Auto-évaluation ex 3 page 269

Sésamath

Maths TS obligatoire

énoncé

Dans le plan muni d'un repère $(O\,;\vec{i},\vec{j})$,
soit $A(1\,;4), B(-2\,;-1), C(-1\,;0,7)$ et $E(1\,;1)$.

1. A, B et C sont-ils alignés ?
2. Soit $\mathscr{D}$ la droite parallèle à (AB) passant par E et $M(x\,;y)$ un point de $\mathscr{D}$.
   Montrer qu'il existe un unique réel t tel que $\overrightarrow{EM} = t\overrightarrow{AB}$.
3. Déterminer les coordonnées du point F tel que $\overrightarrow{AF} = 2\overrightarrow{BE} - 3\overrightarrow{AB}$.

correction

1. Les points A, B et C sont alignés si, et seulement si, les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires.

correction

1. Les points A, B et C sont alignés si, et seulement si, les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires. Autrement dit, s'il existe un réel k non nul tel que : $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{AC}$

1. Les points A, B et C sont alignés si, et seulement si, les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires. Autrement dit, s'il existe un réel k non nul tel que :
$\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{AC}$
Or,

$$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} -3 \\ -5 \end{pmatrix} \qquad et \qquad \overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} -2 \\ -3,3 \end{pmatrix}$$

correction

1. Les points A, B et C sont alignés si, et seulement si, les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires. Autrement dit, s'il existe un réel k non nul tel que : $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{AC}$

   Or,

$$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} -3 \\ -5 \end{pmatrix} \quad et \quad \overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} -2 \\ -3,3 \end{pmatrix}$$

   Alors,

$$\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 = -2k \\ -5 = -3,3k \end{cases}$$

1. Les points A, B et C sont alignés si, et seulement si, les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires. Autrement dit, s'il existe un réel k non nul tel que : $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{AC}$
Or,

$$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} -3 \\ -5 \end{pmatrix} \quad et \quad \overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} -2 \\ -3,3 \end{pmatrix}$$

Alors,

$$\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 = -2k \\ -5 = -3,3k \end{cases}$$
$$\leftrightarrow \begin{cases} k = \dfrac{3}{2} \\ k = \dfrac{50}{33} \end{cases}$$

Ceci étant impossible, les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ ne sont pas colinéaires et les points A, B et C ne sont pas alignés.

correction

1. **Autre méthode :** Les points A, B et C sont alignés si, et seulement si, les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires.

1. **Autre méthode :** Les points A, B et C sont alignés si, et seulement si, les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires. Autrement dit, si, et seulement si,

$$x_{\overrightarrow{AB}}y_{\overrightarrow{AC}} - y_{\overrightarrow{AB}}x_{\overrightarrow{AC}} = 0$$

1 **Autre méthode :** Les points A, B et C sont alignés si, et seulement si, les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires. Autrement dit, si, et seulement si,

$$x_{\overrightarrow{AB}}y_{\overrightarrow{AC}} - y_{\overrightarrow{AB}}x_{\overrightarrow{AC}} = 0$$

Or,

$$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} -3 \\ -5 \end{pmatrix} \quad et \quad \overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} -2 \\ -3,3 \end{pmatrix}$$

1. **Autre méthode :** Les points A, B et C sont alignés si, et seulement si, les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires. Autrement dit, si, et seulement si,

$$x_{\overrightarrow{AB}}y_{\overrightarrow{AC}} - y_{\overrightarrow{AB}}x_{\overrightarrow{AC}} = 0$$

Or,

$$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} -3 \\ -5 \end{pmatrix} \quad et \quad \overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} -2 \\ -3,3 \end{pmatrix}$$

Alors,

$$x_{\overrightarrow{AB}}y_{\overrightarrow{AC}} - y_{\overrightarrow{AB}}x_{\overrightarrow{AC}} = -3 \times (-3,3) - (-5) \times (-2)$$

1 **Autre méthode :** Les points A, B et C sont alignés si, et seulement si, les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires. Autrement dit, si, et seulement si,

$$x_{\overrightarrow{AB}}y_{\overrightarrow{AC}} - y_{\overrightarrow{AB}}x_{\overrightarrow{AC}} = 0$$

Or,

$$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} -3 \\ -5 \end{pmatrix} \quad et \quad \overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} -2 \\ -3,3 \end{pmatrix}$$

Alors,

$$\begin{aligned} x_{\overrightarrow{AB}}y_{\overrightarrow{AC}} - y_{\overrightarrow{AB}}x_{\overrightarrow{AC}} &= -3 \times (-3,3) - (-5) \times (-2) \\ &- 0,1 \neq 0 \end{aligned}$$

Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ ne sont pas colinéaires et les points A, B et C ne sont pas alignés.

2 $M \in \mathscr{D}$ si et seulement si $\overrightarrow{EM}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont colinéaires, d'où le résultat.

2 $M \in \mathscr{D}$ si et seulement si $\overrightarrow{EM}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont colinéaires, d'où le résultat.

3 On a : $\overrightarrow{AF}\begin{pmatrix} x_F - 1 \\ y_F - 4 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{BE}\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} -3 \\ -5 \end{pmatrix}$ donc

2 $M \in \mathscr{D}$ si et seulement si $\overrightarrow{EM}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont colinéaires, d'où le résultat.

3 On a : $\overrightarrow{AF}\begin{pmatrix} x_F - 1 \\ y_F - 4 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{BE}\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} -3 \\ -5 \end{pmatrix}$ donc

$$\overrightarrow{AF} = 2\overrightarrow{BE} - 3\overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \begin{cases} x_F - 1 = 15 \\ y_F - 4 = 19 \end{cases}$$

2 $M \in \mathscr{D}$ si et seulement si $\overrightarrow{EM}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont colinéaires, d'où le résultat.

3 On a : $\overrightarrow{AF}\begin{pmatrix} x_F - 1 \\ y_F - 4 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{BE}\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} -3 \\ -5 \end{pmatrix}$ donc

$$\overrightarrow{AF} = 2\overrightarrow{BE} - 3\overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \begin{cases} x_F - 1 = 15 \\ y_F - 4 = 19 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_F = 16 \\ y_F = 23 \end{cases}$$

2 $M \in \mathscr{D}$ si et seulement si $\overrightarrow{EM}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont colinéaires, d'où le résultat.

3 On a : $\overrightarrow{AF}\begin{pmatrix} x_F - 1 \\ y_F - 4 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{BE}\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} -3 \\ -5 \end{pmatrix}$ donc

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AF} = 2\overrightarrow{BE} - 3\overrightarrow{AB} &\Leftrightarrow \begin{cases} x_F - 1 = 15 \\ y_F - 4 = 19 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x_F = 16 \\ y_F = 23 \end{cases}\end{aligned}$$

F a pour coordonnées (16 ; 23).