Exercice 60 page 253

Sésamath

Maths TS obligatoire

énoncé

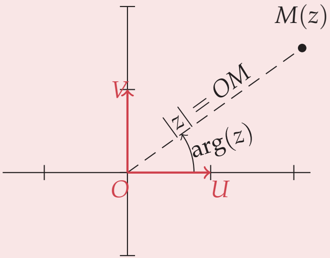
Dans le plan complexe représenter, dans chacun des cas suivants, les points M dont les affixes z remplissent la condition donnée :

1. $\arg(z) = \dfrac{\pi}{3}$
2. $|z| = 5$
3. $|z| = 3$ et $\arg(z) = \pm\pi$
4. $\arg(z) = -\pi$

Rappel

Soit z un complexe. M (ou $\overrightarrow{w}$) un point (ou un vecteur) d'affixe z.

- On appelle **module** de z la distance OM (ou la norme $||\overrightarrow{w}||$). Le module de z est noté $|z|$.
- Si $z \neq 0$, on appelle **argument** de z une mesure en radians de l'angle $\left(\widehat{\overrightarrow{u}\ ;\ \overrightarrow{OM}}\right)$ (ou $(\widehat{\overrightarrow{u}\ ;\ \overrightarrow{w}})$). Un argument de z est noté $\arg(z)$.
- Le complexe nul n'a pas d'argument et a pour module 0.



correction

1. Soit Γ l'ensemble des points M tels que $\arg(z) = \dfrac{\pi}{3}$

1 Soit Γ l'ensemble des points M tels que $\arg(z) = \dfrac{\pi}{3}$

$$M \in \Gamma$$

1. Soit Γ l'ensemble des points M tels que $\arg(z) = \dfrac{\pi}{3}$

$$M \in \Gamma \Leftrightarrow \arg(z_M) = \frac{\pi}{3}$$

1. Soit Γ l'ensemble des points M tels que $\arg(z) = \dfrac{\pi}{3}$

$$\begin{aligned} M \in \Gamma &\Leftrightarrow \arg(z_M) = \frac{\pi}{3} \\ &\Leftrightarrow \left(\widehat{\overrightarrow{u}\ ;\ \overrightarrow{OM}}\right) = \frac{\pi}{3}\ [2\pi] \end{aligned}$$

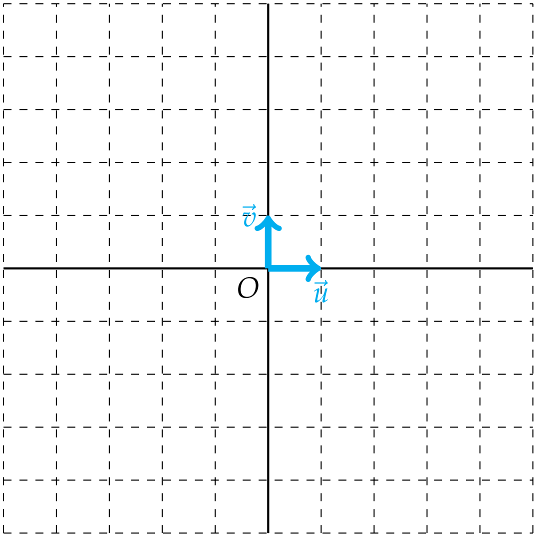
1 Soit Γ l'ensemble des points M tels que $\arg(z) = \dfrac{\pi}{3}$

$$\begin{aligned} M \in \Gamma &\Leftrightarrow \arg(z_M) = \frac{\pi}{3} \\ &\Leftrightarrow \left(\widehat{\overrightarrow{u}\ ;\ \overrightarrow{OM}}\right) = \frac{\pi}{3}\ [2\pi] \end{aligned}$$

