QCM d'autoévaluation, exercice 90 page 295

Sésamath

Maths TS obligatoire

énoncé

Dans un repère $(O\,;\ \vec{i}\,,\ \vec{j}\,,\ \vec{k}\,)$ de l'espace, on considère les droites

$d : \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2t \\ z = 3 \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$ et $d' : \begin{cases} x = 3 + t \\ y = 1 - 4t \\ z = 2t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

et le plan $\wp$ de représentation paramétrique : $\begin{cases} x = 2 + t - t' \\ y = -2t + 3t' \\ z = 4 - t' \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}, t' \in \mathbb{R}$

a) d et d' sont parallèles

b) d et d' sont sécantes

c) d est d' ne sont pas coplanaires

correction

a)

Rappel

- Une droite d de vecteur directeur $\vec{u}$ est parallèle à une droite d' de vecteurs directeurs $\vec{v}$ si, et seulement si, les vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ sont colinéaires.

a)

Rappel

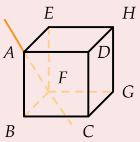
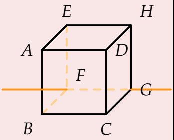
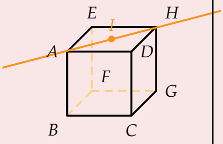
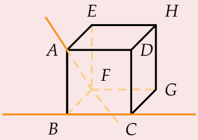
- Une droite d de vecteur directeur $\vec{u}$ est parallèle à une droite d' de vecteurs directeurs $\vec{v}$ si, et seulement si, les vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ sont colinéaires.
- Dans un repère $(O\,;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ de l'espace, on considère le point $A(x_A\,;y_A\,;z_A)$ et les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix}\alpha\\\beta\\\gamma\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}\alpha'\\\beta'\\\gamma'\end{pmatrix}$.

  $M(x;y;z)$ appartient à la droite $\mathscr{D}$ passant par A et de vecteur directeur $\vec{u}$ si, et seulement si, il existe un réel t tel que : $\begin{cases}x = x_A + t\alpha\\y = y_A + t\beta\\z = z_A + t\gamma\end{cases}$.

  On dit que ce système d'équations est une représentation paramétrique de la droite $\mathscr{D}$ passant par A et de vecteur directeur $\vec{u}$.

Rappel

Deux droites de l'espace sont soit coplanaires (c'est-à-dire qu'il existe un plan les contenant toutes les deux), soit non coplanaires (c'est-à-dire qu'il n'existe aucun plan les contenant toutes les deux).
Si elles sont coplanaires, alors elles sont soit sécantes, soit parallèles (strictement parallèles ou confondues).

Droites coplanaires (dans un même plan)			Droites non coplanaires
Droites sécantes	Droites strictement parallèles	Droites confondues	
 (AD) et (AF) sont sécantes en A	 (AD) et (FG) sont strictement parallèles	 I centre de ADHE (AH) et (AI) sont confondues	 (BC) et (AF) sont non coplanaires

correction

a) Un vecteur directeur de d est $\vec{u}\begin{pmatrix}-1\\2\\0\end{pmatrix}$.

correction

a) Un vecteur directeur de d est $\vec{u}\begin{pmatrix}-1\\2\\0\end{pmatrix}$.

Un vecteur directeur de d' est $\vec{u'}\begin{pmatrix}1\\-4\\2\end{pmatrix}$.

a) Un vecteur directeur de d est $\vec{u}\begin{pmatrix}-1\\2\\0\end{pmatrix}$.

Un vecteur directeur de d' est $\vec{u'}\begin{pmatrix}1\\-4\\2\end{pmatrix}$.

$\vec{u}$ et $\vec{u}'$ sont non colinéaires car leurs coordonnées sont non proportionnelles :
$\dfrac{1}{-1} \neq \dfrac{-4}{2}$

correction

a) Un vecteur directeur de d est $\vec{u}\begin{pmatrix}-1\\2\\0\end{pmatrix}$.

