QCM d'autoévaluation, exercice 122 page 264

Sésamath

Maths TS obligatoire

Soit f la fonction définie dans $\mathbb{C} - \{\mathrm{i}\}$ par $f(z) = \dfrac{3z + \mathrm{i}}{z - \mathrm{i}}$.

L'antécédent de i est :

a) $\dfrac{2}{5} - \dfrac{1}{5}\mathrm{i}$

b) i

c) $\dfrac{1}{5} - \dfrac{2}{5}\mathrm{i}$

d) $\dfrac{1}{2}$

correction

Les antécédens de i par f sont les solutions dans $\mathbb{C} - \{\mathrm{i}\}$ de l'équation :

$$f(z) = \mathrm{i}$$

correction

Les antécédens de i par f sont les solutions dans $\mathbb{C} - \{\mathrm{i}\}$ de l'équation :

$$f(z) = \mathrm{i}$$

$$f(z) = \mathrm{i} \Leftrightarrow \frac{3z + \mathrm{i}}{z - \mathrm{i}} = \mathrm{i}$$

Les antécédens de i par f sont les solutions dans $\mathbb{C}-\{\mathrm{i}\}$ de l'équation :

$$f(z)=\mathrm{i}$$

$$\begin{aligned} f(z)=\mathrm{i} &\Leftrightarrow \frac{3z+\mathrm{i}}{z-\mathrm{i}}=\mathrm{i} \\ &\Leftrightarrow \left(3z+\mathrm{i}=\mathrm{i}(z-\mathrm{i}) \qquad et \qquad z\neq \mathrm{i}\right) \end{aligned}$$

correction

Les antécédens de i par f sont les solutions dans $\mathbb{C} - \{\mathrm{i}\}$ de l'équation :

$$f(z) = \mathrm{i}$$

$$\begin{aligned} f(z) = \mathrm{i} &\Leftrightarrow \frac{3z+\mathrm{i}}{z-\mathrm{i}} = \mathrm{i} \\ &\Leftrightarrow \left(3z+\mathrm{i} = \mathrm{i}(z-\mathrm{i}) \qquad et \qquad z \neq \mathrm{i}\right) \\ &\Leftrightarrow \left(3z+\mathrm{i} = \mathrm{i}z - \mathrm{i}^2 \qquad et \qquad z \neq \mathrm{i}\right) \end{aligned}$$

Les antécédens de i par f sont les solutions dans $\mathbb{C} - \{\mathrm{i}\}$ de l'équation :

$$f(z) = \mathrm{i}$$

$$\begin{aligned}
f(z) = \mathrm{i} &\Leftrightarrow \frac{3z + \mathrm{i}}{z - \mathrm{i}} = \mathrm{i} \\
&\Leftrightarrow \left(3z + \mathrm{i} = \mathrm{i}(z - \mathrm{i}) \qquad et \qquad z \neq \mathrm{i}\right) \\
&\Leftrightarrow \left(3z + \mathrm{i} = \mathrm{i}z - \mathrm{i}^2 \qquad et \qquad z \neq \mathrm{i}\right) \\
&\Leftrightarrow \left((3 - \mathrm{i})z = 1 - \mathrm{i} \qquad et \qquad z \neq \mathrm{i}\right)
\end{aligned}$$

correction

Les antécédens de i par f sont les solutions dans $\mathbb{C}-\{\mathrm{i}\}$ de l'équation :

$$f(z)=\mathrm{i}$$

$$\begin{aligned} f(z)=\mathrm{i} &\Leftrightarrow \frac{3z+\mathrm{i}}{z-\mathrm{i}}=\mathrm{i} \\ &\Leftrightarrow \left(3z+\mathrm{i}=\mathrm{i}(z-\mathrm{i}) \quad \textit{et} \quad z\neq \mathrm{i}\right) \\ &\Leftrightarrow \left(3z+\mathrm{i}=\mathrm{i}z-\mathrm{i}^2 \quad \textit{et} \quad z\neq \mathrm{i}\right) \\ &\Leftrightarrow \left((3-\mathrm{i})z=1-\mathrm{i} \quad \textit{et} \quad z\neq \mathrm{i}\right) \\ &\Leftrightarrow \left(z=\frac{1-\mathrm{i}}{3-\mathrm{i}} \quad \textit{et} \quad z\neq \mathrm{i}\right) \end{aligned}$$