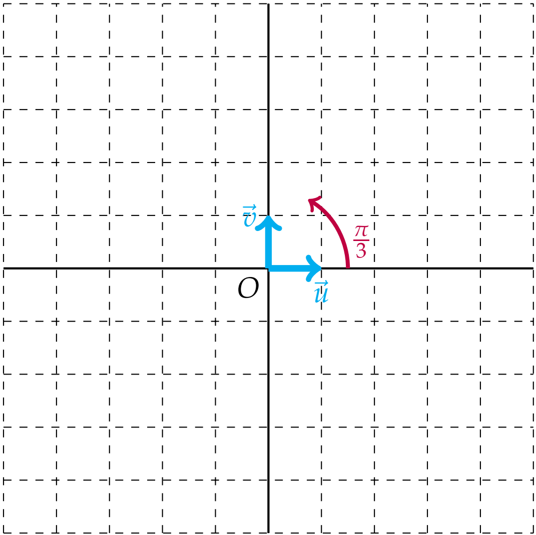
Γ est donc la demi-droite issue de l'origine (exclue) et formant un angle de $\dfrac{\pi}{3}$ avec l'axe des abscisses.

correction

1

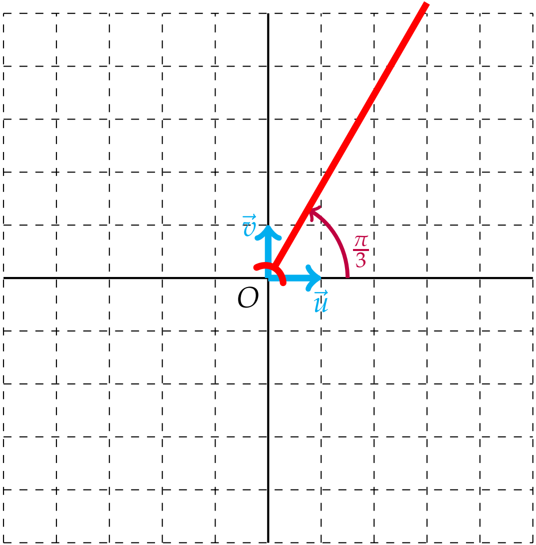


1



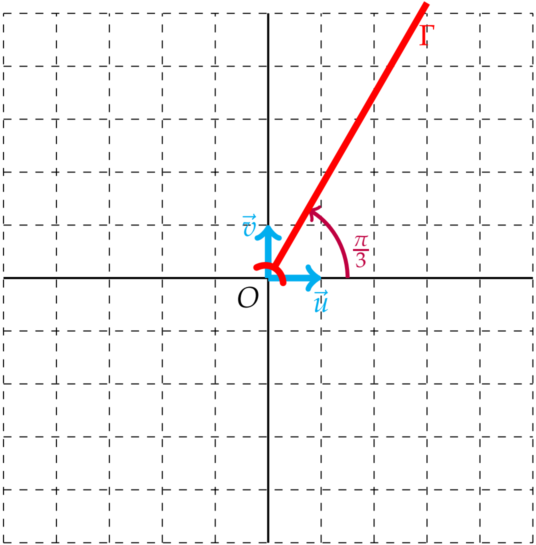
correction

1



correction

1



2. Soit Γ l'ensemble des points M tels que $|z| = 5$

2. Soit Γ l'ensemble des points M tels que $|z| = 5$

$$M \in \Gamma$$

2 Soit Γ l'ensemble des points M tels que $|z| = 5$

$$M \in \Gamma \Leftrightarrow |z_M| = 5$$

2 Soit Γ l'ensemble des points M tels que $|z| = 5$

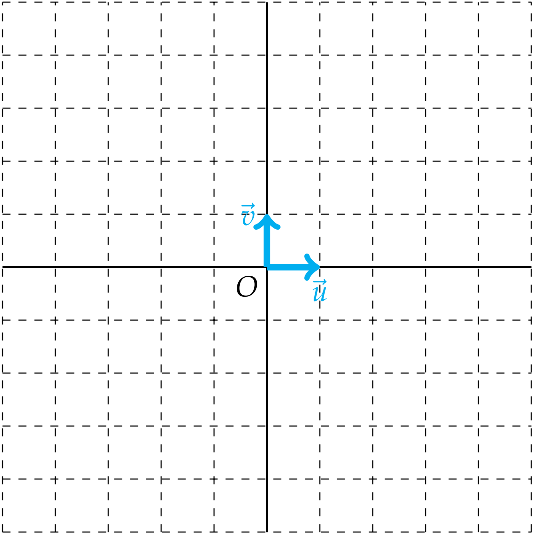
$$\begin{aligned} M \in \Gamma &\Leftrightarrow |z_M| = 5 \\ &\Leftrightarrow OM = 5 \end{aligned}$$

