QCM d'autoévaluation, exercice 131 page 265

Sésamath

Maths TS obligatoire

On considère un point M du plan complexe d'affixe z. Déterminer l'ensemble auquel appartient M quand z vérifie : $|z-1+\mathrm{i}| = |z+2\mathrm{i}|$. On considère A et B les points d'affixes $1-\mathrm{i}$ et $-2\mathrm{i}$.

a) Le cercle de centre $\Omega(1-\mathrm{i})$ et de rayon 2

b) Le milieu de $[AB]$

c) La médiatrice de $[AB]$

d) L'ensemble vide

correction

Soit Ω l'ensemble des points M d'affixe z telle que $|z-1+\mathrm{i}| = |z+2\mathrm{i}|$.

$$M \in \Omega$$

Soit Ω l'ensemble des points M d'affixe z telle que $|z-1+\mathrm{i}| = |z+2\mathrm{i}|$.

$$M \in \Omega \Leftrightarrow |z_M - 1 + \mathrm{i}| = |z_M + 2\mathrm{i}|$$

Soit Ω l'ensemble des points M d'affixe z telle que $|z-1+\mathrm{i}| = |z+2\mathrm{i}|$.

$$\begin{aligned} M \in \Omega &\Leftrightarrow |z_M - 1 + \mathrm{i}| = |z_M + 2\mathrm{i}| \\ &\Leftrightarrow |z_M - (1-\mathrm{i})| = |z_M - (-2\mathrm{i})| \end{aligned}$$

correction

Soit Ω l'ensemble des points M d'affixe z telle que $|z-1+\mathrm{i}| = |z+2\mathrm{i}|$.

$$\begin{aligned} M \in \Omega &\Leftrightarrow |z_M - 1 + \mathrm{i}| = |z_M + 2\mathrm{i}| \\ &\Leftrightarrow |z_M - (1-\mathrm{i})| = |z_M - (-2\mathrm{i})| \\ &\Leftrightarrow |z_M - z_A| = |z_M - z_B| \end{aligned}$$

correction

Soit Ω l'ensemble des points M d'affixe z telle que $|z-1+\mathrm{i}| = |z+2\mathrm{i}|$.

$$\begin{aligned} M \in \Omega &\Leftrightarrow |z_M - 1 + \mathrm{i}| = |z_M + 2\mathrm{i}| \\ &\Leftrightarrow |z_M - (1-\mathrm{i})| = |z_M - (-2\mathrm{i})| \\ &\Leftrightarrow |z_M - z_A| = |z_M - z_B| \end{aligned}$$

Rappel

Soient A et B deux points distincts d'affixes respectives z_A et z_B.

$$AB = ||\overrightarrow{AB}|| = |z_B - z_A|$$

correction

Soit Ω l'ensemble des points M d'affixe z telle que $|z - 1 + \mathrm{i}| = |z + 2\mathrm{i}|$.

$$\begin{aligned} M \in \Omega &\Leftrightarrow |z_M - 1 + \mathrm{i}| = |z_M + 2\mathrm{i}| \\ &\Leftrightarrow |z_M - (1 - \mathrm{i})| = |z_M - (-2\mathrm{i})| \\ &\Leftrightarrow |z_M - z_A| = |z_M - z_B| \end{aligned}$$

Rappel

Soient A et B deux points distincts d'affixes respectives z_A et z_B.

$$AB = ||\overrightarrow{AB}|| = |z_B - z_A|$$

Ainsi,

correction

Soit Ω l'ensemble des points M d'affixe z telle que $|z-1+\mathrm{i}| = |z+2\mathrm{i}|$.

$$\begin{aligned} M \in \Omega &\Leftrightarrow |z_M - 1 + \mathrm{i}| = |z_M + 2\mathrm{i}| \\ &\Leftrightarrow |z_M - (1-\mathrm{i})| = |z_M - (-2\mathrm{i})| \\ &\Leftrightarrow |z_M - z_A| = |z_M - z_B| \end{aligned}$$

Rappel

Soient A et B deux points distincts d'affixes respectives z_A et z_B.

$$AB = ||\overrightarrow{AB}|| = |z_B - z_A|$$

Ainsi,

$$M \in \Omega \Leftrightarrow AM = BM$$

Soit Ω l'ensemble des points M d'affixe z telle que $|z - 1 + \mathrm{i}| = |z + 2\mathrm{i}|$.

$$\begin{aligned} M \in \Omega &\Leftrightarrow |z_M - 1 + \mathrm{i}| = |z_M + 2\mathrm{i}| \\ &\Leftrightarrow |z_M - (1 - \mathrm{i})| = |z_M - (-2\mathrm{i})| \\ &\Leftrightarrow |z_M - z_A| = |z_M - z_B| \end{aligned}$$

Rappel

Soient A et B deux points distincts d'affixes respectives z_A et z_B.

$$AB = ||\overrightarrow{AB}|| = |z_B - z_A|$$

Ainsi,

$$M \in \Omega \Leftrightarrow AM = BM$$

Les points de Ω sont donc les points du plan équidistants de A et B ce qui est la définition de la médiatrice de $[AB]$.

correction

Soit Ω l'ensemble des points M d'affixe z telle que $|z-1+\mathrm{i}|=|z+2\mathrm{i}|$.

$$\begin{aligned} M\in\Omega &\Leftrightarrow |z_M-1+\mathrm{i}|=|z_M+2\mathrm{i}| \\ &\Leftrightarrow |z_M-(1-\mathrm{i})|=|z_M-(-2\mathrm{i})| \\ &\Leftrightarrow |z_M-z_A|=|z_M-z_B| \end{aligned}$$

Rappel

Soient A et B deux points distincts d'affixes respectives z_A et z_B.

$$AB=||\overrightarrow{AB}||=|z_B-z_A|$$

Ainsi,

$$M\in\Omega\Leftrightarrow AM=BM$$

Les points de Ω sont donc les points du plan équidistants de A et B ce qui est la définition de la médiatrice de $[AB]$.

réponse **c)**