# Exercice 51 page 252

Sésamath

Maths TS obligatoire

Résoudre dans $\mathbb{C}$ les équations suivantes :

1. $z^2 - 3z = 0$
2. $4z^2 - 4z + 5 = 0$
3. $z^2 + z + 1 = 0$
4. $-2z^2 + 6z + 5 = 0$

# correction

1

$$z^2 - 3z = 0$$

# correction

1

$$z^2 - 3z = 0 \Leftrightarrow z(z-3) = 0$$

1

$$z^2 - 3z = 0 \Leftrightarrow z(z-3) = 0$$
$$\Leftrightarrow \left(z = 0 \quad ou \quad z = 3\right)$$

# correction

1

$$z^2 - 3z = 0 \Leftrightarrow z(z-3) = 0$$
$$\Leftrightarrow \Big(z = 0 \quad ou \quad z = 3\Big)$$

Les solutions de l'équation sont :

$$S = \{0\,;\,3\}$$

## Rappel

Soit $az^2 + bz + c = 0$, $a \in \mathbb{R}^*$, $b \in \mathbb{R}$ et $c \in \mathbb{R}$.
$\Delta = b^2 - 4ac$ le discriminant de cette équation.

- Si $\Delta = 0$, l'équation a une unique solution dans $\mathbb{R}$ :
$$z_0 = \frac{-b}{2a}.$$
- Si $\Delta > 0$, l'équation a deux solutions dans $\mathbb{R}$ :
$$z_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \text{ et } z_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}.$$
- $\Delta < 0$, l'équation a deux solution dans $\mathbb{C}$ qui sont conjuguées :
$$z_1 = \frac{-b - i\sqrt{-\Delta}}{2a} \text{ et } z_2 = \frac{-b + i\sqrt{-\Delta}}{2a}.$$

# correction

2. $4z^2 - 4z + 5 = 0$

2. $4z^2 - 4z + 5 = 0$

   Le discriminant de cette équation est :

$$\Delta = (-4)^2 - 4 \times 4 \times 5 = -64$$

2. $4z^2 - 4z + 5 = 0$

Le discriminant de cette équation est :

$$\Delta = (-4)^2 - 4 \times 4 \times 5 = -64$$

Comme ce discriminant est négatif $\left(\Delta = (8\mathrm{i})^2\right)$, l'équation admet deux solutions complexes conjuguées :

2. $4z^2 - 4z + 5 = 0$

Le discriminant de cette équation est :

$$\Delta = (-4)^2 - 4 \times 4 \times 5 = -64$$

Comme ce discriminant est négatif $\left(\Delta = (8\mathrm{i})^2\right)$, l'équation admet deux solutions complexes conjuguées :

$$z_1 = \frac{4 + 8\mathrm{i}}{8} = \frac{1}{2} + \mathrm{i}$$

2. $4z^2 - 4z + 5 = 0$

Le discriminant de cette équation est :

$$\Delta = (-4)^2 - 4 \times 4 \times 5 = -64$$

Comme ce discriminant est négatif $\left(\Delta = (8\mathrm{i})^2\right)$, l'équation admet deux solutions complexes conjuguées :

$$z_1 = \frac{4+8\mathrm{i}}{8} = \frac{1}{2} + \mathrm{i}$$

et

$$z_2 = \overline{z_1} = \frac{1}{2} - \mathrm{i}$$

2. $4z^2 - 4z + 5 = 0$

Le discriminant de cette équation est :

$$\Delta = (-4)^2 - 4 \times 4 \times 5 = -64$$

Comme ce discriminant est négatif $\left(\Delta = (8\mathrm{i})^2\right)$, l'équation admet deux solutions complexes conjuguées :

$$z_1 = \frac{4 + 8\mathrm{i}}{8} = \frac{1}{2} + \mathrm{i}$$

et

$$z_2 = \overline{z_1} = \frac{1}{2} - \mathrm{i}$$

Les solutions de l'équation sont :

$$S = \left\{\frac{1}{2} + \mathrm{i}\,;\ \frac{1}{2} - \mathrm{i}\right\}$$

3. $z^2+z+1=0$

3. $z^2 + z + 1 = 0$

Le discriminant de cette équation est :

$$\Delta = 1^2 - 4 \times 1 \times 1 = -3$$

3. $z^2 + z + 1 = 0$

Le discriminant de cette équation est :

$$\Delta = 1^2 - 4 \times 1 \times 1 = -3$$

Comme ce discriminant est négatif $\left(\Delta = (\sqrt{3}\mathrm{i})^2\right)$, l'équation admet deux solutions complexes conjuguées :

