QCM d'autoévaluation, exercice 125 page 264

Sésamath

Maths TS obligatoire

L'équation $z + 2\mathrm{i}\overline{z} = 2 - 5\mathrm{i}$ a pour solution dans $\mathbb{C}$:

a) 1

b) $\dfrac{8}{3} - \dfrac{1}{3}\mathrm{i}$

c) $2 - \dfrac{5}{2}\mathrm{i}$

d) $-4 + 3\mathrm{i}$

CC BY-SA

Soient a et b deux réels, $z = a + \mathrm{i}b$ est solution de l'équation $z + 2\mathrm{i}\overline{z} = 2 - 5\mathrm{i}$ si, et seulement si :

cc BY-SA

correction

Soient a et b deux réels, $z = a + \mathrm{i}b$ est solution de l'équation $z + 2\mathrm{i}\overline{z} = 2 - 5\mathrm{i}$ si, et seulement si :

$$z + 2\mathrm{i}\overline{z} = 2 - 5\mathrm{i} \Leftrightarrow a + \mathrm{i}b + 2\mathrm{i}(a - \mathrm{i}b) = 2 - 5\mathrm{i}$$

CC BY-SA

correction

Soient a et b deux réels, $z = a + \mathrm{i}b$ est solution de l'équation $z + 2\mathrm{i}\overline{z} = 2 - 5\mathrm{i}$ si, et seulement si :

$$\begin{aligned} z + 2\mathrm{i}\overline{z} = 2 - 5\mathrm{i} &\Leftrightarrow a + \mathrm{i}b + 2\mathrm{i}(a - \mathrm{i}b) = 2 - 5\mathrm{i} \\ &\Leftrightarrow a + \mathrm{i}b + 2\mathrm{i}a - 2\mathrm{i}^2 b = 2 - 5\mathrm{i} \end{aligned}$$

CC BY-SA

Soient a et b deux réels, $z = a + \mathrm{i}b$ est solution de l'équation $z + 2\mathrm{i}\overline{z} = 2 - 5\mathrm{i}$ si, et seulement si :

$$\begin{aligned} z + 2\mathrm{i}\overline{z} = 2 - 5\mathrm{i} &\Leftrightarrow a + \mathrm{i}b + 2\mathrm{i}(a - \mathrm{i}b) = 2 - 5\mathrm{i} \\ &\Leftrightarrow a + \mathrm{i}b + 2\mathrm{i}a - 2\mathrm{i}^2 b = 2 - 5\mathrm{i} \\ &\Leftrightarrow (a + 2b - 2) + \mathrm{i}(b + 2a + 5) = 0 \end{aligned}$$

CC BY-SA

correction

Soient a et b deux réels, $z = a + \mathrm{i}b$ est solution de l'équation $z + 2\mathrm{i}\overline{z} = 2 - 5\mathrm{i}$ si, et seulement si :

$$\begin{aligned}
z + 2\mathrm{i}\overline{z} = 2 - 5\mathrm{i} &\Leftrightarrow a + \mathrm{i}b + 2\mathrm{i}(a - \mathrm{i}b) = 2 - 5\mathrm{i} \\
&\Leftrightarrow a + \mathrm{i}b + 2\mathrm{i}a - 2\mathrm{i}^2 b = 2 - 5\mathrm{i} \\
&\Leftrightarrow (a + 2b - 2) + \mathrm{i}(b + 2a + 5) = 0 \\
&\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} a + 2b - 2 = 0 \\ b + 2a + 5 = 0 \end{array} \right.
\end{aligned}$$

