S'entraîner 51 page 122

Sésamath

Maths 1S

énoncé

Déterminer si les suites (u_n), définies pour tout $n \in \mathbb{N}$ ci-dessous, sont géométriques. Si oui, donner le premier terme et la raison.

1. $u_n = -4 \times 3^n$
2. $u_n = 3$
3. $u_n = \dfrac{3^n}{2^{n+2}}$
4. $u_n = 8^{n+2}$

1. $u_n = -4 \times 3^n$

correction

1. $u_n = -4 \times 3^n$

   On calcule $\dfrac{u_{n+1}}{u_n}$

correction

1. $u_n = -4 \times 3^n$

   On calcule $\dfrac{u_{n+1}}{u_n}$

   $u_{n+1} = -4 \times 3^{n+1}$

correction

1. $u_n = -4 \times 3^n$

   On calcule $\dfrac{u_{n+1}}{u_n}$

   $u_{n+1} = -4 \times 3^{n+1}$

   $$\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{-4 \times 3^{n+1}}{-4 \times 3^n} = \frac{-4 \times 3^n \times 3^1}{-4 \times 3^n} = 3$$

correction

1. $u_n = -4 \times 3^n$

   On calcule $\dfrac{u_{n+1}}{u_n}$

   $u_{n+1} = -4 \times 3^{n+1}$

   $\dfrac{u_{n+1}}{u_n} = \dfrac{-4 \times 3^{n+1}}{-4 \times 3^n} = \dfrac{-4 \times 3^n \times 3^1}{-4 \times 3^n} = 3$

   $\dfrac{u_{n+1}}{u_n}$ est constant donc la suite (u_n) est une suite géométrique de raison 3 et $u_0 = -4 \times 3^0 = -4$.

correction

2 $u_n = 3$

correction

2 $u_n = 3$

La suite (u_n) est une suite constante donc $u_{n+1} = u_n$ pour tout entier naturel n.

correction

2. $u_n = 3$

   La suite (u_n) est une suite constante donc $u_{n+1} = u_n$ pour tout entier naturel n.

   $u_{n+1} = u_n \times 1$

correction

2. $u_n = 3$

   La suite (u_n) est une suite constante donc $u_{n+1} = u_n$ pour tout entier naturel n.

   $u_{n+1} = u_n \times 1$

   La suite (u_n) est une suite géométrique de raison 1 et $u_0 = 3$.

correction

3 $u_n = \dfrac{3^n}{2^{n+2}}$

correction

3. $u_n = \dfrac{3^n}{2^{n+2}}$

On calcule $\dfrac{u_{n+1}}{u_n}$

correction

3 $u_n = \dfrac{3^n}{2^{n+2}}$

On calcule $\dfrac{u_{n+1}}{u_n}$

$$u_{n+1} = \frac{3^{n+1}}{2^{(n+1)+2}} = \frac{3^{n+1}}{2^{n+3}}$$

3 $u_n = \dfrac{3^n}{2^{n+2}}$

On calcule $\dfrac{u_{n+1}}{u_n}$

$$u_{n+1} = \frac{3^{n+1}}{2^{(n+1)+2}} = \frac{3^{n+1}}{2^{n+3}}$$

$$\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{\dfrac{3^{n+1}}{2^{n+3}}}{\dfrac{3^n}{2^{n+2}}} = \frac{3^{n+1}}{2^{n+3}} \times \frac{2^{n+2}}{3^n} = \frac{3^{n+1} \times 2^{n+2}}{3^n \times 2^{n+3}} = \frac{3}{2}$$

correction

3. $u_n = \dfrac{3^n}{2^{n+2}}$

On calcule $\dfrac{u_{n+1}}{u_n}$

$$u_{n+1} = \frac{3^{n+1}}{2^{(n+1)+2}} = \frac{3^{n+1}}{2^{n+3}}$$

$$\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{\dfrac{3^{n+1}}{2^{n+3}}}{\dfrac{3^n}{2^{n+2}}} = \frac{3^{n+1}}{2^{n+3}} \times \frac{2^{n+2}}{3^n} = \frac{3^{n+1} \times 2^{n+2}}{3^n \times 2^{n+3}} = \frac{3}{2}$$

$\dfrac{u_{n+1}}{u_n}$ est constant donc la suite (u_n) est une suite géométrique de raison $\dfrac{3}{2}$ et $u_0 = \dfrac{3^0}{2^{0+2}} = \dfrac{1}{4}$.

correction

4. $u_n = 8^{n+2}$

correction

4. $u_n = 8^{n+2}$

   On calcule $\dfrac{u_{n+1}}{u_n}$

correction

4. $u_n = 8^{n+2}$

   On calcule $\dfrac{u_{n+1}}{u_n}$

   $u_{n+1} = 8^{(n+1)+2} = 8^{n+3}$

correction

4. $u_n = 8^{n+2}$

On calcule $\dfrac{u_{n+1}}{u_n}$

$u_{n+1} = 8^{(n+1)+2} = 8^{n+3}$

$\dfrac{u_{n+1}}{u_n} = \dfrac{8^{n+3}}{8^{n+2}} = 8$

correction

4. $u_n = 8^{n+2}$

On calcule $\dfrac{u_{n+1}}{u_n}$

$u_{n+1} = 8^{(n+1)+2} = 8^{n+3}$

$\dfrac{u_{n+1}}{u_n} = \dfrac{8^{n+3}}{8^{n+2}} = 8$

$\dfrac{u_{n+1}}{u_n}$ est constant donc la suite (u_n) est une suite géométrique de raison 8 et $u_0 = 8^{0+2} = 64$.