Exercice 1 page 228

Sésamath

Maths 1S

Calculer $\overrightarrow{u} \cdot \overrightarrow{v}$ avec :

1. $\left\|\overrightarrow{u}\right\| = 5$, $\left\|\overrightarrow{v}\right\| = 6$ et $\left\|\overrightarrow{u}+\overrightarrow{v}\right\| = 10$
2. $\left\|\overrightarrow{u}\right\| = 3\sqrt{5}$ et $\overrightarrow{v} = \overrightarrow{u}$
3. $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{v}\begin{pmatrix} 6 \\ 12 \end{pmatrix}$
4. $\left\|\overrightarrow{u}\right\| = \sqrt{2}$, $\left\|\overrightarrow{v}\right\| = 5$ et $\left(\overrightarrow{u};\overrightarrow{v}\right) = \dfrac{3\pi}{4}\ (2\pi)$
5. $\left\|\overrightarrow{u}\right\| = 8$ et $\overrightarrow{v} = -2\overrightarrow{u}$

1 On utilise ici la définition $\overrightarrow{u}\cdot\overrightarrow{v}=\dfrac{1}{2}\left(\|\overrightarrow{u}+\overrightarrow{v}\|^2-\|\overrightarrow{u}\|^2-\|\overrightarrow{v}\|^2\right)$.

1 On utilise ici la définition $\overrightarrow{u} \cdot \overrightarrow{v} = \dfrac{1}{2}\left(\|\overrightarrow{u}+\overrightarrow{v}\|^2 - \|\overrightarrow{u}\|^2 - \|\overrightarrow{v}\|^2\right)$.

On a donc $\overrightarrow{u} \cdot \overrightarrow{v} = \dfrac{1}{2} \times (100 - 25 - 36) = \dfrac{39}{2}$.

correction

2 On utilise ici la propriété $\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| \times \|\vec{v}\| \times \cos(\vec{u};\vec{v})$,

correction

2 On utilise ici la propriété $\overrightarrow{u} \cdot \overrightarrow{v} = \left\| \overrightarrow{u} \right\| \times \left\| \overrightarrow{v} \right\| \times \cos\left(\overrightarrow{u} ; \overrightarrow{v}\right)$,
On a donc $\overrightarrow{u} \cdot \overrightarrow{v} = 3\sqrt{5} \times 3\sqrt{5} \times \cos(0) = 45$.

3 On utilise la propriété : soit $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{v}\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$, le produit scalaire de $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ est donné par :

$$\overrightarrow{u} \cdot \overrightarrow{v} = xx' + yy'.$$

3 On utilise la propriété : soit $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{v}\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$, le produit scalaire de $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ est donné par :

$$\overrightarrow{u} \cdot \overrightarrow{v} = xx' + yy'.$$

On a donc $\overrightarrow{u} \cdot \overrightarrow{v} = 1 \times 6 + 2 \times 12 = 30$.

4 $$\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| \times \|\vec{v}\| \times \cos\left(\vec{u};\vec{v}\right) = \sqrt{2} \times 5 \times \cos\left(\frac{3\pi}{4}\right),$$

4 $\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| \times \|\vec{v}\| \times \cos(\vec{u}; \vec{v}) = \sqrt{2} \times 5 \times \cos\left(\frac{3\pi}{4}\right)$,

donc $\vec{u} \cdot \vec{v} = \sqrt{2} \times 5 \times -\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = -5$.

5 On a $\|\vec{v}\| = 16$ et $(\vec{u};\vec{v}) = \pi$,

5 On a $\left\| \overrightarrow{v} \right\| = 16$ et $\left(\overrightarrow{u}; \overrightarrow{v}\right) = \pi$,
donc $\overrightarrow{u} \cdot \overrightarrow{v} = 8 \times 16 \times (-1) = -128$.