Exercice 64 page 253

Sésamath

Maths TS obligatoire

énoncé

Dans le plan complexe, représenter les points M d'affixe z satisfaisant les conditions suivantes :

1. $\arg(z-1) = \dfrac{\pi}{2}$
2. $|z-3| = 2$
3. $|z-\mathrm{i}| = 5$
4. $2\arg(z) = 0$

Rappel

Soient A et B deux points distincts d'affixes respectives z_A et z_B.

$$AB = ||\overrightarrow{AB}|| = |z_B - z_A|$$

et

$$\arg(z_B - z_A) = \left(\widehat{\overrightarrow{u}\ ;\ \overrightarrow{AB}}\right)\ [2\pi].$$

correction

1. Soit Γ l'ensemble des points M tels que $\arg(z-1) = \dfrac{\pi}{2}$

correction

1. Soit Γ l'ensemble des points M tels que $\arg(z-1) = \dfrac{\pi}{2}$
   Soit U le point d'affixe 1, on a alors :

1. Soit Γ l'ensemble des points M tels que $\arg(z-1) = \dfrac{\pi}{2}$
   Soit U le point d'affixe 1, on a alors :

$$M \in \Gamma$$

1. Soit Γ l'ensemble des points M tels que $\arg(z-1) = \dfrac{\pi}{2}$
   Soit U le point d'affixe 1, on a alors :

$$M \in \Gamma \Leftrightarrow \arg(z_M - 1) = \frac{\pi}{2}$$

1. Soit Γ l'ensemble des points M tels que $\arg(z-1)=\dfrac{\pi}{2}$
Soit U le point d'affixe 1, on a alors :

$$\begin{aligned} M\in\Gamma &\Leftrightarrow \arg(z_M-1)=\frac{\pi}{2}\\ &\Leftrightarrow \arg(z_M-z_U)=\frac{\pi}{2}\end{aligned}$$

1. Soit Γ l'ensemble des points M tels que $\arg(z-1)=\dfrac{\pi}{2}$
   Soit U le point d'affixe 1, on a alors :

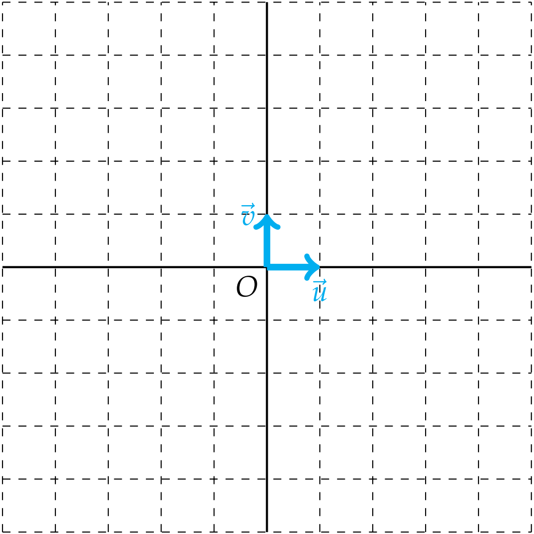
$$\begin{aligned} M\in\Gamma &\Leftrightarrow \arg(z_M-1)=\frac{\pi}{2}\\ &\Leftrightarrow \arg(z_M-z_U)=\frac{\pi}{2}\\ &\Leftrightarrow \left(\widehat{\overrightarrow{u}\,;\,\overrightarrow{UM}}\right)=\frac{\pi}{2}\ [2\pi]\end{aligned}$$

1. Soit Γ l'ensemble des points M tels que $\arg(z-1)=\dfrac{\pi}{2}$
   Soit U le point d'affixe 1, on a alors :

$$\begin{aligned} M \in \Gamma &\Leftrightarrow \arg(z_M - 1) = \frac{\pi}{2} \\ &\Leftrightarrow \arg(z_M - z_U) = \frac{\pi}{2} \\ &\Leftrightarrow \left(\widehat{\overrightarrow{u}\ ;\ \overrightarrow{UM}}\right) = \frac{\pi}{2}\ [2\pi] \end{aligned}$$

