJ$ sont parallèles.

1. Par construction,

les côtés $[FI]$ et $[JG]$ du quadrilatère $IFGJ$ sont parallèles.

Les plans (EFG) et (ABC) sont parallèles et les plan (IFG) coupe (EFG) selon (FG) et (ABC) selon (JI).

Rappel

Si deux plans sont parallèles, alors tout plan qui coupe l'un coupe l'autre et les droites d'intersection sont parallèles entre elles.

Par conséquent,

les côtés $[IJ]$ et $[FG]$ du quadrilatère $IFGJ$ sont parallèles.

Le quadrilatère $IFGJ$ est donc un **parallélogramme**.

correction

1. Par construction du cube,

   la droite (FG) est perpendiculaire aux droites (FB) et (FC) sécantes et incluses dans le plan (ABF).

1. Par construction du cube,

la droite (FG) est perpendiculaire aux droites (FB) et (FC) sécantes et incluses dans le plan (ABF).

Rappel

Si une droite est orthogonale à deux droites sécantes d'un plan alors elle est orthogonale à ce plan.

correction

1. Par construction du cube,

   la droite (FG) est perpendiculaire aux droites (FB) et (FC) sécantes et incluses dans le plan (ABF).

Rappel

Si une droite est orthogonale à deux droites sécantes d'un plan alors elle est orthogonale à ce plan.

Par conséquent, la droite (FG) est orthogonale au plan (ABF).

1. Par construction du cube,

   la droite (FG) est perpendiculaire aux droites (FB) et (FC) sécantes et incluses dans le plan (ABF).

Rappel

Si une droite est orthogonale à deux droites sécantes d'un plan alors elle est orthogonale à ce plan.

Par conséquent, la droite (FG) est orthogonale au plan (ABF).

Rappel

Une droite est orthogonale à un plan lorsqu'elle est orthogonale à toutes les droites de ce plan.

1. Par construction du cube,

   la droite (FG) est perpendiculaire aux droites (FB) et (FC) sécantes et incluses dans le plan (ABF).

Rappel

Si une droite est orthogonale à deux droites sécantes d'un plan alors elle est orthogonale à ce plan.

Par conséquent, la droite (FG) est orthogonale au plan (ABF).

Rappel

Une droite est orthogonale à un plan lorsqu'elle est orthogonale à toutes les droites de ce plan.

On en déduit que la droite (FG) est orthogonale à la droite (FI) incluse dans le plan (ABF).

Elles sont mêmes perpendiculaires car sécantes.

1. Par construction du cube,

la droite (FG) est perpendiculaire aux droites (FB) et (FC) sécantes et incluses dans le plan (ABF).

Rappel

Si une droite est orthogonale à deux droites sécantes d'un plan alors elle est orthogonale à ce plan.

Par conséquent, la droite (FG) est orthogonale au plan (ABF).

Rappel

Une droite est orthogonale à un plan lorsqu'elle est orthogonale à toutes les droites de ce plan.

On en déduit que la droite (FG) est orthogonale à la droite (FI) incluse dans le plan (ABF).

Elles sont mêmes perpendiculaires car sécantes.

Le parallélogramme $IFGJ$ a donc un angle droit, c'est un **rectangle**.

1. Notons a le côté du cube.

correction

1. Notons a le côté du cube.
   Dans le carré $ABFE$, on a, en appliquant le théorème de Pythagore,

$$FI = \frac{\sqrt{5}}{2}a$$

1. Notons a le côté du cube.
   Dans le carré $ABFE$, on a, en appliquant le théorème de Pythagore,

$$FI = \frac{\sqrt{5}}{2}a$$

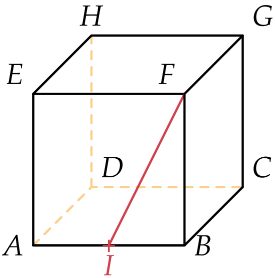
Or

$$FG = a$$

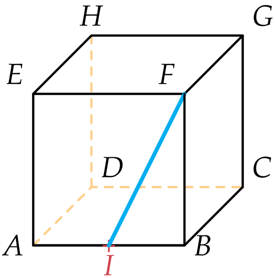
1. Notons a le côté du cube.
   Dans le carré $ABFE$, on a, en appliquant le théorème de Pythagore,
   $$FI = \frac{\sqrt{5}}{2}a$$
   Or
   $$FG = a$$
   Par conséquent,
   le rectangle $IFGJ$ n'est pas un carré.

2. L'intersection du plan (IFC) avec la face $(ABFE)$ est le segment $[IF]$ car I et F sont deux points du plan (IFC) et de la face $(ABFE)$.

