QCM d'autoévaluation, exercice 89 page 295

Sésamath

Maths TS obligatoire

Dans un repère $(O\,;\ \vec{i}\,,\ \vec{j}\,,\ \vec{k}\,)$ de l'espace, on considère les droites

$$d : \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2t \\ z = 3 \end{cases} \quad t \in \mathbb{R} \text{ et } d' : \begin{cases} x = 3 + t \\ y = 1 - 4t \\ z = 2t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$$

et le plan $\wp$ de représentation paramétrique : $\begin{cases} x = 2 + t - t' \\ y = -2t + 3t' \\ z = 4 - t' \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}, t' \in \mathbb{R}$

a) d et $\wp$ sont parallèles

b) d et $\wp$ sont sécants en $A(-1;4;3)$

c) d est inclus dans $\wp$

a)

Rappel

- Une droite d de vecteur directeur $\vec{u}$ est parallèle à un plan P de vecteurs directeurs $\vec{v}$ et $\vec{w}$ si, et seulement si, les vecteurs $\overrightarrow{u}$, $\overrightarrow{v}$ et $\overrightarrow{w}$ sont coplanaires.

a)

Rappel

- Une droite d de vecteur directeur $\vec{u}$ est parallèle à un plan P de vecteurs directeurs $\vec{v}$ et $\vec{w}$ si, et seulement si, les vecteurs $\overrightarrow{u}$, $\overrightarrow{v}$ et $\overrightarrow{w}$ sont coplanaires.
- Soit trois vecteurs non nuls $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ tels que $\vec{u}$ et $\vec{v}$ ne sont pas colinéaires.
  $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ sont coplanaires si et seulement si il existe deux réels α et β tels que
  $$\vec{w} = \alpha\vec{u} + \beta\vec{v}.$$

Rappel

Dans un repère $(O\,;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ de l'espace, on considère le point $A(x_A\,;y_A\,;z_A)$ et les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix}\alpha\\ \beta\\ \gamma\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}\alpha'\\ \beta'\\ \gamma'\end{pmatrix}$.

- $M(x;y;z)$ appartient à la droite $\mathscr{D}$ passant par A et de vecteur directeur $\vec{u}$ si, et seulement si, il existe un réel t tel que : $\begin{cases} x = x_A + t\alpha \\ y = y_A + t\beta \\ z = z_A + t\gamma \end{cases}$.

  On dit que ce système d'équations est une représentation paramétrique de la droite $\mathscr{D}$ passant par A et de vecteur directeur $\vec{u}$.

Rappel

Dans un repère $(O\,;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ de l'espace, on considère le point $A(x_A\,;y_A\,;z_A)$ et les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix}\alpha\\ \beta\\ \gamma\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}\alpha'\\ \beta'\\ \gamma'\end{pmatrix}$.

- $M(x;y;z)$ appartient à la droite $\mathscr{D}$ passant par A et de vecteur directeur $\vec{u}$ si, et seulement si, il existe un réel t tel que : $\begin{cases} x = x_A + t\alpha \\ y = y_A + t\beta \\ z = z_A + t\gamma \end{cases}$.
  On dit que ce système d'équations est une représentation paramétrique de la droite $\mathscr{D}$ passant par A et de vecteur directeur $\vec{u}$.
- $M(x\,;y\,;z)$ appartient au plan $\mathscr{P}$ passant par A et de vecteurs directeurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ si, et seulement si, il existe deux réels t et t' tels que : $\begin{cases} x = x_A + t\alpha + t'\alpha' \\ y = y_A + t\beta + t'\beta' \\ z = z_A + t\gamma + t'\gamma' \end{cases}$. On dit que ce système d'équations est une représentation paramétrique du plan $\mathscr{P}$ passant par A et de vecteurs directeurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$.

a) Un vecteur directeur de d est $\vec{u}\begin{pmatrix}-1\\2\\0\end{pmatrix}$.

correction

a) Un vecteur directeur de d est $\vec{u}\begin{pmatrix}-1\\2\\0\end{pmatrix}$.

Deux vecteurs directeurs de $\wp$ sont $\vec{v}\begin{pmatrix}1\\-2\\0\end{pmatrix}$ et $\vec{w}\begin{pmatrix}-1\\3\\-1\end{pmatrix}$.

correction

a) Un vecteur directeur de d est $\vec{u}\begin{pmatrix}-1\\2\\0\end{pmatrix}$.

Deux vecteurs directeurs de $\wp$ sont $\vec{v}\begin{pmatrix}1\\-2\\0\end{pmatrix}$ et $\vec{w}\begin{pmatrix}-1\\3\\-1\end{pmatrix}$.

Remarque : $\vec{v}$ et $\vec{w}$ sont bien non colinéaires car leurs coordonnées sont non proportionnelles : $\frac{1}{-1} \neq \frac{-2}{3}$

a) Un vecteur directeur de d est $\vec{u}\begin{pmatrix}-1\\2\\0\end{pmatrix}$.

Deux vecteurs directeurs de $\wp$ sont $\vec{v}\begin{pmatrix}1\\-2\\0\end{pmatrix}$ et $\vec{w}\begin{pmatrix}-1\\3\\-1\end{pmatrix}$.

Remarque : $\vec{v}$ et $\vec{w}$ sont bien non colinéaires car leurs coordonnées sont non proportionnelles : $\frac{1}{-1} \neq \frac{-2}{3}$

Or,

$$\vec{u} = -\vec{v}$$

a) Un vecteur directeur de d est $\vec{u}\begin{pmatrix}-1\\2\\0\end{pmatrix}$.