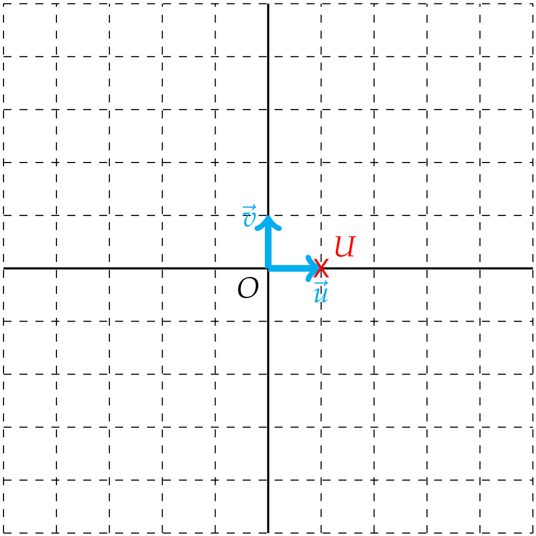
Γ est donc la demi-droite $(U\ ,\ \vec{v})$ privée de U

1

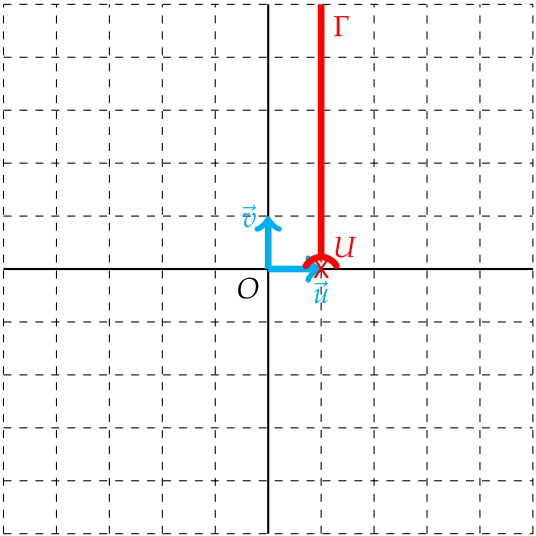


correction

1



1



2. Soit Γ l'ensemble des points M tels que $|z-3|=2$

2. Soit Γ l'ensemble des points M tels que $|z-3|=2$
Soit Ω le point d'affixe 3, on a alors :

2. Soit Γ l'ensemble des points M tels que $|z-3|=2$
   Soit Ω le point d'affixe 3, on a alors :

$$M \in \Gamma$$

2 Soit Γ l'ensemble des points M tels que $|z-3|=2$
Soit Ω le point d'affixe 3, on a alors :

$$M \in \Gamma \Leftrightarrow |z_M - 3| = 2$$

2. Soit Γ l'ensemble des points M tels que $|z-3|=2$
Soit Ω le point d'affixe 3, on a alors :

$$\begin{aligned} M \in \Gamma &\Leftrightarrow |z_M - 3| = 2 \\ &\Leftrightarrow |z_M - z_\Omega| = 2 \end{aligned}$$

2. Soit Γ l'ensemble des points M tels que $|z-3|=2$
   Soit Ω le point d'affixe 3, on a alors :

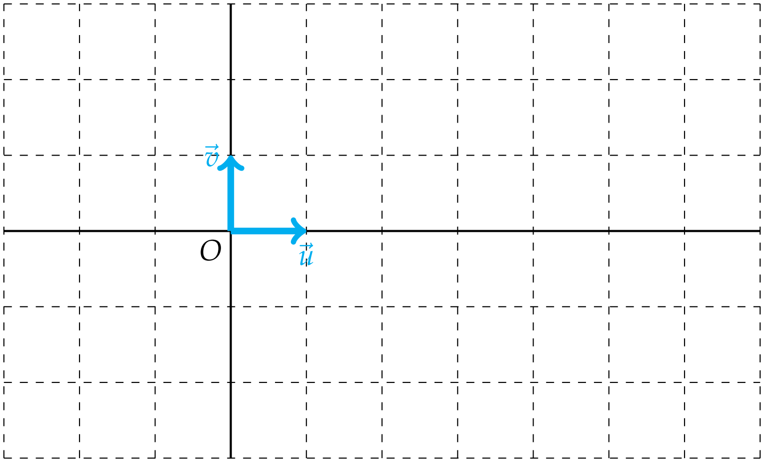
$$\begin{aligned} M \in \Gamma &\Leftrightarrow |z_M - 3| = 2 \\ &\Leftrightarrow |z_M - z_\Omega| = 2 \\ &\Leftrightarrow \Omega M = 2 \end{aligned}$$

