S'entrainer 12 page 141

Sésamath

Maths 1S

énoncé

Étudier la monotonie de la suite v, pour tout entier naturel n, en comparant $\dfrac{v_{n+1}}{v_n}$ à 1.

1. $v_n = \dfrac{2^n}{n}$ pour $n \geq 1$
2. $\begin{cases} v_0 = 3 \\ v_{n+1} = 3{v_n}^3 + v_n \end{cases}$
3. $\begin{cases} v_0 = 1 \\ v_{n+1} = \dfrac{1}{2} v_n \end{cases}$

correction

1. $v_n = \dfrac{2^n}{n}$ pour $n \geq 1$

correction

1. $v_n = \dfrac{2^n}{n}$ pour $n \geq 1$

   Pour tout entier naturel n, v_n est strictement positif.

1. $v_n = \dfrac{2^n}{n}$ pour $n \geq 1$

Pour tout entier naturel n, v_n est strictement positif.

$$\frac{v_{n+1}}{v_n} = \frac{\dfrac{2^{n+1}}{n+1}}{\dfrac{2^n}{n}} = \frac{2^{n+1}}{n+1} \times \frac{n}{2^n} = \frac{2^n \times 2 \times n}{(n+1) \times 2^n} = \frac{2n}{n+1}$$

correction

1. $v_n = \dfrac{2^n}{n}$ pour $n \geq 1$

   Pour tout entier naturel n, v_n est strictement positif.

   $$\frac{v_{n+1}}{v_n} = \frac{\dfrac{2^{n+1}}{n+1}}{\dfrac{2^n}{n}} = \frac{2^{n+1}}{n+1} \times \frac{n}{2^n} = \frac{2^n \times 2 \times n}{(n+1) \times 2^n} = \frac{2n}{n+1}$$

   Pour $n \geqslant 1$, $n + n \geqslant n + 1$ donc $2n \geqslant n + 1$ d'où $\dfrac{v_{n+1}}{v_n} \geqslant 1$

correction

1. $v_n = \dfrac{2^n}{n}$ pour $n \geq 1$

Pour tout entier naturel n, v_n est strictement positif.

$$\frac{v_{n+1}}{v_n} = \frac{\dfrac{2^{n+1}}{n+1}}{\dfrac{2^n}{n}} = \frac{2^{n+1}}{n+1} \times \frac{n}{2^n} = \frac{2^n \times 2 \times n}{(n+1) \times 2^n} = \frac{2n}{n+1}$$

Pour $n \geqslant 1$, $n + n \geqslant n + 1$ donc $2n \geqslant n + 1$ d'où $\dfrac{v_{n+1}}{v_n} \geqslant 1$

La suite v est donc croissante.

correction

2. $$\begin{cases} v_0 = 3 \\ v_{n+1} = 3{v_n}^3 + v_n \end{cases}$$

correction

2 $\begin{cases} v_0 = 3 \\ v_{n+1} = 3{v_n}^3 + v_n \end{cases}$

Pour tout entier naturel n, v_n est strictement positif.

2 $\begin{cases} v_0 = 3 \\ v_{n+1} = 3{v_n}^3 + v_n \end{cases}$

Pour tout entier naturel n, v_n est strictement positif.

$$\frac{v_{n+1}}{v_n} = \frac{3v_n^3 + v_n}{v_n} = \frac{v_n(3v_n^2 + 1)}{v_n} = 3v_n^2 + 1$$

2 $\begin{cases} v_0 = 3 \\ v_{n+1} = 3{v_n}^3 + v_n \end{cases}$

Pour tout entier naturel n, v_n est strictement positif.

$\dfrac{v_{n+1}}{v_n} = \dfrac{3v_n^3 + v_n}{v_n} = \dfrac{v_n(3v_n^2 + 1)}{v_n} = 3v_n^2 + 1$

$3v_n^2 + 1 > 1$ pour tout entier naturel n donc $\dfrac{v_{n+1}}{v_n} > 1$.

2 $\begin{cases} v_0 = 3 \\ v_{n+1} = 3{v_n}^3 + v_n \end{cases}$

Pour tout entier naturel n, v_n est strictement positif.

$\dfrac{v_{n+1}}{v_n} = \dfrac{3v_n^3 + v_n}{v_n} = \dfrac{v_n(3v_n^2 + 1)}{v_n} = 3v_n^2 + 1$

$3v_n^2 + 1 > 1$ pour tout entier naturel n donc $\dfrac{v_{n+1}}{v_n} > 1$.

La suite v est donc croissante.

correction

3 $\begin{cases} v_0 = 1 \\ v_{n+1} = \dfrac{1}{2} v_n \end{cases}$

correction

3 $\begin{cases} v_0 = 1 \\ v_{n+1} = \dfrac{1}{2} v_n \end{cases}$

Pour tout entier naturel n, v_n est strictement positif.

correction

3 $\begin{cases} v_0 = 1 \\ v_{n+1} = \dfrac{1}{2} v_n \end{cases}$

Pour tout entier naturel n, v_n est strictement positif.

$v_{n+1} = \dfrac{1}{2} v_n \Leftrightarrow \dfrac{v_{n+1}}{v_n} = \dfrac{1}{2}$.

3 $\begin{cases} v_0 = 1 \\ v_{n+1} = \dfrac{1}{2} v_n \end{cases}$

Pour tout entier naturel n, v_n est strictement positif.

$v_{n+1} = \dfrac{1}{2} v_n \Leftrightarrow \dfrac{v_{n+1}}{v_n} = \dfrac{1}{2}$.

$\dfrac{v_{n+1}}{v_n} < 1$ donc la suite v est strictement décroissante.