

Exercice 7 page 9

Sésamath

Maths TS



Étudier le sens de variation de la suite (u_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par :

1 $u_n = 5 - 4^n$

2 $u_n = 5n^2 + 4$

3 $u_{n+1} = u_n + n + 1$ et $u_0 = 1$

4 $u_n = 3 \times 2^{n+1}$

5 $u_n = (-1)^n \times n$

1 $u_n = 5 - 4^n$

Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} - u_n = 5 - 4^{n+1} - (5 - 4^n)$

$$1 \quad u_n = 5 - 4^n$$

$$\begin{aligned} \text{Pour tout } n \in \mathbb{N}, u_{n+1} - u_n &= 5 - 4^{n+1} - (5 - 4^n) \\ &= 5 - 4^{n+1} - 5 + 4^n = 4^n(-4 + 1) = -3 \times 4^n < 0 \text{ pour tout } n \in \mathbb{N}, \end{aligned}$$

$$1 \quad u_n = 5 - 4^n$$

Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} - u_n = 5 - 4^{n+1} - (5 - 4^n)$
 $= 5 - 4^{n+1} - 5 + 4^n = 4^n(-4 + 1) = -3 \times 4^n < 0$ pour tout $n \in \mathbb{N}$,
donc (u_n) est décroissante.

2 $u_n = 5n^2 + 4$

Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} - u_n = 5(n+1)^2 + 4 - (5n^2 + 4)$,

2 $u_n = 5n^2 + 4$

Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} - u_n = 5(n+1)^2 + 4 - (5n^2 + 4)$,
 $= 5(n^2 + 2n + 1) + 4 - 5n^2 - 4 = 10n + 5 > 0$ pour tout $n \in \mathbb{N}$,

2 $u_n = 5n^2 + 4$

Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} - u_n = 5(n+1)^2 + 4 - (5n^2 + 4)$,
 $= 5(n^2 + 2n + 1) + 4 - 5n^2 - 4 = 10n + 5 > 0$ pour tout $n \in \mathbb{N}$,
donc (u_n) est croissante.

3 $u_{n+1} = u_n + n + 1$ et $u_0 = 1$

Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} - u_n = n + 1 > 0$ pour tout $n \in \mathbb{N}$,

3 $u_{n+1} = u_n + n + 1$ et $u_0 = 1$

Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} - u_n = n + 1 > 0$ pour tout $n \in \mathbb{N}$,
donc (u_n) est croissante.

4 $u_n = 3 \times 2^{n+1}$

D'après le cours de première,

4 $u_n = 3 \times 2^{n+1}$

D'après le cours de première,
la suite de terme général 2^{n+1} est croissante,

4 $u_n = 3 \times 2^{n+1}$

D'après le cours de première,
la suite de terme général 2^{n+1} est croissante,
donc la suite (u_n) l'est aussi.

5 $u_n = (-1)^n \times n$

Cette suite est alternativement positive et négative,

5 $u_n = (-1)^n \times n$

Cette suite est alternativement positive et négative, donc elle est ni croissante, ni décroissante.