Auto-évaluation ex 2 page 81

Sésamath

Maths 1S

Déterminer la fonction dérivée de chacune des fonctions données ci-dessous.

1. $f : x \mapsto x^4 - 6x^3 + 2$
2. $g : x \mapsto x\sqrt{x}$
3. $h : x \mapsto \dfrac{1}{x^2+5}$
4. $i : x \mapsto \dfrac{-x+3}{2x+5}$

correction

1. f est une fonction polynôme, donc dérivable sur $\mathbb{R}$,

correction

1 f est une fonction polynôme, donc dérivable sur $\mathbb{R}$,
on utilise ici la formule $\left(x^n\right)' = nx^{n-1}$,

correction

1 f est une fonction polynôme, donc dérivable sur $\mathbb{R}$,
on utilise ici la formule $\left(x^n\right)' = nx^{n-1}$,
donc $f'(x) = 4x^3 - 6 \times 3x^2 = 4x^3 - 18x^2$.

2 On utilise ici les formules de dérivation des fonctions usuelles, ainsi que la formule $(uv)' = u'v + uv'$, il y a ici un problème de dérivabilité en 0 à traiter.

2 On utilise ici les formules de dérivation des fonctions usuelles, ainsi que la formule $(uv)' = u'v + uv'$, il y a ici un problème de dérivabilité en 0 à traiter.
On sait que g est dérivable sur $]0;+\infty[$ et que pour tout $x > 0$,
$g'(x) = 1 \times \sqrt{x} + x \times \dfrac{1}{2\sqrt{x}} = \sqrt{x} + \dfrac{1}{2}\sqrt{x} = \dfrac{3}{2}\sqrt{x}$.

2 On utilise ici les formules de dérivation des fonctions usuelles, ainsi que la formule $(uv)' = u'v + uv'$, il y a ici un problème de dérivabilité en 0 à traiter.
On sait que g est dérivable sur $]0;+\infty[$ et que pour tout $x > 0$,
$g\,'(x) = 1 \times \sqrt{x} + x \times \dfrac{1}{2\sqrt{x}} = \sqrt{x} + \dfrac{1}{2}\sqrt{x} = \dfrac{3}{2}\sqrt{x}.$
g est-elle dérivable en 0 ? Pour répondre à cette question, calculons, pour $h > 0$, $\dfrac{g(0+h) - g(0)}{h}$,

2 On utilise ici les formules de dérivation des fonctions usuelles, ainsi que la formule $(uv)' = u'v + uv'$, il y a ici un problème de dérivabilité en 0 à traiter.
On sait que g est dérivable sur $]0;+\infty[$ et que pour tout $x > 0$,
$g'(x) = 1 \times \sqrt{x} + x \times \dfrac{1}{2\sqrt{x}} = \sqrt{x} + \dfrac{1}{2}\sqrt{x} = \dfrac{3}{2}\sqrt{x}$.
g est-elle dérivable en 0 ? Pour répondre à cette question, calculons, pour $h > 0$, $\dfrac{g(0+h)-g(0)}{h}$,
pour $h > 0$, $\dfrac{g(0+h)-g(0)}{h} = \dfrac{h\sqrt{h}}{h} = \sqrt{h}$,

2 On utilise ici les formules de dérivation des fonctions usuelles, ainsi que la formule $(uv)' = u'v + uv'$, il y a ici un problème de dérivabilité en 0 à traiter.
On sait que g est dérivable sur $]0;+\infty[$ et que pour tout $x > 0$,
$g'(x) = 1 \times \sqrt{x} + x \times \dfrac{1}{2\sqrt{x}} = \sqrt{x} + \dfrac{1}{2}\sqrt{x} = \dfrac{3}{2}\sqrt{x}$.
g est-elle dérivable en 0 ? Pour répondre à cette question, calculons, pour $h > 0$, $\dfrac{g(0+h)-g(0)}{h}$,
pour $h > 0$, $\dfrac{g(0+h)-g(0)}{h} = \dfrac{h\sqrt{h}}{h} = \sqrt{h}$,
donc $\lim\limits_{x \longrightarrow 0} \left(\dfrac{g(0+h)-g(0)}{h}\right) = 0$ et $g'(0) = 0$.

3 h est une fonction rationnelle de la forme $\frac{1}{v}$, et dérivable sur $D_f = \mathbb{R}$ car pour tout réel x, $x^2 + 5 \neq 0$.

3 h est une fonction rationnelle de la forme $\frac{1}{v}$, et dérivable sur $D_f = \mathbb{R}$ car pour tout réel x, $x^2 + 5 \neq 0$.

On utilise ici la formule $\left(\frac{1}{v}\right)' = -\frac{v'}{v^2}$, 3 h est une fonction rationnelle de la forme $\frac{1}{v}$, et dérivable sur $D_f = \mathbb{R}$ car pour tout réel x, $x^2+5 \neq 0$.

On utilise ici la formule $\left(\frac{1}{v}\right)' = -\frac{v'}{v^2}$,

donc $h'(x) = -\frac{2x}{(x^2+5)^2}$.

correction

4 i est une fonction rationnelle dérivable sur $D_f = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{5}{2}\right\}$, On utilise ici la formule $\left(\frac{u}{v}\right)' = \dfrac{u'v - uv'}{v^2}$,

4 i est une fonction rationnelle dérivable sur $D_f = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{5}{2}\right\}$, On utilise ici la formule $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$,

on a donc $i\,'(x) = \frac{-1 \times (2x+5) - (-x+3) \times 2}{(2x+5)^2} = -\frac{11}{(2x+5)^2}$.