QCM d'autoévaluation, exercice 132 page 265

Sésamath

Maths TS obligatoire

On considère les points $A(1-2\mathrm{i})$ et $B(3+\mathrm{i})$ dans le plan complexe. Une équation de la droite (AB) est :

a) $y=\dfrac{3}{2}x-\dfrac{7}{2}$

b) $y=\dfrac{2}{3}x-\dfrac{2}{3}$

c) $y=-\dfrac{2}{3}x-\dfrac{2}{3}$

d) $y=-\dfrac{3}{2}x-\dfrac{1}{2}$

correction

$$M \in (AB)$$

correction

$$M \in (AB) \Leftrightarrow \left(\overrightarrow{AM} \text{ et } \overrightarrow{AB} \text{ sont colinéaires}\right)$$

correction

$$M \in (AB) \Leftrightarrow \left(\overrightarrow{AM} \text{ et } \overrightarrow{AB} \text{ sont colinéaires}\right)$$

$$\Leftrightarrow \widehat{\left(\overrightarrow{AB}\,;\,\overrightarrow{AM}\right)} = 0 \quad [\pi]$$

correction

$$M \in (AB) \Leftrightarrow \left(\overrightarrow{AM} \text{ et } \overrightarrow{AB} \text{ sont colinéaires}\right)$$

$$\Leftrightarrow \widehat{\left(\overrightarrow{AB}\ ;\ \overrightarrow{AM}\right)} = 0 \quad [\pi]$$

Rappel

Soient A et B deux points distincts d'affixes respectives z_A et z_B.

$$\arg\left(\frac{z_D - z_C}{z_B - z_A}\right) = \widehat{\left(\overrightarrow{AB}\ ;\ \overrightarrow{CD}\right)} \quad [2\pi]$$

correction

$$M \in (AB) \Leftrightarrow \left(\overrightarrow{AM} \text{ et } \overrightarrow{AB} \text{ sont colinéaires}\right)$$

$$\Leftrightarrow \widehat{\left(\overrightarrow{AB}\,;\,\overrightarrow{AM}\right)} = 0 \quad [\pi]$$

Rappel

Soient A et B deux points distincts d'affixes respectives z_A et z_B.

$$\arg\left(\frac{z_D - z_C}{z_B - z_A}\right) = \widehat{\left(\overrightarrow{AB}\,;\,\overrightarrow{CD}\right)} \quad [2\pi]$$

Ainsi,

$$M(z_M = x + \mathrm{i}y) \in (AB) \Leftrightarrow \arg\left(\frac{z_M - z_A}{z_B - z_A}\right) = 0 \quad [\pi]$$

$$M \in (AB) \Leftrightarrow \left(\overrightarrow{AM} \text{ et } \overrightarrow{AB} \text{ sont colinéaires}\right)$$

$$\Leftrightarrow \widehat{\left(\overrightarrow{AB}\,;\,\overrightarrow{AM}\right)} = 0 \quad [\pi]$$

Rappel

Soient A et B deux points distincts d'affixes respectives z_A et z_B.

$$\arg\left(\frac{z_D - z_C}{z_B - z_A}\right) = \widehat{\left(\overrightarrow{AB}\,;\,\overrightarrow{CD}\right)} \quad [2\pi]$$

Ainsi,

$$M(z_M = x + \mathrm{i}y) \in (AB) \Leftrightarrow \arg\left(\frac{z_M - z_A}{z_B - z_A}\right) = 0 \quad [\pi]$$

$$\Leftrightarrow \frac{z_M - z_A}{z_B - z_A} \in \mathbb{R}$$

$$M \in (AB) \Leftrightarrow \left(\overrightarrow{AM} \text{ et } \overrightarrow{AB} \text{ sont colinéaires}\right)$$

$$\Leftrightarrow \left(\widehat{\overrightarrow{AB}\,;\,\overrightarrow{AM}}\right) = 0 \quad [\pi]$$

Rappel

Soient A et B deux points distincts d'affixes respectives z_A et z_B.

$$\arg\left(\frac{z_D - z_C}{z_B - z_A}\right) = \left(\widehat{\overrightarrow{AB}\,;\,\overrightarrow{CD}}\right) \quad [2\pi]$$

Ainsi,

$$M(z_M = x + \mathrm{i}y) \in (AB) \Leftrightarrow \arg\left(\frac{z_M - z_A}{z_B - z_A}\right) = 0 \quad [\pi]$$

$$\Leftrightarrow \frac{z_M - z_A}{z_B - z_A} \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \Im m\left(\frac{z_M - z_A}{z_B - z_A}\right) = 0$$

