Exercice 51 page 49

Sésamath

Maths 1S

énoncé

1. Étudier les variations de la fonction u définie sur $\mathbb{R}$ par $u(x) = -2x^2 + 2x$.
2. En déduire le sens de variation de la fonction $\dfrac{1}{u}$ sur $]0\ ;\ 1[$.

correction

1 D'après le cours sur le second degré, comme le coefficient de x^2 est négatif, u est croissante puis décroissante,

1 D’après le cours sur le second degré, comme le coefficient de x^2 est négatif, u est croissante puis décroissante,
de plus, $u(x) = 0 \iff 2x(-x+1) = 0 \iff x = 0$ ou $x = 1$,

1 D'après le cours sur le second degré, comme le coefficient de x^2 est négatif, u est croissante puis décroissante,
de plus, $u(x) = 0 \iff 2x(-x+1) = 0 \iff x = 0$ ou $x = 1$,
donc l'abscisse du sommet de la parabole représentant u est égale à $\dfrac{0+1}{2} = \dfrac{1}{2}$,

correction

1 D'après le cours sur le second degré, comme le coefficient de x^2 est négatif, u est croissante puis décroissante,
de plus, $u(x) = 0 \iff 2x(-x+1) = 0 \iff x = 0$ ou $x = 1$,
donc l'abscisse du sommet de la parabole représentant u est égale à
$\dfrac{0+1}{2} = \dfrac{1}{2}$,
On en déduit le tableau suivant :

x	$-\infty$		0		$\frac{1}{2}$		1		$+\infty$
$u(x)$		$\nearrow$	0	$\nearrow$	$\frac{1}{2}$	$\searrow$	0	$\searrow$	

1 D'après le cours sur le second degré, comme le coefficient de x^2 est négatif, u est croissante puis décroissante,
de plus, $u(x) = 0 \iff 2x(-x+1) = 0 \iff x = 0$ ou $x = 1$,
donc l'abscisse du sommet de la parabole représentant u est égale à $\frac{0+1}{2} = \frac{1}{2}$,
On en déduit le tableau suivant :

x	$-\infty$		0		$\frac{1}{2}$		1		$+\infty$
$u(x)$		$\nearrow$	0	$\nearrow$	$\frac{1}{2}$	$\searrow$	0	$\searrow$	

2 Si u est strictement positive sur un intervalle I, alors u et $\frac{1}{u}$ ont des variations contraires,

On en déduit le tableau suivant :

x	$-\infty$		0		$\frac{1}{2}$		1		$+\infty$
$u(x)$		$\nearrow$	0	$\nearrow$	$\frac{1}{2}$	$\searrow$	0	$\searrow$	

2 Si u est strictement positive sur un intervalle I, alors u et $\dfrac{1}{u}$ ont des variations contraires,

On en déduit le tableau suivant :

x	$-\infty$		0		$\frac{1}{2}$		1		$+\infty$
$u(x)$		$\nearrow$	0	$\nearrow$	$\frac{1}{2}$	$\searrow$	0	$\searrow$	

2 Si u est strictement positive sur un intervalle I, alors u et $\dfrac{1}{u}$ ont des variations contraires,

on en déduit que $\dfrac{1}{u}$ est décroissante sur $\left]0;\dfrac{1}{2}\right]$ et est croissante sur $\left[\dfrac{1}{2};1\right[$.