S'entraîner 43 page 121

Sésamath

Maths 1S

énoncé

Déterminer si les suites (u_n) ci-dessous, définies pour tout $n \in \mathbb{N}$, sont arithmétiques. Si oui, donner la raison.

1. $\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = 2u_n \end{cases}$
2. $\begin{cases} u_0 = -1 \\ u_{n+1} = -2 + 2u_n \end{cases}$
3. $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = {u_n}^2 - \dfrac{1}{2} \end{cases}$
4. $\begin{cases} u_0 = 1000 \\ u_{n+1} = 1 + u_n \end{cases}$

correction

1 $$\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = 2u_n \end{cases}$$

1. $$\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = 2u_n \end{cases}$$

   On calcule les premiers termes de la suite :

correction

1. $\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = 2u_n \end{cases}$

   On calcule les premiers termes de la suite :

   $u_0 = 3$

1. $$\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = 2u_n \end{cases}$$

   On calcule les premiers termes de la suite :

   $u_0 = 3$

   $u_1 = 2u_0 = 2 \times 3 = 6$

correction

1. $$\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = 2u_n \end{cases}$$

On calcule les premiers termes de la suite :

$u_0 = 3$

$u_1 = 2u_0 = 2 \times 3 = 6$

$u_2 = 2u_1 = 2 \times 6 = 12$

1 $\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = 2u_n \end{cases}$

On calcule les premiers termes de la suite :

$u_0 = 3$

$u_1 = 2u_0 = 2 \times 3 = 6$

$u_2 = 2u_1 = 2 \times 6 = 12$

On observe que $u_1 = u_0 + 3$ et $u_2 = u_1 + 6$ donc la suite (u_n) n'est pas une suite arithmétique.

correction

2. $$\begin{cases} u_0 = -1 \\ u_{n+1} = -2 + 2u_n \end{cases}$$

2 $\begin{cases} u_0 = -1 \\ u_{n+1} = -2 + 2u_n \end{cases}$

On calcule les premiers termes de la suite :

2 $\begin{cases} u_0 = -1 \\ u_{n+1} = -2 + 2u_n \end{cases}$

On calcule les premiers termes de la suite :

$u_0 = -1$

2 $\begin{cases} u_0 = -1 \\ u_{n+1} = -2 + 2u_n \end{cases}$

On calcule les premiers termes de la suite :

$u_0 = -1$

$u_1 = -2 + 2u_0 = -2 + 2 \times (-1) = -4$

correction

2 $\begin{cases} u_0 = -1 \\ u_{n+1} = -2 + 2u_n \end{cases}$

On calcule les premiers termes de la suite :

$u_0 = -1$

$u_1 = -2 + 2u_0 = -2 + 2 \times (-1) = -4$

$u_2 = -2 + 2u_1 = -2 + 2 \times -4 = -10$

2 $\begin{cases} u_0 = -1 \\ u_{n+1} = -2 + 2u_n \end{cases}$

On calcule les premiers termes de la suite :

$u_0 = -1$

$u_1 = -2 + 2u_0 = -2 + 2 \times (-1) = -4$

$u_2 = -2 + 2u_1 = -2 + 2 \times -4 = -10$

On observe que $u_1 = u_0 - 3$ et $u_2 = u_1 - 6$ donc la suite (u_n) n'est pas une suite arithmétique.

3 $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = {u_n}^2 - \dfrac{1}{2} \end{cases}$

3 $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = {u_n}^2 - \dfrac{1}{2} \end{cases}$

On calcule les premiers termes de la suite :

correction

3 $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = {u_n}^2 - \dfrac{1}{2} \end{cases}$

On calcule les premiers termes de la suite :

$u_0 = 1$

3 $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = {u_n}^2 - \dfrac{1}{2} \end{cases}$

On calcule les premiers termes de la suite :

$u_0 = 1$

$u_1 = {u_0}^2 - \dfrac{1}{2} = 1^2 - \dfrac{1}{2} = \dfrac{1}{2}$

correction

3 $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = {u_n}^2 - \dfrac{1}{2} \end{cases}$

On calcule les premiers termes de la suite :

$u_0 = 1$

$u_1 = {u_0}^2 - \dfrac{1}{2} = 1^2 - \dfrac{1}{2} = \dfrac{1}{2}$

$u_2 = {u_1}^2 - \dfrac{1}{2} = \left(\dfrac{1}{2}\right)^2 - \dfrac{1}{2} = \dfrac{1}{4} - \dfrac{1}{2} = -\dfrac{1}{4}$

3 $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = {u_n}^2 - \dfrac{1}{2} \end{cases}$

On calcule les premiers termes de la suite :

$u_0 = 1$

$u_1 = {u_0}^2 - \dfrac{1}{2} = 1^2 - \dfrac{1}{2} = \dfrac{1}{2}$

$u_2 = {u_1}^2 - \dfrac{1}{2} = \left(\dfrac{1}{2}\right)^2 - \dfrac{1}{2} = \dfrac{1}{4} - \dfrac{1}{2} = -\dfrac{1}{4}$

On observe que $u_1 - u_0 = \dfrac{1}{2} - 1 = -\dfrac{1}{2}$ et $u_2 - u_1 = -\dfrac{1}{4} - \dfrac{1}{2} = -\dfrac{3}{4}$ donc la suite (u_n) n'est pas une suite arithmétique.

correction

4 $\begin{cases} u_0 = 1000 \\ u_{n+1} = 1 + u_n \end{cases}$

4 $\begin{cases} u_0 = 1000 \\ u_{n+1} = 1 + u_n \end{cases}$

On calcule $u_{n+1} - u_n$

correction

4 $\begin{cases} u_0 = 1000 \\ u_{n+1} = 1 + u_n \end{cases}$

On calcule $u_{n+1} - u_n$

$u_{n+1} = 1 + u_n \Leftrightarrow u_{n+1} - u_n = 1$

4 $\left\{ \begin{array}{l} u_0 = 1000 \\ u_{n+1} = 1 + u_n \end{array} \right.$

On calcule $u_{n+1} - u_n$

$u_{n+1} = 1 + u_n \Leftrightarrow u_{n+1} - u_n = 1$

$u_{n+1} - u_n$ est constant donc la suite (u_n) est une suite arithmétique de raison 1.