Les antécédens de i par f sont les solutions dans $\mathbb{C} - \{\mathrm{i}\}$ de l'équation :

$$f(z) = \mathrm{i}$$

$$\begin{aligned}
f(z) = \mathrm{i} &\Leftrightarrow \frac{3z+\mathrm{i}}{z-\mathrm{i}} = \mathrm{i} \\
&\Leftrightarrow \left(3z+\mathrm{i} = \mathrm{i}(z-\mathrm{i}) \quad et \quad z \neq \mathrm{i}\right) \\
&\Leftrightarrow \left(3z+\mathrm{i} = \mathrm{i}z-\mathrm{i}^2 \quad et \quad z \neq \mathrm{i}\right) \\
&\Leftrightarrow \left((3-\mathrm{i})z = 1-\mathrm{i} \quad et \quad z \neq \mathrm{i}\right) \\
&\Leftrightarrow \left(z = \frac{1-\mathrm{i}}{3-\mathrm{i}} \quad et \quad z \neq \mathrm{i}\right) \\
&\Leftrightarrow z = \frac{1-\mathrm{i}}{3-\mathrm{i}}
\end{aligned}$$

Or,

$$\frac{1-\mathrm{i}}{3-\mathrm{i}} = \frac{(1-\mathrm{i})(3+\mathrm{i})}{(3-\mathrm{i})(3+\mathrm{i})}$$

Or,

$$\frac{1-\mathrm{i}}{3-\mathrm{i}} = \frac{(1-\mathrm{i})(3+\mathrm{i})}{(3-\mathrm{i})(3+\mathrm{i})}$$
$$= \frac{3+\mathrm{i}-3\mathrm{i}-\mathrm{i}^2}{3^2+1^2}$$

Or,

$$\begin{aligned}\frac{1-\mathrm{i}}{3-\mathrm{i}} &= \frac{(1-\mathrm{i})(3+\mathrm{i})}{(3-\mathrm{i})(3+\mathrm{i})}\\ &= \frac{3+\mathrm{i}-3\mathrm{i}-\mathrm{i}^2}{3^2+1^2}\\ &= \frac{3-2\mathrm{i}+1}{10}\end{aligned}$$

Or,

$$\begin{aligned}\frac{1-\mathrm{i}}{3-\mathrm{i}} &= \frac{(1-\mathrm{i})(3+\mathrm{i})}{(3-\mathrm{i})(3+\mathrm{i})}\\ &= \frac{3+\mathrm{i}-3\mathrm{i}-\mathrm{i}^2}{3^2+1^2}\\ &= \frac{3-2\mathrm{i}+1}{10}\\ &= \frac{4-2\mathrm{i}}{10}\end{aligned}$$

Or,

$$\begin{aligned}\frac{1-\mathrm{i}}{3-\mathrm{i}} &= \frac{(1-\mathrm{i})(3+\mathrm{i})}{(3-\mathrm{i})(3+\mathrm{i})}\\ &= \frac{3+\mathrm{i}-3\mathrm{i}-\mathrm{i}^2}{3^2+1^2}\\ &= \frac{3-2\mathrm{i}+1}{10}\\ &= \frac{4-2\mathrm{i}}{10}\\ &= \frac{2}{5}-\frac{1}{5}\mathrm{i}\end{aligned}$$

correction

Or,

$$\begin{aligned}\frac{1-\mathrm{i}}{3-\mathrm{i}} &= \frac{(1-\mathrm{i})(3+\mathrm{i})}{(3-\mathrm{i})(3+\mathrm{i})}\\ &= \frac{3+\mathrm{i}-3\mathrm{i}-\mathrm{i}^2}{3^2+1^2}\\ &= \frac{3-2\mathrm{i}+1}{10}\\ &= \frac{4-2\mathrm{i}}{10}\\ &= \frac{2}{5}-\frac{1}{5}\mathrm{i}\end{aligned}$$

réponse **a)**