Exercice 72 page 254

Sésamath

Maths TS obligatoire

énoncé

Soient A, B, C, D quatre points du plan distincts deux à deux.
On note z_A, z_B, z_C, z_D leurs affixes respectives.

1. Démontrer qu'une mesure en radians de l'angle $\left(\widehat{\overrightarrow{AB}\ ;\ \overrightarrow{CD}}\right)$ est donnée par $\arg\left(\frac{z_D - z_C}{z_B - z_A}\right)$.
2. Dans chacun des cas suivants, utiliser le résultat précédent pour vérifier si le triangle ABC est rectangle en B.
   a) $A(3+2\mathrm{i})$, $B(0)$ et $C\left(-1+\frac{3}{2}\mathrm{i}\right)$;
   b) $A(2-\mathrm{i})$, $B(1-4\mathrm{i})$ et $C(-2-3\mathrm{i})$;
   c) $A(-4)$, $B(-2+3\mathrm{i})$ et $C(4-\mathrm{i})$.
3. Dans les cas où il est rectangle vérifier s'il est isocèle.

correction

1. Par les propriétés de l'argument on a :

1. Par les propriétés de l'argument on a :

$$\arg\left(\frac{z_D - z_C}{z_B - z_A}\right) = \arg(z_D - z_C) - \arg(z_B - z_A).$$

1. Par les propriétés de l'argument on a :

$$\arg\left(\frac{z_D - z_C}{z_B - z_A}\right) = \arg(z_D - z_C) - \arg(z_B - z_A).$$

Ce qui donne par définition de l'argument :

1. Par les propriétés de l'argument on a :

$$\arg\left(\frac{z_D - z_C}{z_B - z_A}\right) = \arg(z_D - z_C) - \arg(z_B - z_A).$$

Ce qui donne par définition de l'argument :

$$\arg\left(\frac{z_D - z_C}{z_B - z_A}\right) = \left(\widehat{\vec{u}\ ;\ \overrightarrow{CD}}\right) - \left(\widehat{\vec{u}\ ;\ \overrightarrow{AB}}\right)[2\pi]$$

1. Par les propriétés de l'argument on a :

$$\arg\left(\frac{z_D - z_C}{z_B - z_A}\right) = \arg(z_D - z_C) - \arg(z_B - z_A).$$

Ce qui donne par définition de l'argument :

$$\begin{aligned}\arg\left(\frac{z_D - z_C}{z_B - z_A}\right) &= \left(\widehat{\overrightarrow{u}\ ;\ \overrightarrow{CD}}\right) - \left(\widehat{\overrightarrow{u}\ ;\ \overrightarrow{AB}}\right)[2\pi] \\ &= \left(\widehat{\overrightarrow{AB}\ ;\ \overrightarrow{u}}\right) + \left(\widehat{\overrightarrow{u}\ ;\ \overrightarrow{CD}}\right)[2\pi]\end{aligned}$$

1. Par les propriétés de l'argument on a :

$$\arg\left(\frac{z_D - z_C}{z_B - z_A}\right) = \arg(z_D - z_C) - \arg(z_B - z_A).$$

Ce qui donne par définition de l'argument :

$$\begin{aligned}\arg\left(\frac{z_D - z_C}{z_B - z_A}\right) &= \left(\widehat{\vec{u}\ ;\ \overrightarrow{CD}}\right) - \left(\widehat{\vec{u}\ ;\ \overrightarrow{AB}}\right)[2\pi] \\ &= \left(\widehat{\overrightarrow{AB}\ ;\ \vec{u}}\right) + \left(\widehat{\vec{u}\ ;\ \overrightarrow{CD}}\right)[2\pi]\end{aligned}$$

Et enfin, grâce à la relation de Chasles pour les angles de vecteurs :

correction

1. Par les propriétés de l'argument on a :

$$\arg\left(\frac{z_D - z_C}{z_B - z_A}\right) = \arg(z_D - z_C) - \arg(z_B - z_A).$$

