QCM d'autoévaluation, exercice 88 page 295

Sésamath

Maths TS obligatoire

Dans un repère $(O\,;\,\vec{i}\,,\,\vec{j}\,,\,\vec{k}\,)$ de l'espace, on considère les droites

$$d : \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2t \\ z = 3 \end{cases} \quad t \in \mathbb{R} \text{ et } d' : \begin{cases} x = 3 + t \\ y = 1 - 4t \\ z = 2t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$$

et le plan $\wp$ de représentation paramétrique : $\begin{cases} x = 2 + t - t' \\ y = -2t + 3t' \\ z = 4 - t' \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}, t' \in \mathbb{R}$

a) la droite d est parallèle au plan $(O\,;\,\vec{i}\,,\,\vec{j}\,)$

b) la droite d est parallèle au plan $(O\,;\,\vec{i}\,,\,\vec{k}\,)$

c) la droite d est parallèle à la droite $(O\,;\,\vec{k}\,)$

correction

a)

Rappel

- Une droite d de vecteur directeur $\vec{u}$ est parallèle à un plan P de vecteurs directeurs $\vec{v}$ et $\vec{w}$ si, et seulement si, les vecteurs $\overrightarrow{u}$, $\overrightarrow{v}$ et $\overrightarrow{w}$ sont coplanaires.

a)

Rappel

- Une droite d de vecteur directeur $\vec{u}$ est parallèle à un plan P de vecteurs directeurs $\vec{v}$ et $\vec{w}$ si, et seulement si, les vecteurs $\overrightarrow{u}$, $\overrightarrow{v}$ et $\overrightarrow{w}$ sont coplanaires.
- Soit trois vecteurs non nuls $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ tels que $\vec{u}$ et $\vec{v}$ ne sont pas colinéaires.

  $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ sont coplanaires si et seulement si il existe deux réels α et β tels que

$$\vec{w} = \alpha\vec{u} + \beta\vec{v}.$$

a)

Rappel

Dans un repère $(O\,;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ de l'espace, on considère le point $A(x_A\,;y_A\,;z_A)$ et les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix}\alpha\\ \beta\\ \gamma\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}\alpha'\\ \beta'\\ \gamma'\end{pmatrix}$.

- $M(x;y;z)$ appartient à la droite $\mathscr{D}$ passant par A et de vecteur directeur $\vec{u}$ si, et seulement si, il existe un réel t tel que : $\begin{cases} x = x_A + t\alpha \\ y = y_A + t\beta \\ z = z_A + t\gamma \end{cases}$.

  On dit que ce système d'équations est une représentation paramétrique de la droite $\mathscr{D}$ passant par A et de vecteur directeur $\vec{u}$.

a) Un vecteur directeur de d est $\vec{u}\begin{pmatrix}-1\\2\\0\end{pmatrix}$.

a) Un vecteur directeur de d est $\vec{u}\begin{pmatrix}-1\\2\\0\end{pmatrix}$.

Deux vecteurs directeurs de $(O\,;\overrightarrow{i}\,,\overrightarrow{j}\,)$ sont $\vec{i}$ et $\vec{j}$.

correction

a) Un vecteur directeur de d est $\vec{u}\begin{pmatrix}-1\\2\\0\end{pmatrix}$.

Deux vecteurs directeurs de $(O\,;\overrightarrow{i},\overrightarrow{j})$ sont $\vec{i}$ et $\vec{j}$.

Or,

$$\vec{u} = -\vec{i} + 2\vec{j}$$

a) Un vecteur directeur de d est $\vec{u}\begin{pmatrix}-1\\2\\0\end{pmatrix}$.

Deux vecteurs directeurs de $(O\,;\overrightarrow{i},\overrightarrow{j})$ sont $\vec{i}$ et $\vec{j}$.
Or,

$$\vec{u} = -\vec{i} + 2\vec{j}$$

Par conséquent, $\vec{u}$, $\vec{i}$ et $\vec{j}$ sont coplanaires

a) Un vecteur directeur de d est $\vec{u}\begin{pmatrix}-1\\2\\0\end{pmatrix}$.