2 Soit Γ l'ensemble des points M tels que $|z| = 5$

$$\begin{aligned} M \in \Gamma &\Leftrightarrow |z_M| = 5 \\ &\Leftrightarrow OM = 5 \end{aligned}$$

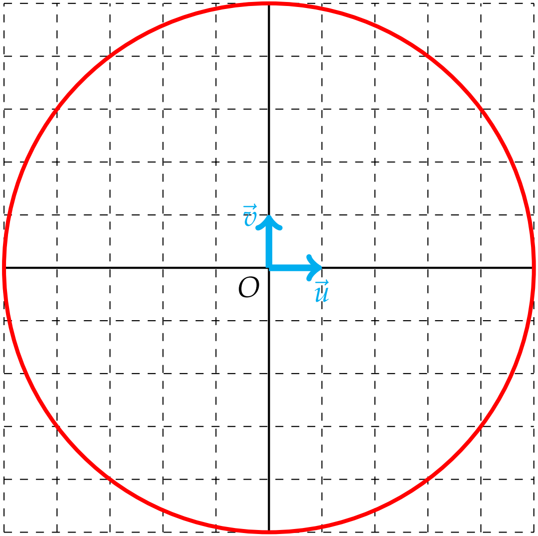
Γ est donc le cercle de centre O et de rayon 5.

2



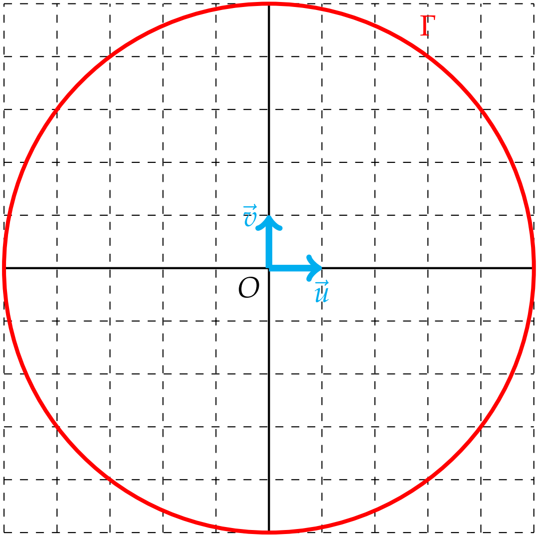
correction

2



correction

2



correction

3. Soit Γ l'ensemble des points M tels que $|z| = 3$ et $\arg(z) = \pm\pi$

3. Soit Γ l'ensemble des points M tels que $|z| = 3$ et $\arg(z) = \pm\pi$

$$M \in \Gamma$$

3 Soit Γ l'ensemble des points M tels que $|z| = 3$ et $\arg(z) = \pm\pi$

$$M \in \Gamma \Leftrightarrow \begin{cases} |z_M| = 3 \\ \arg(z) = \pm\pi \end{cases}$$

3 Soit Γ l'ensemble des points M tels que $|z| = 3$ et $\arg(z) = \pm\pi$

$$M \in \Gamma \Leftrightarrow \begin{cases} |z_M| = 3 \\ \arg(z) = \pm\pi \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} OM = 3 \\ \left(\widehat{\overrightarrow{u}\ ;\ \overrightarrow{OM}}\right) = \pm\pi\ [2\pi] \end{cases}$$

3 Soit Γ l'ensemble des points M tels que $|z| = 3$ et $\arg(z) = \pm\pi$

$$M \in \Gamma \Leftrightarrow \begin{cases} |z_M| = 3 \\ \arg(z) = \pm\pi \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} OM = 3 \\ \left(\widehat{\overrightarrow{u}\ ;\ \overrightarrow{OM}}\right) = \pm\pi\ [2\pi] \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} OM = 3 \\ \left(\widehat{\overrightarrow{u}\ ;\ \overrightarrow{OM}}\right) = \pi\ [2\pi] \end{cases}$$

correction

3 Soit Γ l'ensemble des points M tels que $|z| = 3$ et $\arg(z) = \pm\pi$

$$M \in \Gamma \Leftrightarrow \begin{cases} |z_M| = 3 \\ \arg(z) = \pm\pi \end{cases}$$