Ce qui donne par définition de l'argument :

$$\begin{aligned}\arg\left(\frac{z_D - z_C}{z_B - z_A}\right) &= \left(\widehat{\overrightarrow{u}\ ;\ \overrightarrow{CD}}\right) - \left(\widehat{\overrightarrow{u}\ ;\ \overrightarrow{AB}}\right)[2\pi] \\ &= \left(\widehat{\overrightarrow{AB}\ ;\ \overrightarrow{u}}\right) + \left(\widehat{\overrightarrow{u}\ ;\ \overrightarrow{CD}}\right)[2\pi]\end{aligned}$$

Et enfin, grâce à la relation de Chasles pour les angles de vecteurs :

$$\arg\left(\frac{z_D - z_C}{z_B - z_A}\right) = \left(\widehat{\overrightarrow{AB}\ ;\ \overrightarrow{CD}}\right)[2\pi]$$

correction

2 a) Une mesure en radians de l'angle $\widehat{\left(\overrightarrow{BA}\ ;\ \overrightarrow{BC}\right)}$ est donnée par $\arg\left(\dfrac{z_C - z_B}{z_A - z_B}\right)$. Or :

2 a) Une mesure en radians de l'angle $\left(\widehat{\overrightarrow{BA}\,;\,\overrightarrow{BC}}\right)$ est donnée par $\arg\left(\dfrac{z_C - z_B}{z_A - z_B}\right)$. Or :

$$\frac{z_C - z_B}{z_A - z_B} = \frac{-1 + \frac{3}{2}\mathrm{i}}{3 + 2\mathrm{i}}$$

2 a) Une mesure en radians de l'angle $\widehat{\left(\overrightarrow{BA}\ ;\ \overrightarrow{BC}\right)}$ est donnée par $\arg\left(\dfrac{z_C - z_B}{z_A - z_B}\right)$. Or :

$$\begin{aligned}\frac{z_C - z_B}{z_A - z_B} &= \frac{-1 + \dfrac{3}{2}\mathrm{i}}{3 + 2\mathrm{i}} \\ &= \frac{-2 + 3\mathrm{i}}{2(3 + 2\mathrm{i})}\end{aligned}$$

correction

2 a) Une mesure en radians de l'angle $\widehat{\left(\overrightarrow{BA}\,;\,\overrightarrow{BC}\right)}$ est donnée par $\arg\left(\dfrac{z_C - z_B}{z_A - z_B}\right)$. Or :

$$\begin{aligned}\frac{z_C - z_B}{z_A - z_B} &= \frac{-1 + \frac{3}{2}\mathrm{i}}{3 + 2\mathrm{i}} \\ &= \frac{-2 + 3\mathrm{i}}{2(3 + 2\mathrm{i})} \\ &= \frac{(-2 + 3\mathrm{i})((3 - 2\mathrm{i})}{2(3 + 2\mathrm{i})(3 - 2\mathrm{i})}\end{aligned}$$

2 a) Une mesure en radians de l'angle $\left(\widehat{\overrightarrow{BA}\,;\,\overrightarrow{BC}}\right)$ est donnée par $\arg\left(\dfrac{z_C - z_B}{z_A - z_B}\right)$. Or :

$$\begin{aligned}
\frac{z_C - z_B}{z_A - z_B} &= \frac{-1 + \frac{3}{2}\mathrm{i}}{3 + 2\mathrm{i}} \\
&= \frac{-2 + 3\mathrm{i}}{2(3 + 2\mathrm{i})} \\
&= \frac{(-2 + 3\mathrm{i})((3 - 2\mathrm{i})}{2(3 + 2\mathrm{i})(3 - 2\mathrm{i})} \\
&= \frac{-6 + 4\mathrm{i} + 9\mathrm{i} - 6\mathrm{i}^2}{2(3^2 + 2^2)}
\end{aligned}$$