2 Soit Γ l'ensemble des points M tels que $|z-3| = 2$
Soit Ω le point d'affixe 3, on a alors :

$$\begin{aligned} M \in \Gamma &\Leftrightarrow |z_M - 3| = 2 \\ &\Leftrightarrow |z_M - z_\Omega| = 2 \\ &\Leftrightarrow \Omega M = 2 \end{aligned}$$

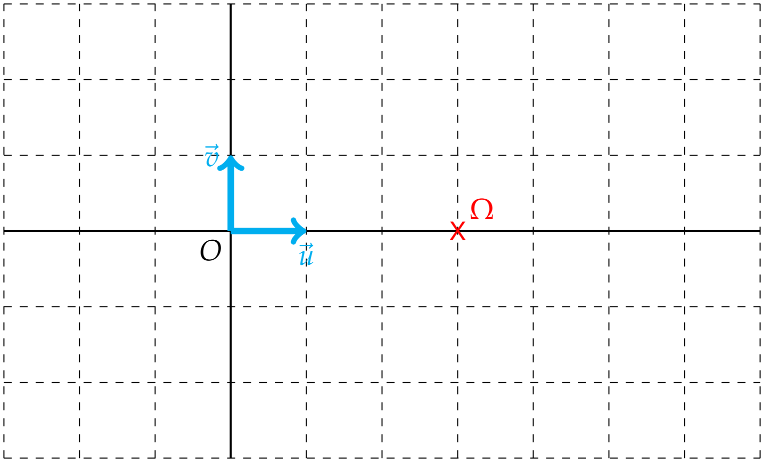
Γ est donc le cercle de centre Ω et de rayon 2.