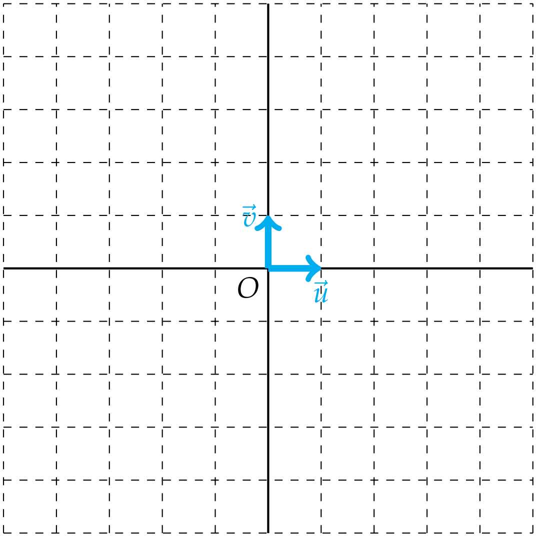
$$\Leftrightarrow \begin{cases} OM = 3 \\ \left(\overrightarrow{u}\ ;\ \overrightarrow{OM}\right) = \pm\pi\ [2\pi] \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} OM = 3 \\ \left(\overrightarrow{u}\ ;\ \overrightarrow{OM}\right) = \pi\ [2\pi] \end{cases}$$

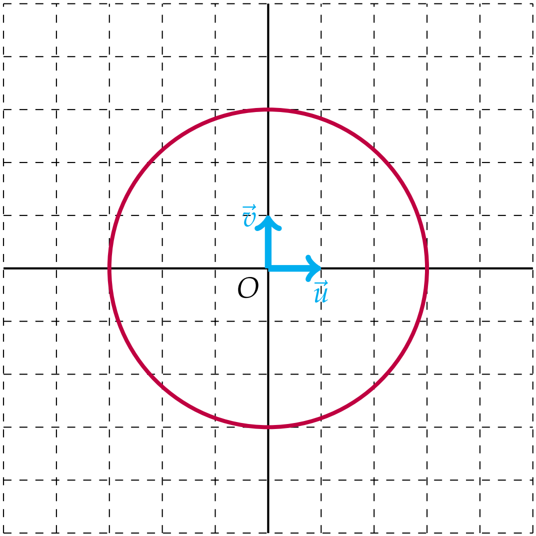
Γ est donc le point A du cercle de centre l'origine et de rayon 3 situé sur la partie de l'axe des réels avec une partie réelle négative.