2 a) Une mesure en radians de l'angle $\left(\widehat{\overrightarrow{BA}\ ;\ \overrightarrow{BC}}\right)$ est donnée par $\arg\left(\dfrac{z_C - z_B}{z_A - z_B}\right)$. Or :

$$\begin{aligned}\frac{z_C - z_B}{z_A - z_B} &= \frac{-1 + \frac{3}{2}\mathrm{i}}{3 + 2\mathrm{i}} \\ &= \frac{-2 + 3\mathrm{i}}{2(3 + 2\mathrm{i})} \\ &= \frac{(-2 + 3\mathrm{i})((3 - 2\mathrm{i})}{2(3 + 2\mathrm{i})(3 - 2\mathrm{i})} \\ &= \frac{-6 + 4\mathrm{i} + 9\mathrm{i} - 6\mathrm{i}^2}{2(3^2 + 2^2)} \\ &= \frac{-6 + 13\mathrm{i} + 6}{26}\end{aligned}$$

2 a) Une mesure en radians de l'angle $\left(\widehat{\overrightarrow{BA}\ ;\ \overrightarrow{BC}}\right)$ est donnée par $\arg\left(\dfrac{z_C - z_B}{z_A - z_B}\right)$. Or :

$$\begin{aligned}\frac{z_C - z_B}{z_A - z_B} &= \frac{-1 + \frac{3}{2}\mathrm{i}}{3 + 2\mathrm{i}} \\ &= \frac{-2 + 3\mathrm{i}}{2(3 + 2\mathrm{i})} \\ &= \frac{(-2 + 3\mathrm{i})((3 - 2\mathrm{i})}{2(3 + 2\mathrm{i})(3 - 2\mathrm{i})} \\ &= \frac{-6 + 4\mathrm{i} + 9\mathrm{i} - 6\mathrm{i}^2}{2(3^2 + 2^2)} \\ &= \frac{-6 + 13\mathrm{i} + 6}{26} \\ &= \frac{1}{2}\mathrm{i}\end{aligned}$$

2 a) Ainsi,

2 a) Ainsi,

$$arg\left(\frac{z_C - z_B}{z_A - z_B}\right) = \frac{\pi}{2} \ [2\pi]$$

2 a) Ainsi,

$$arg\left(\frac{z_C - z_B}{z_A - z_B}\right) = \frac{\pi}{2} \ [2\pi]$$

et

$$\left(\widehat{\overrightarrow{BA} \, ; \, \overrightarrow{BC}}\right) = \frac{\pi}{2} \ [2\pi]$$

2 a) Ainsi,

$$arg\left(\frac{z_C - z_B}{z_A - z_B}\right) = \frac{\pi}{2} \ [2\pi]$$

et

$$\left(\widehat{\overrightarrow{BA} \ ; \ \overrightarrow{BC}}\right) = \frac{\pi}{2} \ [2\pi]$$

Le triangle ABC est donc rectangle en B.

2 b) Une mesure en radians de l'angle $\widehat{\left(\overrightarrow{BA}\,;\,\overrightarrow{BC}\right)}$ est donnée par $\arg\left(\dfrac{z_C - z_B}{z_A - z_B}\right)$. Or :

2 b) Une mesure en radians de l'angle $\widehat{\left(\overrightarrow{BA}\,;\,\overrightarrow{BC}\right)}$ est donnée par $\arg\left(\dfrac{z_C - z_B}{z_A - z_B}\right)$. Or :

$$\frac{z_C - z_B}{z_A - z_B} = \frac{(-2-3\mathrm{i})-(1-4\mathrm{i})}{(2-\mathrm{i})-(1-4\mathrm{i})}$$