Deux vecteurs directeurs de $(O\,;\overrightarrow{i},\overrightarrow{j})$ sont $\vec{i}$ et $\vec{j}$.
Or,

$$\vec{u}=-\vec{i}+2\vec{j}$$

Par conséquent, $\vec{u}$, $\vec{i}$ et $\vec{j}$ sont coplanaires et on en déduit que d est parallèle au plan $(O\,;\overrightarrow{i},\overrightarrow{j})$.

a) Un vecteur directeur de d est $\vec{u}\begin{pmatrix}-1\\2\\0\end{pmatrix}$.

Deux vecteurs directeurs de $(O\,;\overrightarrow{i},\overrightarrow{j})$ sont $\vec{i}$ et $\vec{j}$.
Or,

$$\vec{u} = -\vec{i} + 2\vec{j}$$

Par conséquent, $\vec{u}$, $\vec{i}$ et $\vec{j}$ sont coplanaires et on en déduit que d est parallèle au plan $(O\,;\overrightarrow{i},\overrightarrow{j})$.

réponse **a)** vraie

b) Un vecteur directeur de d est $\vec{u}\begin{pmatrix}-1\\2\\0\end{pmatrix}$.

b) Un vecteur directeur de d est $\vec{u}\begin{pmatrix}-1\\2\\0\end{pmatrix}$.

Deux vecteurs directeurs de $(O\,;\,\overrightarrow{i}\,,\,\overrightarrow{k}\,)$ sont $\vec{i}$ et $\vec{k}$.

b) Un vecteur directeur de d est $\vec{u}\begin{pmatrix}-1\\2\\0\end{pmatrix}$.

Deux vecteurs directeurs de $(O\,;\overrightarrow{i}\,,\overrightarrow{k}\,)$ sont $\vec{i}$ et $\vec{k}$.
Or,

$$\vec{u} = -\vec{i} + 2\vec{j}$$

correction

b) Un vecteur directeur de d est $\vec{u}\begin{pmatrix}-1\\2\\0\end{pmatrix}$.

Deux vecteurs directeurs de $(O\,;\overrightarrow{i},\overrightarrow{k})$ sont $\vec{i}$ et $\vec{k}$.
Or,

$$\vec{u} = -\vec{i} + 2\vec{j}$$

Par conséquent, $\vec{i}$, $\vec{j}$ et $\vec{k}$ n'étant pas coplanaires, $\vec{u}$, $\vec{i}$ et $\vec{k}$ ne sont pas coplanaires non plus

b) Un vecteur directeur de d est $\vec{u}\begin{pmatrix}-1\\2\\0\end{pmatrix}$.

Deux vecteurs directeurs de $(O\,;\overrightarrow{i},\overrightarrow{k})$ sont $\vec{i}$ et $\vec{k}$.
Or,

$$\vec{u}=-\vec{i}+2\vec{j}$$

Par conséquent, $\vec{i}$, $\vec{j}$ et $\vec{k}$ n'étant pas coplanaires, $\vec{u}$, $\vec{i}$ et $\vec{k}$ ne sont pas coplanaires non plus et on en déduit que d n'est pas parallèle au plan $(O\,;\overrightarrow{i},\overrightarrow{k})$.

b) Un vecteur directeur de d est $\vec{u}\begin{pmatrix}-1\\2\\0\end{pmatrix}$.

Deux vecteurs directeurs de $(O\,;\overrightarrow{i},\overrightarrow{k})$ sont $\vec{i}$ et $\vec{k}$.

