Auto-évaluation ex 2 page 131

Sésamath

Maths 1S

Étudier les variations des fonctions.

1. f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 5x^2 + 5x - 30$
2. f définie sur $\mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{1}{2} \right\}$ par $f(x) = \dfrac{3-x}{2x+1}$
3. f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 - x + 3$

correction

1 f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et pour tout réel x, $f'(x) = 10x + 5$.

correction

1 f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et pour tout réel x, $f'(x) = 10x + 5$.
On en déduit le tableau de signes de $f'(x)$:

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	

1 f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et pour tout réel x, $f'(x) = 10x + 5$.
On en déduit le tableau de signes de $f'(x)$:

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	

donc f est décroissante sur $\left]-\infty\,;\,-\dfrac{1}{2}\right]$ et croissante sur $\left[-\dfrac{1}{2};\,+\infty\right[$.

2 f est dérivable sur $\mathbb{R}\backslash\left\{-\frac{1}{2}\right\}$ et pour tout réel $x \neq -\frac{1}{2}$,

$$f'(x) = \frac{-1 \times (2x+1) - (3-x) \times 2}{(2x+1)^2},$$

2 f est dérivable sur $\mathbb{R}\setminus\left\{-\dfrac{1}{2}\right\}$ et pour tout réel $x \neq -\dfrac{1}{2}$,

$$f'(x) = \frac{-1\times(2x+1)-(3-x)\times 2}{(2x+1)^2},$$

donc $f'(x) = -\dfrac{7}{(2x+1)^2}$,

2 f est dérivable sur $\mathbb{R}\setminus\left\{-\dfrac{1}{2}\right\}$ et pour tout réel $x \neq -\dfrac{1}{2}$,

$$f'(x) = \frac{-1 \times (2x+1) - (3-x) \times 2}{(2x+1)^2},$$

donc $f'(x) = -\dfrac{7}{(2x+1)^2}$,

donc $f'(x) < 0$ sur $\left]-\infty\,;\,-\dfrac{1}{2}\right[$ et sur $\left]-\dfrac{1}{2}\,;\,+\infty\right[$,

2 f est dérivable sur $\mathbb{R}\setminus\left\{-\dfrac{1}{2}\right\}$ et pour tout réel $x \neq -\dfrac{1}{2}$,

$$f'(x) = \frac{-1 \times (2x+1) - (3-x) \times 2}{(2x+1)^2},$$

donc $f'(x) = -\dfrac{7}{(2x+1)^2}$,

donc $f'(x) < 0$ sur $\left]-\infty\,;\,-\dfrac{1}{2}\right[$ et sur $\left]-\dfrac{1}{2}\,;\,+\infty\right[$,

f est donc décroissante sur chacun de ces intervalles.

correction

3 f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et pour tout réel x, $f'(x) = 3x^2 - 1$.

3 f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et pour tout réel x, $f'(x) = 3x^2 - 1$.
On en déduit le tableau de signes de $f'(x)$:

x	$-\infty$		$-\frac{1}{\sqrt{3}}$		$\frac{1}{\sqrt{3}}$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

correction

3 f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et pour tout réel x, $f'(x) = 3x^2 - 1$.
On en déduit le tableau de signes de $f'(x)$:

x	$-\infty$		$-\frac{1}{\sqrt{3}}$		$\frac{1}{\sqrt{3}}$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

donc f est croissante sur $\left]-\infty\,;\,-\dfrac{1}{\sqrt{3}}\right]$ et sur $\left[\dfrac{1}{\sqrt{3}}\,;\,+\infty\right[$ et est décroissante sur $\left[-\dfrac{1}{\sqrt{3}};\dfrac{1}{\sqrt{3}}\right]$.