2



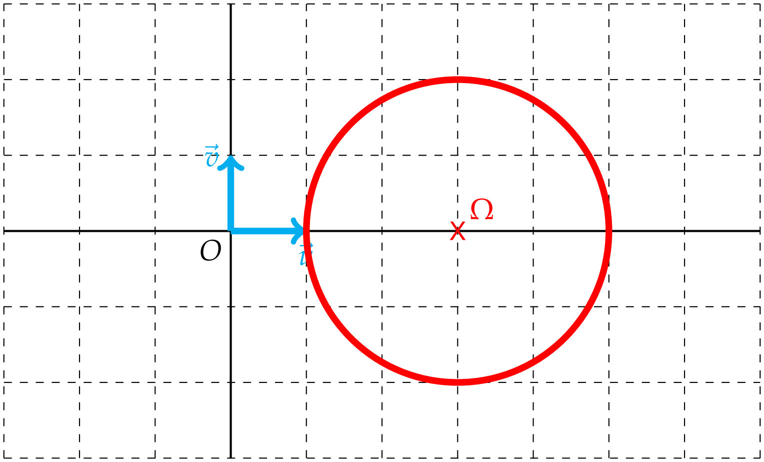
correction

2

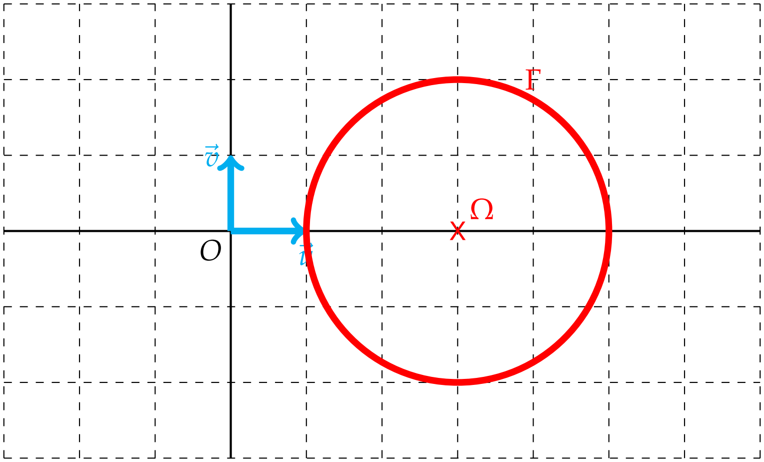


correction

2



2



3. Soit Γ l'ensemble des points M tels que $|z - \mathrm{i}| = 5$

3. Soit Γ l'ensemble des points M tels que $|z - \mathrm{i}| = 5$
   Soit V le point d'affixe i, on a alors :

3. Soit Γ l'ensemble des points M tels que $|z - \mathrm{i}| = 5$
Soit V le point d'affixe i, on a alors :

$$M \in \Gamma$$

3. Soit Γ l'ensemble des points M tels que $|z - \mathrm{i}| = 5$
Soit V le point d'affixe i, on a alors :

$$M \in \Gamma \Leftrightarrow |z_M - \mathrm{i}| = 5$$

3. Soit Γ l'ensemble des points M tels que $|z - \mathrm{i}| = 5$
Soit V le point d'affixe i, on a alors :

$$\begin{aligned} M \in \Gamma &\Leftrightarrow |z_M - \mathrm{i}| = 5 \\ &\Leftrightarrow |z_M - z_V| = 5 \end{aligned}$$

3. Soit Γ l'ensemble des points M tels que $|z - \mathrm{i}| = 5$
Soit V le point d'affixe i, on a alors :

$$\begin{aligned} M \in \Gamma &\Leftrightarrow |z_M - \mathrm{i}| = 5 \\ &\Leftrightarrow |z_M - z_V| = 5 \\ &\Leftrightarrow VM = 5 \end{aligned}$$

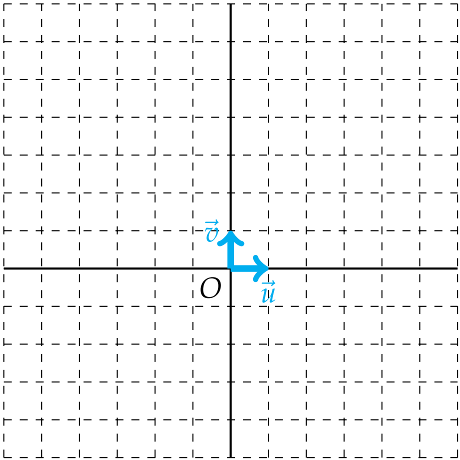
3. Soit Γ l'ensemble des points M tels que $|z - \mathrm{i}| = 5$
Soit V le point d'affixe i, on a alors :

$$\begin{aligned} M \in \Gamma &\Leftrightarrow |z_M - \mathrm{i}| = 5 \\ &\Leftrightarrow |z_M - z_V| = 5 \\ &\Leftrightarrow VM = 5 \end{aligned}$$

Γ est donc le cercle de centre V et de rayon 5.

