Exercice 27 page 179

Sésamath

Maths 1S

Déterminer une équation cartésienne de la droite :

1. d_1 passant par $A(4\ ;\ -1)$ et de vecteur directeur $\vec{u}\begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}$
2. d_2 passant par $B(0\ ;\ 0)$ et de vecteur directeur $\vec{v}\begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix}$
3. d_3 passant par $C(0\ ;\ -1)$ et de vecteur directeur $\vec{r}\begin{pmatrix} \frac{1}{3} \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$
4. d_4 passant par $D(1\ ;\ 1)$ et de vecteur directeur $\vec{s}\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}$

1 $A(4;-1)$, $M(x;y)$ donc $\overrightarrow{AM}\begin{pmatrix} x-4 \\ y+1 \end{pmatrix}$ et $\vec{u}\begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}$,

correction

1 $A(4;-1)$, $M(x;y)$ donc $\overrightarrow{AM}\begin{pmatrix} x-4 \\ y+1 \end{pmatrix}$ et $\vec{u}\begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}$,

$M \in d_1 \iff \overrightarrow{AM}$ et $\vec{u}$ colinéaires $\iff 3(x-4)-(-2)(y+1)=0$

1

$A(4;-1)$, $M(x;y)$ donc $\overrightarrow{AM}\begin{pmatrix} x-4 \\ y+1 \end{pmatrix}$ et $\vec{u}\begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}$,

$M \in d_1 \iff \overrightarrow{AM}$ et $\vec{u}$ colinéaires $\iff 3(x-4)-(-2)(y+1)=0$

donc $M \in d_1 \iff 3x-12+2y+2=0$

correction

1 $A(4;-1)$,$M(x;y)$ donc $\overrightarrow{AM}\begin{pmatrix} x-4 \\ y+1 \end{pmatrix}$ et $\vec{u}\begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}$,

$M \in d_1 \iff \overrightarrow{AM}$ et $\vec{u}$ colinéaires $\iff 3(x-4)-(-2)(y+1)=0$

donc $M \in d_1 \iff 3x-12+2y+2=0$

Une équation de d_1 est : $3x+2y-10=0$

2 Suivons dans un premier temps la méthode, $M(x;y) \in d_2 \iff \overrightarrow{BM}$ et $\overrightarrow{v}$ sont colinéaires, or $\overrightarrow{BM}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{v}\begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix}$ sont colinéaires $\iff 5x - y = 0$, ce qui est une équation cartésienne de d_2.

2 Suivons dans un premier temps la méthode, $M(x;y) \in d_2 \iff \overrightarrow{BM}$ et $\overrightarrow{v}$ sont colinéaires, or $\overrightarrow{BM}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{v}\begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix}$ sont colinéaires $\iff 5x - y = 0$, ce qui est une équation cartésienne de d_2.

On peut aussi remarquer que cette droite a une ordonnée à l'origine nulle et un coefficient directeur égal à 5,

2 Suivons dans un premier temps la méthode, $M(x;y) \in d_2 \iff \overrightarrow{BM}$ et $\overrightarrow{v}$ sont colinéaires, or $\overrightarrow{BM}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{v}\begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix}$ sont colinéaires $\iff 5x - y = 0$, ce qui est une équation cartésienne de d_2.
On peut aussi remarquer que cette droite a une ordonnée à l'origine nulle et un coefficient directeur égal à 5,
donc que son équation réduite est $y = 5x$, ce qui équivaut à $5x - y = 0$

correction

3 $M(x;y) \in d_3 \iff \overrightarrow{CM}$ et $\vec{r}$ sont colinéaires, or $\overrightarrow{CM}\begin{pmatrix} x \\ y+1 \end{pmatrix}$ et $\vec{r}\begin{pmatrix} \frac{1}{3} \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$ sont colinéaires $\iff -\dfrac{1}{2} \times x - \dfrac{1}{3} \times (y+1) = 0$,

3 $M(x;y) \in d_3 \iff \overrightarrow{CM}$ et $\overrightarrow{r}$ sont colinéaires, or $\overrightarrow{CM}\begin{pmatrix} x \\ y+1 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{r}\begin{pmatrix} \frac{1}{3} \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$ sont colinéaires $\iff -\dfrac{1}{2} \times x - \dfrac{1}{3} \times (y+1) = 0$,

ce qui équivaut à $-\dfrac{x}{2} - \dfrac{y}{3} - \dfrac{1}{3} = 0$ ou encore à $\dfrac{x}{2} + \dfrac{y}{3} + \dfrac{1}{3} = 0$,

3 $M(x;y) \in d_3 \iff \overrightarrow{CM}$ et $\overrightarrow{r}$ sont colinéaires, or $\overrightarrow{CM}\begin{pmatrix} x \\ y+1 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{r}\begin{pmatrix} \frac{1}{3} \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$ sont colinéaires $\iff -\dfrac{1}{2} \times x - \dfrac{1}{3} \times (y+1) = 0$,
ce qui équivaut à $-\dfrac{x}{2} - \dfrac{y}{3} - \dfrac{1}{3} = 0$ ou encore à $\dfrac{x}{2} + \dfrac{y}{3} + \dfrac{1}{3} = 0$,
ce qui est une équation cartésienne de d_3, en multipliant cette équation par 6, on obtient une équation de d_3 avec des coefficients entiers, à savoir $3x + 2y + 2 = 0$.

4 $M(x;y) \in d_4 \iff \overrightarrow{DM}$ et $\overrightarrow{s}$ sont colinéaires, or $\overrightarrow{CM}\begin{pmatrix} x-1 \\ y-1 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{s}\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ sont colinéaires $\iff 2\times(x-1)-0\times(y-11)=0$,

4 $M(x;y) \in d_4 \iff \overrightarrow{DM}$ et $\overrightarrow{s}$ sont colinéaires, or $\overrightarrow{CM}\begin{pmatrix} x-1 \\ y-1 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{s}\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}$
sont colinéaires $\iff 2\times(x-1)-0\times(y-11)=0$,
ce qui équivaut à $x-1=0$, c'est une équation cartésienne de d_4.