2 b) Une mesure en radians de l'angle $\left(\widehat{\overrightarrow{BA}\ ;\ \overrightarrow{BC}}\right)$ est donnée par $\arg\left(\dfrac{z_C - z_B}{z_A - z_B}\right)$. Or :

$$\begin{aligned}\frac{z_C - z_B}{z_A - z_B} &= \frac{(-2-3\mathrm{i})-(1-4\mathrm{i})}{(2-\mathrm{i})-(1-4\mathrm{i})}\\ &= \frac{-3+\mathrm{i}}{1+3\mathrm{i}}\end{aligned}$$

2 b) Une mesure en radians de l'angle $\widehat{\left(\overrightarrow{BA}\,;\,\overrightarrow{BC}\right)}$ est donnée par $\arg\left(\dfrac{z_C - z_B}{z_A - z_B}\right)$. Or :

$$\begin{aligned}
\frac{z_C - z_B}{z_A - z_B} &= \frac{(-2-3\mathrm{i})-(1-4\mathrm{i})}{(2-\mathrm{i})-(1-4\mathrm{i})} \\
&= \frac{-3+\mathrm{i}}{1+3\mathrm{i}} \\
&= \frac{(-3+\mathrm{i})(1-3\mathrm{i})}{(1+3\mathrm{i})(1-3\mathrm{i})}
\end{aligned}$$

2 b) Une mesure en radians de l'angle $\widehat{\left(\overrightarrow{BA}\,;\,\overrightarrow{BC}\right)}$ est donnée par $\arg\left(\dfrac{z_C - z_B}{z_A - z_B}\right)$. Or :

$$\begin{aligned}
\frac{z_C - z_B}{z_A - z_B} &= \frac{(-2-3\mathrm{i})-(1-4\mathrm{i})}{(2-\mathrm{i})-(1-4\mathrm{i})}\\
&= \frac{-3+\mathrm{i}}{1+3\mathrm{i}}\\
&= \frac{(-3+\mathrm{i})(1-3\mathrm{i})}{(1+3\mathrm{i})(1-3\mathrm{i})}\\
&= \frac{-3+9\mathrm{i}+\mathrm{i}-3\mathrm{i}^2}{1^2+3^2}
\end{aligned}$$

2 b) Une mesure en radians de l'angle $\left(\widehat{\overrightarrow{BA}\,;\,\overrightarrow{BC}}\right)$ est donnée par $\arg\left(\dfrac{z_C - z_B}{z_A - z_B}\right)$. Or :

$$\begin{aligned}
\frac{z_C - z_B}{z_A - z_B} &= \frac{(-2-3i)-(1-4i)}{(2-i)-(1-4i)} \\
&= \frac{-3+i}{1+3i} \\
&= \frac{(-3+i)(1-3i)}{(1+3i)(1-3i)} \\
&= \frac{-3+9i+i-3i^2}{1^2+3^2} \\
&= \frac{-3+10i+3}{10}
\end{aligned}$$

2 b) Une mesure en radians de l'angle $\widehat{\left(\overrightarrow{BA}\,;\,\overrightarrow{BC}\right)}$ est donnée par $\arg\left(\dfrac{z_C - z_B}{z_A - z_B}\right)$. Or :

$$\begin{aligned}
\frac{z_C - z_B}{z_A - z_B} &= \frac{(-2-3\mathrm{i})-(1-4\mathrm{i})}{(2-\mathrm{i})-(1-4\mathrm{i})} \\
&= \frac{-3+\mathrm{i}}{1+3\mathrm{i}} \\
&= \frac{(-3+\mathrm{i})(1-3\mathrm{i})}{(1+3\mathrm{i})(1-3\mathrm{i})} \\
&= \frac{-3+9\mathrm{i}+\mathrm{i}-3\mathrm{i}^2}{1^2+3^2} \\
&= \frac{-3+10\mathrm{i}+3}{10} \\
&= \mathrm{i}
\end{aligned}$$