Deux vecteurs directeurs de $\wp$ sont $\vec{v}\begin{pmatrix}1\\-2\\0\end{pmatrix}$ et $\vec{w}\begin{pmatrix}-1\\3\\-1\end{pmatrix}$.

Remarque : $\vec{v}$ et $\vec{w}$ sont bien non colinéaires car leurs coordonnées sont non proportionnelles : $\frac{1}{-1} \neq \frac{-2}{3}$

Or,

$$\vec{u} = -\vec{v}$$

Par conséquent, $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ sont coplanaires

a) Un vecteur directeur de d est $\vec{u}\begin{pmatrix}-1\\2\\0\end{pmatrix}$.

Deux vecteurs directeurs de $\wp$ sont $\vec{v}\begin{pmatrix}1\\-2\\0\end{pmatrix}$ et $\vec{w}\begin{pmatrix}-1\\3\\-1\end{pmatrix}$.

Remarque : $\vec{v}$ et $\vec{w}$ sont bien non colinéaires car leurs coordonnées sont non proportionnelles : $\frac{1}{-1} \neq \frac{-2}{3}$

Or,

$$\vec{u} = -\vec{v}$$

Par conséquent, $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ sont coplanaires et on en déduit que d est parallèle au plan $\wp$.

a) Un vecteur directeur de d est $\vec{u}\begin{pmatrix}-1\\2\\0\end{pmatrix}$.

Deux vecteurs directeurs de $\wp$ sont $\vec{v}\begin{pmatrix}1\\-2\\0\end{pmatrix}$ et $\vec{w}\begin{pmatrix}-1\\3\\-1\end{pmatrix}$.

Remarque : $\vec{v}$ et $\vec{w}$ sont bien non colinéaires car leurs coordonnées sont non proportionnelles : $\frac{1}{-1} \neq \frac{-2}{3}$

Or,

$$\vec{u} = -\vec{v}$$

Par conséquent, $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ sont coplanaires et on en déduit que d est parallèle au plan $\wp$.

réponse **a)** vraie

b) Comme d est parallèle au plan $\wp$, ils ne sont pas sécants.

b) Comme d est parallèle au plan $\wp$, ils ne sont pas sécants.

réponse **b)** fausse

c) $A(1\,;0\,;3)$ appartient à d (en prenant $t=0$).

c) $A(1\,;0\,;3)$ appartient à d (en prenant $t=0$).
A appartient à $\wp$ si, et seulement si, le système suivant a une solution unique : $\begin{cases} 1=2+t-t' \\ 0=-2t+3t' \\ 3=4-t' \end{cases}$

c) $A(1\,;0\,;3)$ appartient à d (en prenant $t = 0$).
A appartient à $\wp$ si, et seulement si, le système suivant a une solution unique : $\begin{cases} 1 = 2 + t - t' \\ 0 = -2t + 3t' \\ 3 = 4 - t' \end{cases}$

$$\begin{cases} 1 = 2 + t - t' \\ 0 = -2t + 3t' \\ 3 = 4 - t' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 = 2 + t - 1 \\ 0 = -2t + 3 \\ t' = 1 \end{cases}$$

c) $A(1\,;0\,;3)$ appartient à d (en prenant $t = 0$).
A appartient à $\wp$ si, et seulement si, le système suivant a une solution unique : $\begin{cases} 1 = 2 + t - t' \\ 0 = -2t + 3t' \\ 3 = 4 - t' \end{cases}$

$$\begin{cases} 1 = 2 + t - t' \\ 0 = -2t + 3t' \\ 3 = 4 - t' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 = 2 + t - 1 \\ 0 = -2t + 3 \\ t' = 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 1,5 \\ t' = 1 \end{cases}$$

c) $A(1\,;0\,;3)$ appartient à d (en prenant $t=0$).
A appartient à $\wp$ si, et seulement si, le système suivant a une solution unique : $\begin{cases} 1=2+t-t' \\ 0=-2t+3t' \\ 3=4-t' \end{cases}$

$$\begin{cases} 1=2+t-t' \\ 0=-2t+3t' \\ 3=4-t' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1=2+t-1 \\ 0=-2t+3 \\ t'=1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t=0 \\ t=1,5 \\ t'=1 \end{cases}$$

Ce système n'ayant pas de solution, A n'appartient pas à $\wp$

c) $A(1\,;0\,;3)$ appartient à d (en prenant $t = 0$).
A appartient à $\wp$ si, et seulement si, le système suivant a une solution unique : $\begin{cases} 1 = 2 + t - t' \\ 0 = -2t + 3t' \\ 3 = 4 - t' \end{cases}$

$$\begin{cases} 1 = 2 + t - t' \\ 0 = -2t + 3t' \\ 3 = 4 - t' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 = 2 + t - 1 \\ 0 = -2t + 3 \\ t' = 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 1{,}5 \\ t' = 1 \end{cases}$$

Ce système n'ayant pas de solution, A n'appartient pas à $\wp$ et on en déduit que d est strictement parallèle au plan $\wp$.

c) $A(1\,;0\,;3)$ appartient à d (en prenant $t=0$).
A appartient à $\wp$ si, et seulement si, le système suivant a une solution unique : $\begin{cases} 1 = 2+t-t' \\ 0 = -2t+3t' \\ 3 = 4-t' \end{cases}$

$$\begin{cases} 1 = 2+t-t' \\ 0 = -2t+3t' \\ 3 = 4-t' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 = 2+t-1 \\ 0 = -2t+3 \\ t' = 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 1,5 \\ t' = 1 \end{cases}$$

Ce système n'ayant pas de solution, A n'appartient pas à $\wp$ et on en déduit que d est strictement parallèle au plan $\wp$.

réponse **c)** fausse