Exercice 20 page 90

Sésamath

Maths 1S

CC BY-SA

énoncé

Soit f définie par $f(x) = x^3 + x^2 - x$.

1. Déterminer l'ensemble de définition de f.
2. Déterminer $f'(x)$.
3. Étudier le signe de $f'(x)$.
4. En déduire les variations de f.

CC BY-SA

correction

1. f est un polynôme de degré 3, donc définie et dérivable sur $\mathbb{R}$.

BY-SA

correction

1. f est un polynôme de degré 3, donc définie et dérivable sur $\mathbb{R}$.
2. $f'(x) = 3x^2 + 2x - 1$.

BY-SA

correction

1. f est un polynôme de degré 3, donc définie et dérivable sur $\mathbb{R}$.
2. $f'(x) = 3x^2 + 2x - 1$.
3. f' est un polynôme de degré 2, avec pour coefficients $a = 3$, $b = 2$ et $c = -1$, le discriminant vaut donc $\Delta = 2^2 - 4 \times 3 \times (-1) = 16$,

(cc) BY-SA

correction

1. f est un polynôme de degré 3, donc définie et dérivable sur $\mathbb{R}$.
2. $f'(x) = 3x^2 + 2x - 1$.
3. f' est un polynôme de degré 2, avec pour coefficients $a = 3$, $b = 2$ et $c = -1$, le discriminant vaut donc $\Delta = 2^2 - 4 \times 3 \times (-1) = 16$, ce polynôme admet donc deux racines, $x_1 = \dfrac{-2-4}{6} = -1$ et $x_2 = \dfrac{-2+4}{6} = \dfrac{1}{3}$.

(cc) BY-SA

1. f est un polynôme de degré 3, donc définie et dérivable sur $\mathbb{R}$.
2. $f'(x) = 3x^2 + 2x - 1$.
3. f' est un polynôme de degré 2, avec pour coefficients $a = 3$, $b = 2$ et $c = -1$, le discriminant vaut donc $\Delta = 2^2 - 4 \times 3 \times (-1) = 16$, ce polynôme admet donc deux racines, $x_1 = \dfrac{-2-4}{6} = -1$ et $x_2 = \dfrac{-2+4}{6} = \dfrac{1}{3}$.
On en déduit le tableau de signes suivant :

x	$-\infty$		-1		$\frac{1}{3}$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

cc BY-SA

correction

1 f est un polynôme de degré 3, donc définie et dérivable sur $\mathbb{R}$.

2 $f'(x) = 3x^2 + 2x - 1$.

3 f' est un polynôme de degré 2, avec pour coefficients $a = 3$, $b = 2$ et $c = -1$, le discriminant vaut donc $\Delta = 2^2 - 4 \times 3 \times (-1) = 16$, ce polynôme admet donc deux racines, $x_1 = \dfrac{-2-4}{6} = -1$ et $x_2 = \dfrac{-2+4}{6} = \dfrac{1}{3}$.

On en déduit le tableau de signes suivant :

x	$-\infty$		-1		$\frac{1}{3}$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

4 Voici donc le tableau de variations de f :

x	$-\infty$		-1		$\frac{1}{3}$		$+\infty$
f		$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\frac{5}{27}$	$\nearrow$	

BY-SA