Exercice 8 page 177

Sésamath

Maths 1S

énoncé

On considère le graphique ci-dessous. Déterminer si les droites (AB) et (CD) sont parallèles.

1. $A(3\ ;\ -2)$, $B(-1\ ;\ -1)$, $C(-3\ ;\ 2)$ et $D(1\ ;\ 3)$
2. $A(-9\ ;\ -2)$, $B(1\ ;\ 3)$, $C(3\ ;\ -2)$ et $D(1\ ;\ -3)$
3. $A(-1\ ;\ 2)$, $B(-1\ ;\ 3)$, $C(3\ ;\ 2)$ et $D(4\ ;\ 2)$
4. $A\left(-\dfrac{1}{2}\ ;\ \dfrac{7}{3}\right)$, $B\left(\dfrac{3}{2}\ ;\ 3\right)$, $C\left(\dfrac{9}{5}\ ;\ -1\right)$ et $D\left(-\dfrac{6}{5}\ ;\ -2\right)$
5. $A(14\ ;\ 4)$, $B(-18\ ;\ -12)$, $C(2\ ;\ 4)$ et $D(-18\ ;\ -4)$

correction

1. $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} -4 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$,

1 $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} -4 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$,

il est clair que ces vecteurs ne sont pas colinéaires, donc que les droites (AB) et (CD) ne sont pas parallèles. (Même ordonnée et abscisses différentes.)

1 $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} -4 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$,
il est clair que ces vecteurs ne sont pas colinéaires, donc que les droites (AB) et (CD) ne sont pas parallèles. (Même ordonnée et abscisses différentes.)
Sinon, on utilise la condition de colinéarité : $-4 \times 1 - 4 \times 1 = -8 \neq 0$ et l'on retrouve le résultat annoncé à l'étape précédente.

correction

2 $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 10 \\ 5 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix} -2 \\ -1 \end{pmatrix}$,

2 $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 10 \\ 5 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix} -2 \\ -1 \end{pmatrix}$,

il est clair que ces vecteurs sont colinéaires ($\overrightarrow{AB} = -5\overrightarrow{CD}$), donc que les droites (AB) et (CD) sont parallèles.

2 $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 10 \\ 5 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix} -2 \\ -1 \end{pmatrix}$,

il est clair que ces vecteurs sont colinéaires ($\overrightarrow{AB} = -5\overrightarrow{CD}$), donc que les droites (AB) et (CD) sont parallèles.

Sinon, on utilise la condition de colinéarité :

$10 \times (-1) - (-2) \times 5 = -10 + 10 = 0$ et l'on retrouve le résultat annoncé à l'étape précédente.

3 $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$,

3 $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$,
il est clair que ces vecteurs ne sont pas colinéaires, donc que les droites (AB) et (CD) ne sont pas parallèles. (ces vecteurs sont les vecteurs de la base.)

correction

3 $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$,
il est clair que ces vecteurs ne sont pas colinéaires, donc que les droites (AB) et (CD) ne sont pas parallèles. (ces vecteurs sont les vecteurs de la base.)
Sinon, on utilise la condition de colinéarité : $0 \times 0 - 1 \times 1 = -1 \neq 0$ et l'on retrouve le résultat annoncé à l'étape précédente.

4 $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 2 \\ \frac{2}{3} \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix} -3 \\ -1 \end{pmatrix}$,

4 $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 2 \\ \frac{2}{3} \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix} -3 \\ -1 \end{pmatrix}$,

il est clair que ces vecteurs sont colinéaires ($\overrightarrow{AB} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{CD}$), donc que les droites (AB) et (CD) sont parallèles.

4 $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 2 \\ \frac{2}{3} \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix} -3 \\ -1 \end{pmatrix}$,

il est clair que ces vecteurs sont colinéaires ($\overrightarrow{AB} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{CD}$), donc que les droites (AB) et (CD) sont parallèles.

Sinon, on utilise la condition de colinéarité : $2 \times (-1) - (-3) \times \frac{2}{3} = -2 + 2 = 0$ et l'on retrouve le résultat annoncé à l'étape précédente.

5 $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} -32 \\ 16 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix} -20 \\ -8 \end{pmatrix}$,

5 $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} -32 \\ 16 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix} -20 \\ -8 \end{pmatrix}$,
on utilise la condition de colinéarité : $-32 \times (-8) - (-16) \times (-20) = -64 \neq 0$ donc ces vecteurs ne sont pas colinéaires, les droites (AB) et (CD) ne sont pas parallèles.