2 b) Ainsi,

2 b) Ainsi,

$$arg\left(\frac{z_C - z_B}{z_A - z_B}\right) = \frac{\pi}{2} \ [2\pi]$$

correction

2 b) Ainsi,

$$arg\left(\frac{z_C - z_B}{z_A - z_B}\right) = \frac{\pi}{2} \;\; [2\pi]$$

et

$$\left(\widehat{\overrightarrow{BA}\,;\,\overrightarrow{BC}}\right) = \frac{\pi}{2} \;\; [2\pi]$$

2 b) Ainsi,

$$arg\left(\frac{z_C - z_B}{z_A - z_B}\right) = \frac{\pi}{2} \ [2\pi]$$

et

$$\left(\widehat{\overrightarrow{BA}\ ;\ \overrightarrow{BC}}\right) = \frac{\pi}{2} \ [2\pi]$$

Le triangle ABC est donc rectangle en B.

2 c) Une mesure en radians de l'angle $\left(\widehat{\overrightarrow{BA}\ ;\ \overrightarrow{BC}}\right)$ est donnée par $\arg\left(\dfrac{z_C - z_B}{z_A - z_B}\right)$. Or :

2 c) Une mesure en radians de l'angle $\left(\widehat{\overrightarrow{BA}\,;\,\overrightarrow{BC}}\right)$ est donnée par $\arg\left(\dfrac{z_C - z_B}{z_A - z_B}\right)$. Or :

$$\frac{z_C - z_B}{z_A - z_B} = \frac{(4 - \mathrm{i}) - (-2 + 3\mathrm{i})}{-4 - (-2 + 3\mathrm{i})}$$

2 c) Une mesure en radians de l'angle $\left(\widehat{\overrightarrow{BA}\ ;\ \overrightarrow{BC}}\right)$ est donnée par $\arg\left(\dfrac{z_C - z_B}{z_A - z_B}\right)$. Or :

$$\begin{aligned}\frac{z_C - z_B}{z_A - z_B} &= \frac{(4 - \mathrm{i}) - (-2 + 3\mathrm{i})}{-4 - (-2 + 3\mathrm{i})} \\ &= \frac{6 - 4\mathrm{i}}{-2 - 3\mathrm{i}}\end{aligned}$$

2 c) Une mesure en radians de l'angle $\left(\widehat{\overrightarrow{BA}\,;\,\overrightarrow{BC}}\right)$ est donnée par $\arg\left(\dfrac{z_C - z_B}{z_A - z_B}\right)$. Or :

$$\begin{aligned}
\frac{z_C - z_B}{z_A - z_B} &= \frac{(4-\mathrm{i}) - (-2+3\mathrm{i})}{-4-(-2+3\mathrm{i})} \\
&= \frac{6-4\mathrm{i}}{-2-3\mathrm{i}} \\
&= \frac{(6-4\mathrm{i})(-2+3\mathrm{i})}{(-2-3\mathrm{i})(-2+3\mathrm{i})}
\end{aligned}$$

2 c) Une mesure en radians de l'angle $\left(\widehat{\overrightarrow{BA}\,;\,\overrightarrow{BC}}\right)$ est donnée par $\arg\left(\dfrac{z_C - z_B}{z_A - z_B}\right)$. Or :

$$\begin{aligned}
\frac{z_C - z_B}{z_A - z_B} &= \frac{(4-\mathrm{i}) - (-2+3\mathrm{i})}{-4-(-2+3\mathrm{i})} \\
&= \frac{6-4\mathrm{i}}{-2-3\mathrm{i}} \\
&= \frac{(6-4\mathrm{i})(-2+3\mathrm{i})}{(-2-3\mathrm{i})(-2+3\mathrm{i})} \\
&= \frac{-12+18\mathrm{i}+8\mathrm{i}-12\mathrm{i}^2}{(-2)^2+3^2}
\end{aligned}$$