Or,

$$\frac{z_M - z_A}{z_B - z_A}$$

Or,

$$\frac{z_M - z_A}{z_B - z_A} = \frac{x + \mathrm{i}y - (1 - 2\mathrm{i})}{3 + \mathrm{i} - (1 - 2\mathrm{i})}$$

correction

Or,

$$\frac{z_M - z_A}{z_B - z_A} = \frac{x + \mathrm{i}y - (1 - 2\mathrm{i})}{3 + \mathrm{i} - (1 - 2\mathrm{i})}$$
$$= \frac{(x - 1) + \mathrm{i}(y + 2)}{2 + 3\mathrm{i}}$$

Or,

$$\begin{aligned}\frac{z_M - z_A}{z_B - z_A} &= \frac{x + \mathrm{i}y - (1 - 2\mathrm{i})}{3 + \mathrm{i} - (1 - 2\mathrm{i})} \\ &= \frac{(x-1) + \mathrm{i}(y+2)}{2 + 3\mathrm{i}} \\ &= \frac{((x-1) + \mathrm{i}(y+2))(2 - 3\mathrm{i})}{(2 + 3\mathrm{i})(2 - 3\mathrm{i})}\end{aligned}$$

Or,

$$\begin{aligned}\frac{z_M - z_A}{z_B - z_A} &= \frac{x + \mathrm{i}y - (1 - 2\mathrm{i})}{3 + \mathrm{i} - (1 - 2\mathrm{i})} \\ &= \frac{(x-1) + \mathrm{i}(y+2)}{2 + 3\mathrm{i}} \\ &= \frac{((x-1) + \mathrm{i}(y+2))(2 - 3\mathrm{i})}{(2 + 3\mathrm{i})(2 - 3\mathrm{i})}\end{aligned}$$

Alors en développant, on obtient :

$$\Im m\left(\frac{z_M - z_A}{z_B - z_A}\right)$$

Or,

$$\begin{aligned}\frac{z_M - z_A}{z_B - z_A} &= \frac{x + \mathrm{i}y - (1 - 2\mathrm{i})}{3 + \mathrm{i} - (1 - 2\mathrm{i})}\\ &= \frac{(x-1) + \mathrm{i}(y+2)}{2 + 3\mathrm{i}}\\ &= \frac{\left((x-1) + \mathrm{i}(y+2)\right)(2 - 3\mathrm{i})}{(2 + 3\mathrm{i})(2 - 3\mathrm{i})}\end{aligned}$$

Alors en développant, on obtient :

$$\Im m\left(\frac{z_M - z_A}{z_B - z_A}\right) = \frac{-3(x-1) + 2(y+2)}{2^2 + 3^2}$$

Par conséquent,

$$M(z_M = x + \mathrm{i}y) \in (AB)$$

Par conséquent,

$$M(z_M = x + \mathrm{i}y) \in (AB) \Leftrightarrow -3(x-1) + 2(y+2) = 0$$

Par conséquent,

$$\begin{aligned} M(z_M = x + \mathrm{i}y) \in (AB) &\Leftrightarrow -3(x-1) + 2(y+2) = 0 \\ &\Leftrightarrow 2(y+2) = 3(x-1) \end{aligned}$$

Par conséquent,

$$\begin{aligned} M(z_M = x + \mathrm{i}y) \in (AB) &\Leftrightarrow -3(x-1) + 2(y+2) = 0 \\ &\Leftrightarrow 2(y+2) = 3(x-1) \\ &\Leftrightarrow 2y = 3x - 7 \end{aligned}$$

Par conséquent,

$$\begin{aligned} M(z_M = x + \mathrm{i}y) \in (AB) &\Leftrightarrow -3(x-1) + 2(y+2) = 0 \\ &\Leftrightarrow 2(y+2) = 3(x-1) \\ &\Leftrightarrow 2y = 3x - 7 \\ &\Leftrightarrow y = \frac{3}{2}x - \frac{7}{2} \end{aligned}$$

Par conséquent,

$$\begin{aligned}
M(z_M = x + \mathrm{i}y) \in (AB) &\Leftrightarrow -3(x-1) + 2(y+2) = 0\\
&\Leftrightarrow 2(y+2) = 3(x-1)\\
&\Leftrightarrow 2y = 3x - 7\\
&\Leftrightarrow y = \frac{3}{2}x - \frac{7}{2}
\end{aligned}$$

réponse **a)**