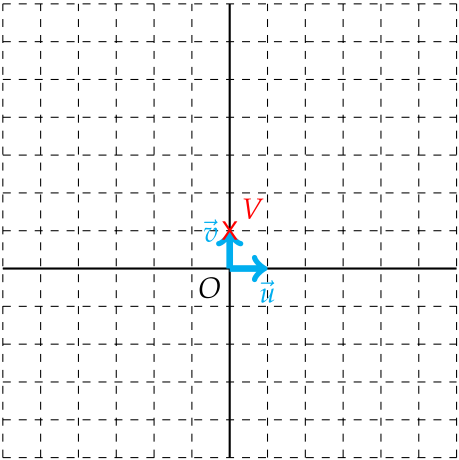
correction

3

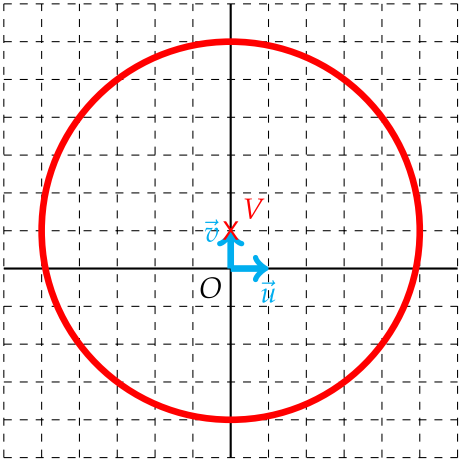


correction

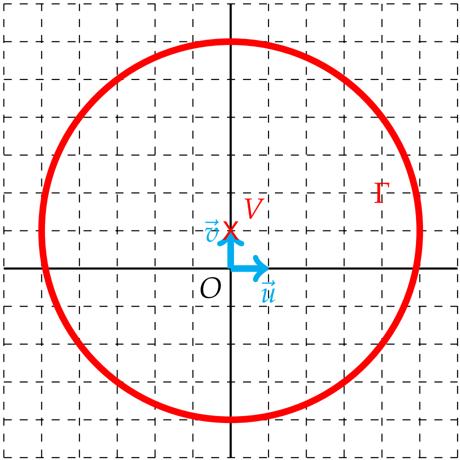
3



3



3



4 Soit Γ l'ensemble des points M tels que $2\arg(z) = 0$

correction

4. Soit Γ l'ensemble des points M tels que $2\arg(z) = 0$

$$M \in \Gamma$$

correction

4. Soit Γ l'ensemble des points M tels que $2\arg(z) = 0$

$$M \in \Gamma \Leftrightarrow 2\arg(z_M) = 0$$

4 Soit Γ l'ensemble des points M tels que $2\arg(z) = 0$

$$
\begin{aligned}
M \in \Gamma &\Leftrightarrow 2\arg(z_M) = 0 \\
&\Leftrightarrow \left(2\arg(z_M) = k2\pi \qquad (k \in \mathbb{Z})\right)
\end{aligned}
$$

correction

4 Soit Γ l'ensemble des points M tels que $2\arg(z) = 0$

$$\begin{aligned}
M \in \Gamma &\Leftrightarrow 2\arg(z_M) = 0 \\
&\Leftrightarrow \left(2\arg(z_M) = k2\pi \qquad (k \in \mathbb{Z})\right) \\
&\Leftrightarrow \left(\arg(z_M - z_O) = k\pi \qquad (k \in \mathbb{Z})\right)
\end{aligned}$$

4 Soit Γ l'ensemble des points M tels que $2\arg(z) = 0$

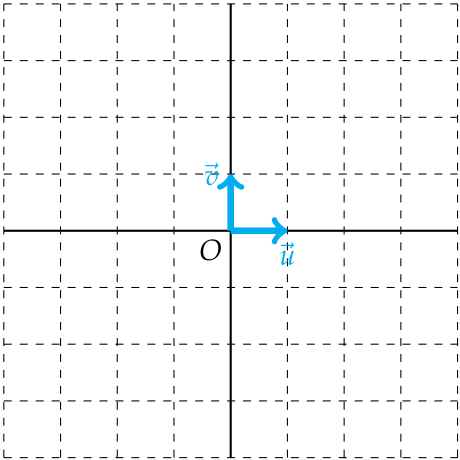
$$\begin{aligned} M \in \Gamma &\Leftrightarrow 2\arg(z_M) = 0 \\ &\Leftrightarrow \left(2\arg(z_M) = k2\pi \qquad (k \in \mathbb{Z})\right) \\ &\Leftrightarrow \left(\arg(z_M - z_O) = k\pi \qquad (k \in \mathbb{Z})\right) \\ &\Leftrightarrow \left(\widehat{\left(\overrightarrow{u}\ ;\ \overrightarrow{OM}\right)} = k\pi \qquad (k \in \mathbb{Z})\right) \end{aligned}$$

4 Soit Γ l'ensemble des points M tels que $2\arg(z) = 0$

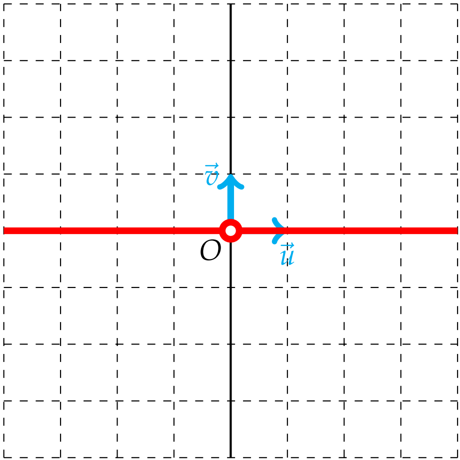
$$\begin{aligned} M \in \Gamma &\Leftrightarrow 2\arg(z_M) = 0 \\ &\Leftrightarrow \Big(2\arg(z_M) = k2\pi \qquad (k \in \mathbb{Z})\Big) \\ &\Leftrightarrow \Big(\arg(z_M - z_O) = k\pi \qquad (k \in \mathbb{Z})\Big) \\ &\Leftrightarrow \Big(\big(\widehat{\overrightarrow{u}\ ;\ \overrightarrow{OM}}\big) = k\pi \qquad (k \in \mathbb{Z})\Big) \end{aligned}$$

Γ est donc la droite $\left(O\ ;\ \vec{u}\right)$ privée de O.

4



4



4