2 c) Une mesure en radians de l'angle $\left(\widehat{\overrightarrow{BA}\ ;\ \overrightarrow{BC}}\right)$ est donnée par $\arg\left(\dfrac{z_C - z_B}{z_A - z_B}\right)$. Or :

$$\begin{aligned}
\frac{z_C - z_B}{z_A - z_B} &= \frac{(4-\mathrm{i}) - (-2+3\mathrm{i})}{-4-(-2+3\mathrm{i})} \\
&= \frac{6-4\mathrm{i}}{-2-3\mathrm{i}} \\
&= \frac{(6-4\mathrm{i})(-2+3\mathrm{i})}{(-2-3\mathrm{i})(-2+3\mathrm{i})} \\
&= \frac{-12+18\mathrm{i}+8\mathrm{i}-12\mathrm{i}^2}{(-2)^2+3^2} \\
&= \frac{-12+26\mathrm{i}+12}{13}
\end{aligned}$$

2 c) Une mesure en radians de l'angle $\widehat{\left(\overrightarrow{BA}\ ;\ \overrightarrow{BC}\right)}$ est donnée par $\arg\left(\dfrac{z_C - z_B}{z_A - z_B}\right)$. Or :

$$\begin{aligned}
\frac{z_C - z_B}{z_A - z_B} &= \frac{(4-\mathrm{i}) - (-2+3\mathrm{i})}{-4-(-2+3\mathrm{i})} \\
&= \frac{6-4\mathrm{i}}{-2-3\mathrm{i}} \\
&= \frac{(6-4\mathrm{i})(-2+3\mathrm{i})}{(-2-3\mathrm{i})(-2+3\mathrm{i})} \\
&= \frac{-12+18\mathrm{i}+8\mathrm{i}-12\mathrm{i}^2}{(-2)^2+3^2} \\
&= \frac{-12+26\mathrm{i}+12}{13} \\
&= 2\mathrm{i}
\end{aligned}$$

correction

2 c) Ainsi,

2 c) Ainsi,

$$arg\left(\frac{z_C - z_B}{z_A - z_B}\right) = \frac{\pi}{2} \ [2\pi]$$

2 c) Ainsi,

$$arg\left(\frac{z_C - z_B}{z_A - z_B}\right) = \frac{\pi}{2} \ [2\pi]$$

et

$$\left(\widehat{\overrightarrow{BA}\ ;\ \overrightarrow{BC}}\right) = \frac{\pi}{2} \ [2\pi]$$

2 c) Ainsi,

$$arg\left(\frac{z_C - z_B}{z_A - z_B}\right) = \frac{\pi}{2} \ [2\pi]$$

et

$$\left(\widehat{\overrightarrow{BA}\ ;\ \overrightarrow{BC}}\right) = \frac{\pi}{2} \ [2\pi]$$

Le triangle ABC est donc rectangle en B.

3. Les 3 triangles étant rectangles en B, s'ils sont isocèles ils ne peuvent l'être qu'en B.

3. Les 3 triangles étant rectangles en B, s'ils sont isocèles ils ne peuvent l'être qu'en B. Or,

$$\frac{BC}{BA} = \left|\frac{z_C - z_B}{z_A - z_B}\right|$$

correction

3. Les 3 triangles étant rectangles en B, s'ils sont isocèles ils ne peuvent l'être qu'en B. Or,

$$\frac{BC}{BA} = \left|\frac{z_C - z_B}{z_A - z_B}\right|$$

Par conséquent, si ce quotient vaut 1, le triangle est isocèle en B sinon, il n'est pas isocèle.

