Exercice 6 page 67

Maths 1S

énoncé

Déterminer la fonction dérivée des fonctions suivantes :

1. $f(x) = 2x^2 + 3$
2. $g(x) = x^3(x+2)$
3. $h(x) = \dfrac{1}{x^4}$
4. $i(x) = \dfrac{x+1}{x^2}$

correction

1. f est dérivable sur $\mathbb{R}$ comme somme de fonctions qui le sont,

correction

1 f est dérivable sur $\mathbb{R}$ comme somme de fonctions qui le sont,
pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = 2 \times 2x + 0 = 4x$.

2 Méthode 1 : g est dérivable sur $\mathbb{R}$ comme produit de fonctions qui le sont,

2 Méthode 1 : g est dérivable sur $\mathbb{R}$ comme produit de fonctions qui le sont, g est de la forme uv avec $u(x) = x^3$ et $v(x) = x + 2$,

correction

2 Méthode 1 : g est dérivable sur $\mathbb{R}$ comme produit de fonctions qui le sont,
g est de la forme uv avec $u(x) = x^3$ et $v(x) = x + 2$,
comme la formule qui permet de dériver un produit de deux fonctions est $(uv)' = u'v + uv'$, il nous faut calculer $u'(x)$ et $v'(x)$,

2 Méthode 1 : g est dérivable sur $\mathbb{R}$ comme produit de fonctions qui le sont,
g est de la forme uv avec $u(x) = x^3$ et $v(x) = x + 2$,
comme la formule qui permet de dériver un produit de deux fonctions est
$(uv)' = u'v + uv'$, il nous faut calculer $u'(x)$ et $v'(x)$,
d'après le cours, $u'(x) = 3x^2$ et $v'(x) = 1$,

2 Méthode 1 : g est dérivable sur $\mathbb{R}$ comme produit de fonctions qui le sont,
g est de la forme uv avec $u(x) = x^3$ et $v(x) = x + 2$,
comme la formule qui permet de dériver un produit de deux fonctions est $(uv)' = u'v + uv'$, il nous faut calculer $u'(x)$ et $v'(x)$,
d'après le cours, $u'(x) = 3x^2$ et $v'(x) = 1$,
on a donc $g'(x) = 3x^2 \times (x + 2) + x^3 \times 1$,

2 Méthode 1 : g est dérivable sur $\mathbb{R}$ comme produit de fonctions qui le sont,
g est de la forme uv avec $u(x) = x^3$ et $v(x) = x+2$,
comme la formule qui permet de dériver un produit de deux fonctions est $(uv)' = u'v + uv'$, il nous faut calculer $u'(x)$ et $v'(x)$,
d'après le cours, $u'(x) = 3x^2$ et $v'(x) = 1$,
on a donc $g'(x) = 3x^2 \times (x+2) + x^3 \times 1$,
et finalement, $g'(x) = 4x^3 + 6x^2$.

Méthode 2 : ici, on peut également développer $g(x)$ avant de dériver, et :

Méthode 2 : ici, on peut également développer $g(x)$ avant de dériver, et :
$g(x) = x^4 + 2x^3$, ainsi :

Méthode 2 : ici, on peut également développer $g(x)$ avant de dériver, et :
$g(x) = x^4 + 2x^3$, ainsi :
$g'(x) = 4x^3 + 2 \times 3x^2 = 4x^3 + 6x^2$.

Méthode 2 : ici, on peut également développer $g(x)$ avant de dériver, et :
$g(x) = x^4 + 2x^3$, ainsi :
$g'(x) = 4x^3 + 2 \times 3x^2 = 4x^3 + 6x^2$.
Cette méthode est ici plus rapide, mais il faut connaître les deux, car dans certains cas, seule l'autre méthode permet une étude simplifiée de la fonction g.

3 h est dérivable sur $]-\infty;0[$ et sur $]0;+\infty[$ comme inverse d'une fonction qui l'est et ne s'annulant pas sur ces intervalles,

3 h est dérivable sur $]-\infty;0[$ et sur $]0;+\infty[$ comme inverse d'une fonction qui l'est et ne s'annulant pas sur ces intervalles,
h est de la forme $\dfrac{1}{v}$, avec $v(x)=x^4$,

3 h est dérivable sur $]-\infty;0[$ et sur $]0;+\infty[$ comme inverse d'une fonction qui l'est et ne s'annulant pas sur ces intervalles,

h est de la forme $\dfrac{1}{v}$, avec $v(x) = x^4$,

la formule de dérivation du cours est $h' = -\dfrac{v'}{v^2}$

3 h est dérivable sur $]-\infty;0[$ et sur $]0;+\infty[$ comme inverse d'une fonction qui l'est et ne s'annulant pas sur ces intervalles,

h est de la forme $\dfrac{1}{v}$, avec $v(x) = x^4$,

la formule de dérivation du cours est $h' = -\dfrac{v'}{v^2}$

or, $\left(x^4\right)' = 4x^3$,

3 h est dérivable sur $]-\infty;0[$ et sur $]0;+\infty[$ comme inverse d'une fonction qui l'est et ne s'annulant pas sur ces intervalles,
h est de la forme $\dfrac{1}{v}$, avec $v(x) = x^4$,
la formule de dérivation du cours est $h' = -\dfrac{v'}{v^2}$
or, $\left(x^4\right)' = 4x^3$,
on a donc, pour $x \neq 0$, $h'(x) = -\dfrac{4x^3}{\left(x^4\right)^2} = -\dfrac{4}{x^5}$.

4 i est dérivable sur $]-\infty;0[$ et sur $]0;+\infty[$ comme quotient de fonctions qui le sont, le dénominateur ne s'annulant pas sur ces intervalles,

4 i est dérivable sur $]-\infty;0[$ et sur $]0;+\infty[$ comme quotient de fonctions qui le sont, le dénominateur ne s'annulant pas sur ces intervalles,
i est de la forme $\dfrac{u}{v}$, avec $u(x) = x+1$ et $v(x) = x^2$,

4 i est dérivable sur $]-\infty;0[$ et sur $]0;+\infty[$ comme quotient de fonctions qui le sont, le dénominateur ne s'annulant pas sur ces intervalles,
i est de la forme $\dfrac{u}{v}$, avec $u(x) = x+1$ et $v(x) = x^2$,
la formule de dérivation du cours est $i\ ' = \dfrac{u'v - uv'}{v^2}$

4 i est dérivable sur $]-\infty;0[$ et sur $]0;+\infty[$ comme quotient de fonctions qui le sont, le dénominateur ne s'annulant pas sur ces intervalles,

i est de la forme $\dfrac{u}{v}$, avec $u(x) = x+1$ et $v(x) = x^2$,

la formule de dérivation du cours est $i\,' = \dfrac{u'v - uv'}{v^2}$

or, $u'(x) = 1$ et $v'(x) = 2x$,

4 i est dérivable sur $]-\infty;0[$ et sur $]0;+\infty[$ comme quotient de fonctions qui le sont, le dénominateur ne s'annulant pas sur ces intervalles,

i est de la forme $\dfrac{u}{v}$, avec $u(x)=x+1$ et $v(x)=x^2$,

la formule de dérivation du cours est $i\,'=\dfrac{u'v-uv'}{v^2}$

or, $u'(x)=1$ et $v'(x)=2x$,

on a donc, pour $x\neq 0$, $i\,'(x)=-\dfrac{1\times x^2-(x+1)\times 2x}{\left(x^2\right)^2}=\dfrac{-x^2-2x}{x^4}$.