Un vecteur directeur de d' est $\vec{u'}\begin{pmatrix}1\\-4\\2\end{pmatrix}$.

$\vec{u}$ et $\vec{u}'$ sont non colinéaires car leurs coordonnées sont non proportionnelles :
$\dfrac{1}{-1} \neq \dfrac{-4}{2}$
Par conséquent, d et d' ne sont pas parallèles.

a) Un vecteur directeur de d est $\vec{u}\begin{pmatrix}-1\\2\\0\end{pmatrix}$.

Un vecteur directeur de d' est $\vec{u'}\begin{pmatrix}1\\-4\\2\end{pmatrix}$.

$\vec{u}$ et $\vec{u}'$ sont non colinéaires car leurs coordonnées sont non proportionnelles :
$\dfrac{1}{-1} \neq \dfrac{-4}{2}$
Par conséquent, d et d' ne sont pas parallèles.

réponse **a)** fausse

b) d et d' n'étant pas parallèles, elles sont soit sécantes soit non coplanaires.

b) d et d' n'étant pas parallèles, elles sont soit sécantes soit non coplanaires.
d et d' sont sécantes si, et seulement si, le système suivant a une solution unique : $\begin{cases} 1-t=3+t' \\ 2t=1-4t' \\ 3=2t' \end{cases}$

b) d et d' n'étant pas parallèles, elles sont soit sécantes soit non coplanaires.
d et d' sont sécantes si, et seulement si, le système suivant a une solution unique : $\begin{cases} 1-t=3+t' \\ 2t=1-4t' \\ 3=2t' \end{cases}$

$$\begin{cases} 1-t=3+t' \\ 2t=1-4t' \\ 3=2t' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1-t=3+1,5 \\ 2t=1-6 \\ t'=1,5 \end{cases}$$

b) d et d' n'étant pas parallèles, elles sont soit sécantes soit non coplanaires.
d et d' sont sécantes si, et seulement si, le système suivant a une solution unique : $\begin{cases} 1-t=3+t' \\ 2t=1-4t' \\ 3=2t' \end{cases}$

$$\begin{cases} 1-t=3+t' \\ 2t=1-4t' \\ 3=2t' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1-t=3+1,5 \\ 2t=1-6 \\ t'=1,5 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t=-3,5 \\ t=-2,5 \\ t'=1,5 \end{cases}$$

b) d et d' n'étant pas parallèles, elles sont soit sécantes soit non coplanaires.
d et d' sont sécantes si, et seulement si, le système suivant a une solution unique : $\begin{cases} 1-t=3+t' \\ 2t=1-4t' \\ 3=2t' \end{cases}$

$$\begin{cases} 1-t=3+t' \\ 2t=1-4t' \\ 3=2t' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1-t=3+1,5 \\ 2t=1-6 \\ t'=1,5 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t=-3,5 \\ t=-2,5 \\ t'=1,5 \end{cases}$$

Ce système n'ayant pas de solution, d et d' ne sont pas sécantes

b) d et d' n'étant pas parallèles, elles sont soit sécantes soit non coplanaires.
d et d' sont sécantes si, et seulement si, le système suivant a une solution unique : $\begin{cases} 1-t=3+t' \\ 2t=1-4t' \\ 3=2t' \end{cases}$

$$\begin{cases} 1-t=3+t' \\ 2t=1-4t' \\ 3=2t' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1-t=3+1,5 \\ 2t=1-6 \\ t'=1,5 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t=-3,5 \\ t=-2,5 \\ t'=1,5 \end{cases}$$

Ce système n'ayant pas de solution, d et d' ne sont pas sécantes

réponse **b)** fausse

b) d et d' n'étant ni parallèles, ni sécantes elles sont non coplanaires.

b) d et d' n'étant ni parallèles, ni sécantes elles sont non coplanaires.

réponse **c)** fausse