BY-SA

Soient a et b deux réels, $z = a + \mathrm{i}b$ est solution de l'équation $z + 2\mathrm{i}\overline{z} = 2 - 5\mathrm{i}$ si, et seulement si :

$$\begin{aligned}
z + 2\mathrm{i}\overline{z} = 2 - 5\mathrm{i} &\Leftrightarrow a + \mathrm{i}b + 2\mathrm{i}(a - \mathrm{i}b) = 2 - 5\mathrm{i} \\
&\Leftrightarrow a + \mathrm{i}b + 2\mathrm{i}a - 2\mathrm{i}^2 b = 2 - 5\mathrm{i} \\
&\Leftrightarrow (a + 2b - 2) + \mathrm{i}(b + 2a + 5) = 0 \\
&\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} a + 2b - 2 = 0 \\ b + 2a + 5 = 0 \end{array} \right. \\
&\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} a = 2 - 2b \\ b + 2(2 - 2b) + 5 = 0 \end{array} \right.
\end{aligned}$$

BY-SA

correction

Soient a et b deux réels, $z = a + \mathrm{i}b$ est solution de l'équation $z + 2\mathrm{i}\overline{z} = 2 - 5\mathrm{i}$ si, et seulement si :

$$\begin{aligned}
z + 2\mathrm{i}\overline{z} = 2 - 5\mathrm{i} &\Leftrightarrow a + \mathrm{i}b + 2\mathrm{i}(a - \mathrm{i}b) = 2 - 5\mathrm{i} \\
&\Leftrightarrow a + \mathrm{i}b + 2\mathrm{i}a - 2\mathrm{i}^2 b = 2 - 5\mathrm{i} \\
&\Leftrightarrow (a + 2b - 2) + \mathrm{i}(b + 2a + 5) = 0 \\
&\Leftrightarrow \begin{cases} a + 2b - 2 = 0 \\ b + 2a + 5 = 0 \end{cases} \\
&\Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 - 2b \\ b + 2(2 - 2b) + 5 = 0 \end{cases} \\
&\Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 - 2b \\ -3b = -9 \end{cases}
\end{aligned}$$

cc BY-SA

Soient a et b deux réels, $z = a + \mathrm{i}b$ est solution de l'équation $z + 2\mathrm{i}\overline{z} = 2 - 5\mathrm{i}$ si, et seulement si :

$$\begin{aligned}
z + 2\mathrm{i}\overline{z} = 2 - 5\mathrm{i} &\Leftrightarrow a + \mathrm{i}b + 2\mathrm{i}(a - \mathrm{i}b) = 2 - 5\mathrm{i} \\
&\Leftrightarrow a + \mathrm{i}b + 2\mathrm{i}a - 2\mathrm{i}^2 b = 2 - 5\mathrm{i} \\
&\Leftrightarrow (a + 2b - 2) + \mathrm{i}(b + 2a + 5) = 0 \\
&\Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} a + 2b - 2 = 0 \\ b + 2a + 5 = 0 \end{array}\right. \\
&\Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} a = 2 - 2b \\ b + 2(2 - 2b) + 5 = 0 \end{array}\right. \\
&\Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} a = 2 - 2b \\ -3b = -9 \end{array}\right. \\
&\Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} a = -4 \\ b = 3 \end{array}\right.
\end{aligned}$$

BY-SA

correction

Soient a et b deux réels, $z = a + \mathrm{i}b$ est solution de l'équation $z + 2\mathrm{i}\overline{z} = 2 - 5\mathrm{i}$ si, et seulement si :

$$\begin{aligned}
z + 2\mathrm{i}\overline{z} = 2 - 5\mathrm{i} &\Leftrightarrow a + \mathrm{i}b + 2\mathrm{i}(a - \mathrm{i}b) = 2 - 5\mathrm{i}\\
&\Leftrightarrow a + \mathrm{i}b + 2\mathrm{i}a - 2\mathrm{i}^2 b = 2 - 5\mathrm{i}\\
&\Leftrightarrow (a + 2b - 2) + \mathrm{i}(b + 2a + 5) = 0\\
&\Leftrightarrow \begin{cases} a + 2b - 2 = 0\\ b + 2a + 5 = 0 \end{cases}\\
&\Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 - 2b\\ b + 2(2 - 2b) + 5 = 0 \end{cases}\\
&\Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 - 2b\\ -3b = -9 \end{cases}\\
&\Leftrightarrow \begin{cases} a = -4\\ b = 3 \end{cases}
\end{aligned}$$

réponse **d)**

CC BY-SA