3. $z^2+z+1=0$

Le discriminant de cette équation est :

$$\Delta = 1^2 - 4\times 1\times 1 = -3$$

Comme ce discriminant est négatif $\left(\Delta = (\sqrt{3}\mathrm{i})^2\right)$, l'équation admet deux solutions complexes conjuguées :

$$z_1 = \frac{-1+\sqrt{3}\mathrm{i}}{2} = -\frac{1}{2} + \mathrm{i}\frac{\sqrt{3}}{2}$$

3. $z^2 + z + 1 = 0$

Le discriminant de cette équation est :

$$\Delta = 1^2 - 4 \times 1 \times 1 = -3$$

Comme ce discriminant est négatif $\left(\Delta = (\sqrt{3}\mathrm{i})^2\right)$, l'équation admet deux solutions complexes conjuguées :

$$z_1 = \frac{-1 + \sqrt{3}\mathrm{i}}{2} = -\frac{1}{2} + \mathrm{i}\frac{\sqrt{3}}{2}$$

et

$$z_2 = \overline{z_1} = -\frac{1}{2} - \mathrm{i}\frac{\sqrt{3}}{2}$$

3 $z^2+z+1=0$

Le discriminant de cette équation est :

$$\Delta = 1^2 - 4\times 1\times 1 = -3$$

Comme ce discriminant est négatif $\left(\Delta = (\sqrt{3}\mathrm{i})^2\right)$, l'équation admet deux solutions complexes conjuguées :

$$z_1 = \frac{-1+\sqrt{3}\mathrm{i}}{2} = -\frac{1}{2}+\mathrm{i}\frac{\sqrt{3}}{2}$$

et

$$z_2 = \overline{z_1} = -\frac{1}{2}-\mathrm{i}\frac{\sqrt{3}}{2}$$

Les solutions de l'équation sont :

$$S = \left\{-\frac{1}{2}+\mathrm{i}\frac{\sqrt{3}}{2}\ ;\ -\frac{1}{2}-\mathrm{i}\frac{\sqrt{3}}{2}\right\}$$

4 $-2z^2 + 6z + 5 = 0$

4. $-2z^2 + 6z + 5 = 0$

   Le discriminant de cette équation est :

$$\Delta = 6^2 - 4 \times (-2) \times 5 = 76$$

4. $-2z^2+6z+5=0$
   Le discriminant de cette équation est :
$$\Delta=6^2-4\times(-2)\times5=76$$
   Comme ce discriminant est positif $\left(\Delta=(2\sqrt{19})^2\right)$, l'équation admet deux solutions réelles :

4. $-2z^2 + 6z + 5 = 0$

Le discriminant de cette équation est :

$$\Delta = 6^2 - 4 \times (-2) \times 5 = 76$$

Comme ce discriminant est positif $\left(\Delta = (2\sqrt{19})^2\right)$, l'équation admet deux solutions réelles :

$$z_1 = \frac{-6 + 2\sqrt{19}}{12} = \frac{-3 + \sqrt{19}}{6}$$

4 $-2z^2+6z+5=0$

Le discriminant de cette équation est :

$$\Delta = 6^2 - 4\times(-2)\times 5 = 76$$

Comme ce discriminant est positif $\left(\Delta = (2\sqrt{19})^2\right)$, l'équation admet deux solutions réelles :

$$z_1 = \frac{-6+2\sqrt{19}}{12} = \frac{-3+\sqrt{19}}{6}$$

et

$$z_2 = \frac{-6-2\sqrt{19}}{12} = \frac{-3-\sqrt{19}}{6}$$

4 $-2z^2+6z+5=0$

Le discriminant de cette équation est :

$$\Delta = 6^2 - 4\times(-2)\times 5 = 76$$

Comme ce discriminant est positif $\left(\Delta = (2\sqrt{19})^2\right)$, l'équation admet deux solutions réelles :

$$z_1 = \frac{-6+2\sqrt{19}}{12} = \frac{-3+\sqrt{19}}{6}$$

et

$$z_2 = \frac{-6-2\sqrt{19}}{12} = \frac{-3-\sqrt{19}}{6}$$

Les solutions de l'équation sont :

$$S = \left\{\frac{-3+\sqrt{19}}{6}\,;\,\frac{-3-\sqrt{19}}{6}\right\}$$