Or,

$$\vec{u}=-\vec{i}+2\vec{j}$$

Par conséquent, $\vec{i}$, $\vec{j}$ et $\vec{k}$ n'étant pas coplanaires, $\vec{u}$, $\vec{i}$ et $\vec{k}$ ne sont pas coplanaires non plus et on en déduit que d n'est pas parallèle au plan $(O\,;\overrightarrow{i},\overrightarrow{k})$.

réponse **b)** fausse

correction

c)

Rappel

- Une droite d de vecteur directeur $\vec{u}$ est parallèle à une droite d' de vecteurs directeurs $\vec{v}$ si, et seulement si, les vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ sont colinéaires.

c)

Rappel

- Une droite d de vecteur directeur $\vec{u}$ est parallèle à une droite d' de vecteurs directeurs $\vec{v}$ si, et seulement si, les vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ sont colinéaires.

Un vecteur directeur de d est $\vec{u}$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$

c)

Rappel

- Une droite d de vecteur directeur $\vec{u}$ est parallèle à une droite d' de vecteurs directeurs $\vec{v}$ si, et seulement si, les vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ sont colinéaires.

Un vecteur directeur de d est $\vec{u}\begin{pmatrix}-1\\2\\0\end{pmatrix}$ et de $(O\,;\overrightarrow{k})$ est $\vec{k}\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}$.

c)

Rappel

- Une droite d de vecteur directeur $\vec{u}$ est parallèle à une droite d' de vecteurs directeurs $\vec{v}$ si, et seulement si, les vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ sont colinéaires.

Un vecteur directeur de d est $\vec{u}\begin{pmatrix}-1\\2\\0\end{pmatrix}$ et de $(O\,;\overrightarrow{k})$ est $\vec{k}\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}$.

Les coordonnées de $\vec{u}$ et $\vec{k}$ ne sont pas proportionnelles car le système $\begin{cases}-1=0k\\2=0k\\0=k\end{cases}$ n'a pas de solution.

c)

Rappel

- Une droite d de vecteur directeur $\vec{u}$ est parallèle à une droite d' de vecteurs directeurs $\vec{v}$ si, et seulement si, les vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ sont colinéaires.

Un vecteur directeur de d est $\vec{u}\begin{pmatrix}-1\\2\\0\end{pmatrix}$ et de $(O\,;\overrightarrow{k})$ est $\vec{k}\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}$.

Les coordonnées de $\vec{u}$ et $\vec{k}$ ne sont pas proportionnelles car le système $\begin{cases}-1=0k\\2=0k\\0=k\end{cases}$ n'a pas de solution.

Par conséquent, $\vec{u}$ et $\vec{k}$ ne sont pas colinéaires

c)

Rappel

- Une droite d de vecteur directeur $\vec{u}$ est parallèle à une droite d' de vecteurs directeurs $\vec{v}$ si, et seulement si, les vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ sont colinéaires.

Un vecteur directeur de d est $\vec{u}\begin{pmatrix}-1\\2\\0\end{pmatrix}$ et de $(O\,;\overrightarrow{k})$ est $\vec{k}\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}$.

Les coordonnées de $\vec{u}$ et $\vec{k}$ ne sont pas proportionnelles car le système
$\begin{cases}-1=0k\\2=0k\\0=k\end{cases}$ n'a pas de solution.

Par conséquent, $\vec{u}$ et $\vec{k}$ ne sont pas colinéaires et on en déduit que d n'est pas parallèle à la droite $(O\,;\overrightarrow{k})$.

c)

Rappel

- Une droite d de vecteur directeur $\vec{u}$ est parallèle à une droite d' de vecteurs directeurs $\vec{v}$ si, et seulement si, les vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ sont colinéaires.

Un vecteur directeur de d est $\vec{u}\begin{pmatrix}-1\\2\\0\end{pmatrix}$ et de $(O\,;\overrightarrow{k})$ est $\vec{k}\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}$.

Les coordonnées de $\vec{u}$ et $\vec{k}$ ne sont pas proportionnelles car le système $\begin{cases}-1=0k\\2=0k\\0=k\end{cases}$ n'a pas de solution.

Par conséquent, $\vec{u}$ et $\vec{k}$ ne sont pas colinéaires et on en déduit que d n'est pas parallèle à la droite $(O\,;\overrightarrow{k})$.

réponse **c)** fausse