S’entraîner ex 12 page 25

Sésamath

Maths TS

Sans justification, dire dans les différents cas suivants si la suite (u_n) est convergente ou divergente et préciser éventuellement sa limite.

1. $u_n = 4(-5)^n$
2. $u_n = 3 - \dfrac{2}{\sqrt{n}} + \dfrac{6}{n} - \dfrac{1}{n\sqrt{n}}$
3. $u_n = -(2n+5)^2$
4. $u_n = (n+1)(\sqrt{n}+2)$
5. $u_n = -\dfrac{4}{\pi^n \times n^5}$
6. $u_n = 7n^2 - n + 2$
7. $u_n = \dfrac{n}{n+1}$

correction

1. Cette suite diverge,

1 Cette suite diverge,
de plus, $(-5)^n = (-1)^n \times 5^n$,

1 Cette suite diverge,
de plus, $(-5)^n = (-1)^n \times 5^n$,
or 5^n diverge vers $+\infty$ et $(-1)^n$ prend alternativement les valeurs 1 et -1,
cette suite n'admet donc pas de limite.

correction

2 Cette suite converge vers 3, en effet,

2 Cette suite converge vers 3, en effet,
chacune des fractions a un numérateur fini et un dénominateur qui tend vers $+\infty$,

2 Cette suite converge vers 3, en effet,
chacune des fractions a un numérateur fini et un dénominateur qui tend vers $+\infty$,
donc $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = 3$.

correction

3 Comme la suite $n \mapsto (2n+5)^2$ diverge vers $+\infty$,
la suite u_n diverge vers $-\infty$.

correction

4 Comme $n \mapsto n+1$ et $n \mapsto \sqrt{n}+2$ divergent vers $+\infty$,

correction

4 Comme $n \mapsto n+1$ et $n \mapsto \sqrt{n}+2$ divergent vers $+\infty$,
par produit, u_n diverge vers $\mapsto +\infty$.

correction

5 Comme $n \mapsto \pi^n$ $(\pi > 1)$et $n \mapsto n^5$ divergent vers $+\infty$,

5 Comme $n \mapsto \pi^n$ ($\pi > 1$)et $n \mapsto n^5$ divergent vers $+\infty$,
alors $n \mapsto \pi^n \times n^5$ diverge vers $+\infty$, donc par quotient,

correction

5 Comme $n \mapsto \pi^n$ $(\pi > 1)$et $n \mapsto n^5$ divergent vers $+\infty$,
alors $n \mapsto \pi^n \times n^5$ diverge vers $+\infty$, donc par quotient,
u_n converge vers 0.

6 Cette suite diverge vers $+\infty$,

6 Cette suite diverge vers $+\infty$,

en effet, pour $n \neq 0$, $u_n = n^2\left(7 - \dfrac{1}{n} + \dfrac{2}{n^2}\right)$,

correction

6 Cette suite diverge vers $+\infty$,
en effet, pour $n \neq 0$, $u_n = n^2\left(7 - \dfrac{1}{n} + \dfrac{2}{n^2}\right)$,
or $n \mapsto \dfrac{1}{n}$ et $n \mapsto \dfrac{2}{n^2}$ convergent vers 0, donc $n \mapsto 7 - \dfrac{1}{n} + \dfrac{2}{n^2}$ converge vers 7 et $n \mapsto n^2$ diverge vers $+\infty$.

7 Pour $n \neq 0$, $u_n = \dfrac{n}{n\left(1+\dfrac{1}{n}\right)} = \dfrac{1}{1+\dfrac{1}{n}}$,

comme $\lim\limits_{n \to +\infty} \dfrac{1}{n} = 0$,

7 Pour $n \neq 0$, $u_n = \dfrac{n}{n\left(1+\dfrac{1}{n}\right)} = \dfrac{1}{1+\dfrac{1}{n}}$,

comme $\lim\limits_{n \to +\infty} \dfrac{1}{n} = 0$,

7 Pour $n \neq 0$, $u_n = \dfrac{n}{n\left(1+\dfrac{1}{n}\right)} = \dfrac{1}{1+\dfrac{1}{n}}$,

comme $\lim\limits_{n \to +\infty} \dfrac{1}{n} = 0$,

correction

7 Pour $n \neq 0$, $u_n = \dfrac{n}{n\left(1+\dfrac{1}{n}\right)} = \dfrac{1}{1+\dfrac{1}{n}}$,

comme $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{1}{n} = 0$,

$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 1$.