correction

3

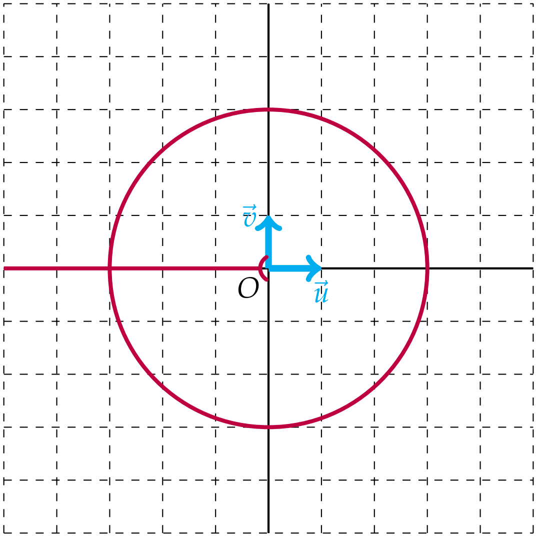


3

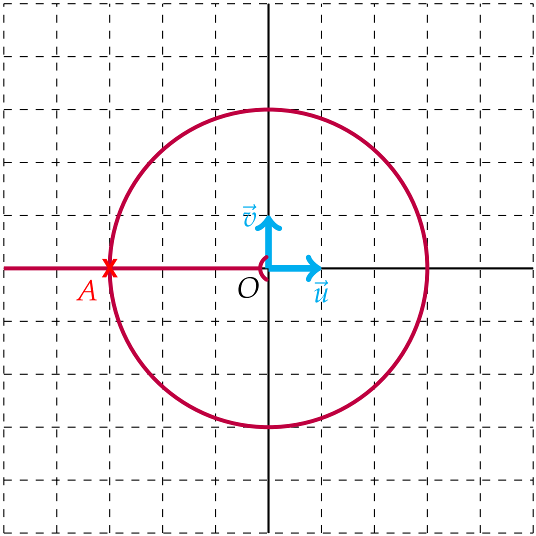


correction

3



3



4. Soit Γ l'ensemble des points M tels que $\arg(z) = -\pi$

4 Soit Γ l'ensemble des points M tels que $\arg(z) = -\pi$

$$M \in \Gamma$$

4 Soit Γ l'ensemble des points M tels que $\arg(z) = -\pi$

$$M \in \Gamma \Leftrightarrow \arg(z_M) = -\pi$$

4. Soit Γ l'ensemble des points M tels que $\arg(z) = -\pi$

$$\begin{aligned} M \in \Gamma &\Leftrightarrow \arg(z_M) = -\pi \\ &\Leftrightarrow \left(\widehat{\overrightarrow{u}\ ;\ \overrightarrow{OM}}\right) = -\pi\ [2\pi] \end{aligned}$$

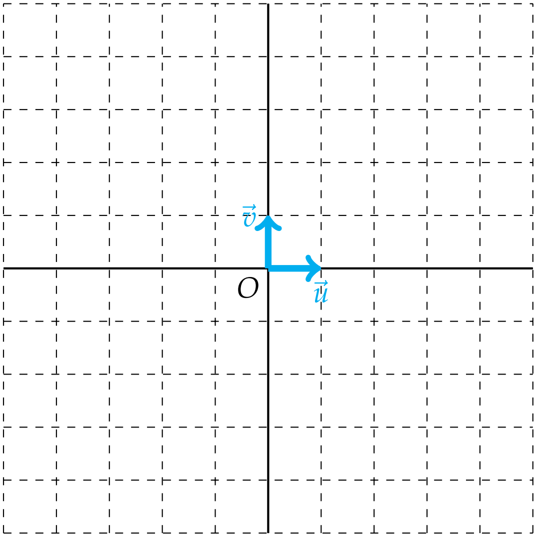
4 Soit Γ l'ensemble des points M tels que $\arg(z) = -\pi$

$$\begin{aligned} M \in \Gamma &\Leftrightarrow \arg(z_M) = -\pi \\ &\Leftrightarrow \left(\widehat{\vec{u}\ ;\ \overrightarrow{OM}}\right) = -\pi\ [2\pi] \end{aligned}$$

Γ est donc la partie de l'axe des réels avec une partie réelle négative (sauf l'origine).

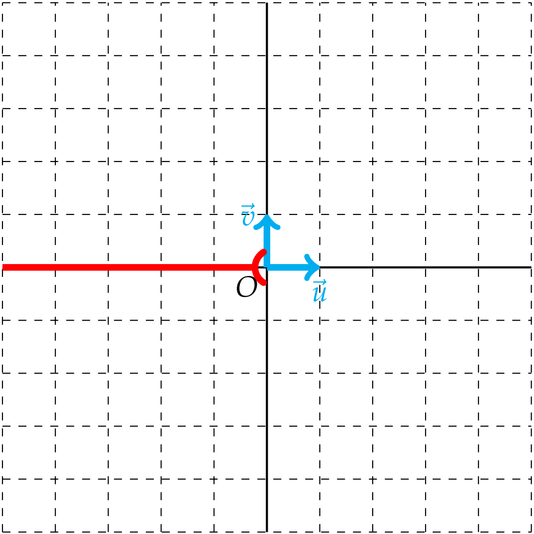
correction

4



correction

4



4