Exercice 73 page 235

Sésamath

Maths 1S

BY-SA

BY-SA

énoncé

On considère trois points $A(1\ ;\ 2)$, $B(4\ ;\ 6)$ et $C(-3\ ;\ -8)$.
Donner une équation du cercle de diamètre :

1. $[AB]$
2. $[BC]$
3. $[AC]$

CC BY-SA

correction

1 Soit $\mathscr{C}$ le cercle de diamètre $[AB]$,

CC BY-SA

correction

1 Soit $\mathscr{C}$ le cercle de diamètre $[AB]$,
$M(x;y) \in \mathscr{C} \iff \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 0$,

CC BY-SA

correction

1 Soit $\mathscr{C}$ le cercle de diamètre $[AB]$,
$M(x;y) \in \mathscr{C} \iff \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 0$,
or $\overrightarrow{MA}\begin{pmatrix} 1-x \\ 2-y \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{MB}\begin{pmatrix} 4-x \\ 6-y \end{pmatrix}$,

CC BY-SA

correction

1 Soit $\mathscr{C}$ le cercle de diamètre $[AB]$,

$M(x;y) \in \mathscr{C} \iff \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 0$,

or $\overrightarrow{MA}\begin{pmatrix} 1-x \\ 2-y \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{MB}\begin{pmatrix} 4-x \\ 6-y \end{pmatrix}$,

donc $M \in \mathscr{C} \iff (1-x)(4-x)+(2-y)(6-y) = 0$,

CC BY-SA

correction

1 Soit $\mathscr{C}$ le cercle de diamètre $[AB]$,
$M(x;y) \in \mathscr{C} \iff \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 0$,
or $\overrightarrow{MA}\begin{pmatrix} 1-x \\ 2-y \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{MB}\begin{pmatrix} 4-x \\ 6-y \end{pmatrix}$,
donc $M \in \mathscr{C} \iff (1-x)(4-x)+(2-y)(6-y) = 0$,
ce qui équivaut à $x^2-5x+y^2-8y+16=0$ ce qui est une équation de $\mathscr{C}$.

CC BY-SA

correction

2 Soit $\mathscr{C}$ le cercle de diamètre $[BC]$,

BY-SA

correction

2 Soit $\mathscr{C}$ le cercle de diamètre $[BC]$,
$M(x;y) \in \mathscr{C} \iff \overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MC} = 0$,

CC BY-SA

correction

2 Soit $\mathscr{C}$ le cercle de diamètre $[BC]$,

$M(x;y) \in \mathscr{C} \iff \overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MC} = 0$,

or $\overrightarrow{MB}\begin{pmatrix} 4-x \\ 6-y \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{MC}\begin{pmatrix} -3-x \\ -8-y \end{pmatrix}$,

CC BY-SA

correction

2 Soit $\mathscr{C}$ le cercle de diamètre $[BC]$,

$M(x;y) \in \mathscr{C} \iff \overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MC} = 0$,

or $\overrightarrow{MB}\begin{pmatrix} 4-x \\ 6-y \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{MC}\begin{pmatrix} -3-x \\ -8-y \end{pmatrix}$,

donc $M \in \mathscr{C} \iff (4-x)(-3-x)+(6-y)(-8-y) = 0$,

CC BY-SA

correction

2 Soit $\mathscr{C}$ le cercle de diamètre $[BC]$,

$M(x;y) \in \mathscr{C} \iff \overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MC} = 0$,

or $\overrightarrow{MB}\begin{pmatrix} 4-x \\ 6-y \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{MC}\begin{pmatrix} -3-x \\ -8-y \end{pmatrix}$,

donc $M \in \mathscr{C} \iff (4-x)(-3-x)+(6-y)(-8-y) = 0$,

ce qui équivaut à $x^2 - x + y^2 + 2y - 60 = 0$ ce qui est une équation de $\mathscr{C}$.

CC BY-SA

correction

3 Soit $\mathscr{C}$ le cercle de diamètre $[AC]$,

CC BY-SA

correction

3 Soit $\mathscr{C}$ le cercle de diamètre $[AC]$,
$M(x;y) \in \mathscr{C} \iff \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MC} = 0$,

CC BY-SA

correction

3 Soit $\mathscr{C}$ le cercle de diamètre $[AC]$,

$M(x;y) \in \mathscr{C} \iff \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MC} = 0$,

or $\overrightarrow{MA}\begin{pmatrix} 1-x \\ 2-y \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{MC}\begin{pmatrix} -3-x \\ -8-y \end{pmatrix}$,

CC BY-SA

correction

3 Soit $\mathscr{C}$ le cercle de diamètre $[AC]$,

$M(x;y) \in \mathscr{C} \iff \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MC} = 0$,

or $\overrightarrow{MA}\begin{pmatrix} 1-x \\ 2-y \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{MC}\begin{pmatrix} -3-x \\ -8-y \end{pmatrix}$,

donc $M \in \mathscr{C} \iff (1-x)(-3-x) + (2-y)(-8-y) = 0$,

CC BY-SA

correction

3 Soit $\mathscr{C}$ le cercle de diamètre $[AC]$,

$M(x;y) \in \mathscr{C} \iff \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MC} = 0$,

or $\overrightarrow{MA}\begin{pmatrix} 1-x \\ 2-y \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{MC}\begin{pmatrix} -3-x \\ -8-y \end{pmatrix}$,

donc $M \in \mathscr{C} \iff (1-x)(-3-x)+(2-y)(-8-y) = 0$,

ce qui équivaut à $x^2+2x+y^2+6y-19 = 0$ ce qui est une équation de $\mathscr{C}$.

CC BY-SA