2 L'intersection du plan (IFC) avec la face $(ABFE)$ est le segment $[IF]$ car I et F sont deux points du plan (IFC) et de la face $(ABFE)$.

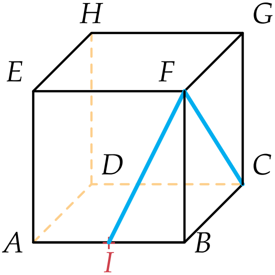


2 L'intersection du plan (IFC) avec la face $(ABFE)$ est le segment $[IF]$ car I et F sont deux points du plan (IFC) et de la face $(ABFE)$.



2. L'intersection du plan (IFC) avec la face $(BCGF)$ est le segment $[CF]$ car C et F sont deux points du plan (IFC) et de la face $(BCGF)$.

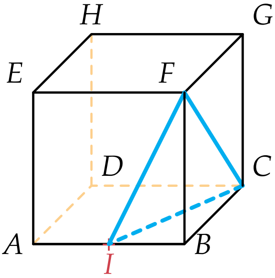
2 L'intersection du plan (IFC) avec la face $(BCGF)$ est le segment $[CF]$ car C et F sont deux points du plan (IFC) et de la face $(BCGF)$.



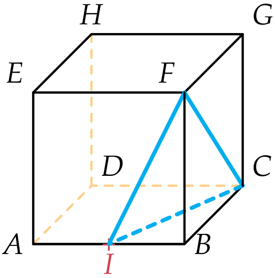
correction

2. L'intersection du plan (IFC) avec la face $(ABCD)$ est le segment $[CI]$ car C et I sont deux points du plan (IFC) et de la face $(ABCD)$.

2 L'intersection du plan (IFC) avec la face $(ABCD)$ est le segment $[CI]$ car C et I sont deux points du plan (IFC) et de la face $(ABCD)$.

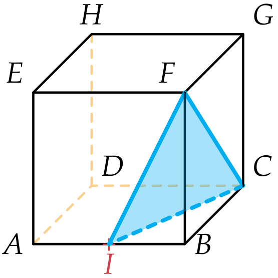


2 L'intersection du plan (IFC) avec la face $(ABCD)$ est le segment $[CI]$ car C et I sont deux points du plan (IFC) et de la face $(ABCD)$.



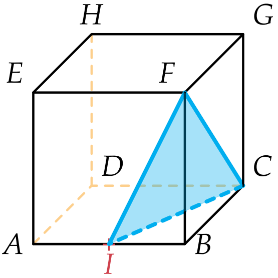
La section du cube par le plan (IFG) est le triangle IFC.

2 L'intersection du plan (IFC) avec la face $(ABCD)$ est le segment $[CI]$ car C et I sont deux points du plan (IFC) et de la face $(ABCD)$.



La section du cube par le plan (IFG) est le triangle IFC.

2 L'intersection du plan (IFC) avec la face $(ABCD)$ est le segment $[CI]$ car C et I sont deux points du plan (IFC) et de la face $(ABCD)$.



La section du cube par le plan (IFG) est le triangle IFC.

Montrons que le triangle IFC est isocèle en I.

2 Notons a le côté du cube.

2. Notons a le côté du cube.
   Dans le carré $ABFE$, on a, en appliquant le théorème de Pythagore,
   $$FI = \frac{\sqrt{5}}{2}a$$

2. Notons a le côté du cube.
Dans le carré $ABFE$, on a, en appliquant le théorème de Pythagore,

$$FI = \frac{\sqrt{5}}{2}a$$

Dans le carré $ABCD$, on a, en appliquant le théorème de Pythagore,

$$CI = \frac{\sqrt{5}}{2}a$$

2. Notons a le côté du cube.
   Dans le carré $ABFE$, on a, en appliquant le théorème de Pythagore,

$$FI = \frac{\sqrt{5}}{2}a$$

   Dans le carré $ABCD$, on a, en appliquant le théorème de Pythagore,

$$CI = \frac{\sqrt{5}}{2}a$$

   Dans le carré $FBCG$, on a, en appliquant le théorème de Pythagore,

$$FI = \sqrt{2}a$$

2. Notons a le côté du cube.
Dans le carré $ABFE$, on a, en appliquant le théorème de Pythagore,

$$FI = \frac{\sqrt{5}}{2}a$$

Dans le carré $ABCD$, on a, en appliquant le théorème de Pythagore,

$$CI = \frac{\sqrt{5}}{2}a$$

Dans le carré $FBCG$, on a, en appliquant le théorème de Pythagore,

$$FI = \sqrt{2}a$$

Par conséquent,

le triangle IFC est **isocèle en** I mais n'est pas équilatéral.