3. Les 3 triangles étant rectangles en B, s'ils sont isocèles ils ne peuvent l'être qu'en B. Or,

$$\frac{BC}{BA} = \left| \frac{z_C - z_B}{z_A - z_B} \right|$$

Par conséquent, si ce quotient vaut 1, le triangle est isocèle en B sinon, il n'est pas isocèle.

a) On a :

$$\frac{z_C - z_B}{z_A - z_B} = \frac{1}{2}\mathrm{i}$$

3 Les 3 triangles étant rectangles en B, s'ils sont isocèles ils ne peuvent l'être qu'en B. Or,

$$\frac{BC}{BA} = \left|\frac{z_C - z_B}{z_A - z_B}\right|$$

Par conséquent, si ce quotient vaut 1, le triangle est isocèle en B sinon, il n'est pas isocèle.

a) On a :

$$\frac{z_C - z_B}{z_A - z_B} = \frac{1}{2}\mathrm{i}$$

et

$$\left|\frac{z_C - z_B}{z_A - z_B}\right| = \frac{1}{2}$$

3 Les 3 triangles étant rectangles en B, s'ils sont isocèles ils ne peuvent l'être qu'en B. Or,

$$\frac{BC}{BA} = \left|\frac{z_C - z_B}{z_A - z_B}\right|$$

Par conséquent, si ce quotient vaut 1, le triangle est isocèle en B sinon, il n'est pas isocèle.

a) On a :

$$\frac{z_C - z_B}{z_A - z_B} = \frac{1}{2}\mathrm{i}$$

et

$$\left|\frac{z_C - z_B}{z_A - z_B}\right| = \frac{1}{2}$$

Par conséquent :

$$\frac{BC}{BA} = \frac{1}{2} \neq 1$$

3 Les 3 triangles étant rectangles en B, s'ils sont isocèles ils ne peuvent l'être qu'en B. Or,

$$\frac{BC}{BA} = \left|\frac{z_C - z_B}{z_A - z_B}\right|$$

Par conséquent, si ce quotient vaut 1, le triangle est isocèle en B sinon, il n'est pas isocèle.

a) On a :

$$\frac{z_C - z_B}{z_A - z_B} = \frac{1}{2}\mathrm{i}$$

et

$$\left|\frac{z_C - z_B}{z_A - z_B}\right| = \frac{1}{2}$$

Par conséquent :

$$\frac{BC}{BA} = \frac{1}{2} \neq 1$$

Le triangle ABC n'est pas isocèle.

3 b) On a :

$$\frac{z_C - z_B}{z_A - z_B} = \mathrm{i}$$

3 b) On a :

$$\frac{z_C - z_B}{z_A - z_B} = \mathrm{i}$$

et

$$\left|\frac{z_C - z_B}{z_A - z_B}\right| = 1$$

3 b) On a :

$$\frac{z_C - z_B}{z_A - z_B} = \mathrm{i}$$

et

$$\left| \frac{z_C - z_B}{z_A - z_B} \right| = 1$$

Par conséquent :

$$\frac{BC}{BA} = 1$$

3 b) On a :

$$\frac{z_C - z_B}{z_A - z_B} = \mathrm{i}$$

et

$$\left|\frac{z_C - z_B}{z_A - z_B}\right| = 1$$

Par conséquent :

$$\frac{BC}{BA} = 1$$

Le triangle ABC est isocèle en B.

3 c) On a :

$$\frac{z_C - z_B}{z_A - z_B} = 2\mathrm{i}$$

3 c) On a :

$$\frac{z_C - z_B}{z_A - z_B} = 2\mathrm{i}$$

et

$$\left|\frac{z_C - z_B}{z_A - z_B}\right| = 2$$

3 c) On a :

$$\frac{z_C - z_B}{z_A - z_B} = 2\mathrm{i}$$

et

$$\left|\frac{z_C - z_B}{z_A - z_B}\right| = 2$$

Par conséquent :

$$\frac{BC}{BA} = 2 \neq 1$$

3 c) On a :

$$\frac{z_C - z_B}{z_A - z_B} = 2\mathrm{i}$$

et

$$\left|\frac{z_C - z_B}{z_A - z_B}\right| = 2$$

Par conséquent :

$$\frac{BC}{BA} = 2 \neq 1$$

Le triangle ABC n'est pas isocèle.