

4N1

Nombres relatifs

EST-CE QUE TU TE SOUVIENS ?

Remarque : pour pouvoir vraiment retenir comment on calcule avec les nombres relatifs, il est déconseillé d'utiliser une calculatrice ici.

1) Classe les nombres suivants du plus petit au plus grand (*objectif : classement de nombres relatifs*):
 $-5,9$; $+3,5$; $+4,9$; $-9,94$; $+4,61$;

2) Compléter avec $<$ ou $>$:

a) $3,15 \dots 3,7$

b) $-0,8 \dots -0,11$

3) Comment calculer astucieusement et sans calculatrice le produit suivant $4 \times 7 \times 25$?

4) Effectuer les calculs suivants, sans calculatrice (*Objectif : addition de nombres relatifs de signes contraires*):

a) $-5,6 + 2,9 =$

b) $(+4,1) + (-2,6) =$

5) Effectuer les calculs suivants, sans calculatrice (*Objectif : addition de nombres relatifs de mêmes signes*):

a) $-7,2 + (-5,5) =$

b) $5,8 + (+9,1) =$

6) Effectuer les calculs suivants, sans calculatrice (*Objectif : soustraction de nombres relatifs*):

a) $-7,2 - (-5,5) =$

b) $0,9 - (+0,3) =$

7) Effectuer le calcul suivant : $-12 - (+7) + 16 - (-1)$

8) Donner l'écriture simplifiée des calculs suivants (on ne demande pas de calculer !) (*objectif : transformer en écriture simplifiée*) :

a) $+3 + (+1) =$

b) $-4 + (-1) =$

9) Calculer en respectant les priorités opératoires (*Objectif : savoir dans quel ordre il faut effectuer les opérations*) :

a) $7 + 3 \times 5,2 =$

b) $8 \div 2 \div 2 =$

Partie 1

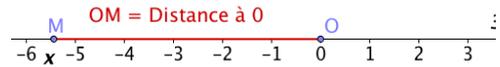
Somme de nombres relatifs

ECLAIRAGE

1 - Distance à zéro

Un nombre relatif est un nombre positif ou négatif.

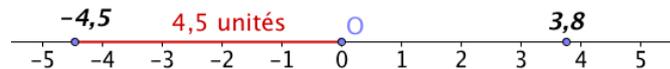
Soit M le point à associé à un nombre relatif alors la distance à zéro du nombre relatif est égale à la distance OM.



Par exemple :

* -4,5 a pour distance à zéro 4,5

* 3,8 a pour distance à zéro 3,8



2 - Somme de deux nombres relatifs

Propriété

Pour **additionner deux nombres relatifs de même signe**, on **additionne** leurs distances à zéro et on garde leur signe commun.

Pour **additionner deux nombres relatifs de signes contraires**, on **soustrait** leurs distances à zéro et on prend le signe de celui qui a la plus grande distance à zéro.

Exemple :

a) $(-16,5) + (+13) = -3,5$

En effet le signe du résultat est négatif car c'est -16,5 qui a la plus grande distance à zéro et car il est négatif. En outre, quand on soustrait leurs distances à zéro, on trouve : $16,5 - 13 = 3,5$.

b) $(-12) + (-4) = -16$

En effet, les deux nombres relatifs sont négatifs, donc le résultat est négatif. En outre la somme des distances à zéro est égale à $12+4=16$. Donc le résultat vaut -16.

3 - Soustraction de deux nombres relatifs

Définition

Deux **nombres opposés** ont la même distance à zéro mais des signes différents.

Propriété

Pour **soustraire un nombre relatif**, il suffit d'**ajouter son opposé**

Exemple :

a) $(+4) - (-8) = (+4) + (+8) = 12$

En effet pour soustraire -8 il suffit d'ajouter +8

b) $-5 - (-5) = -5 + 5 = 0$

En effet, pour soustraire -5, il suffit d'ajouter +5

4 - Somme algébrique de plusieurs nombres relatifs

Exemple :

$(+5) - (-4) + (+7) - (+5) + (-9)$

$$\begin{aligned} &= (+5) + (+4) + (+7) + (-5) + (-9) \\ &= (+16) + (-14) \\ &= 2 \end{aligned}$$

En effet, $-(+5) = +(-5)$ et $-(-4) = ++4$
En effet, pour additionner des nombres négatifs, on les distances à zéro, et on n'oublie pas le signe -
En effet le résultat est **positif** puisque le nombre qui a la plus grande distance à zéro est le nombre **positif**.

ENTRAINE-TOI

Exercice 1

Effectue les calculs suivant sans calculatrice

a) $(-3) + (+5)$

b) $(-7) + (+5)$

c) $(-9) + (+3)$

d) $-4 + 5$

e) $-13 - 7$

f) $-13 + 11$

g) $25 - (-15)$

h) $(-28) - (-16)$

Exercice 2

Supprime les parenthèses et calcule :

A = $(+5) + (-6) + (-5)$

B = $(-14) + (-3) - (+14)$

C = $(-12) - (-13) + (-1)$

D = $(-3) - (-23) + (-7) + (+8) - (-7)$

Exercice 3

Calcule :

A = $27 + 45 - 12 - 15$

B = $45 - 23 - 45$

C = $-43 + 56 - 34 - 17 + 44$

Partie 2

Produit et quotient de nombres relatifs

ECLAIRAGE

1 - Produit de deux nombres relatifs

Peut-on calculer le produit $4 \times (-7)$?

$4 \times (-7)$ est égal à $(-7) + (-7) + (-7) + (-7)$

Nous savons que le résultat vaut -28. En effet, $(-7) + (-7) + (-7) + (-7) = (-14) + (-14) = -28$

On en déduit que $4 \times (-7) = -28$

Et combien vaut le produit $7 \times (-4)$?

De la même manière, on a : $7 \times (-4) = (-4) + (-4) + (-4) + (-4) + (-4) + (-4) + (-4) = -28$ en calculant la somme au fur et à mesure par exemple.

Dans les deux cas, on peut donc trouver immédiatement ce résultat en calculant 4×7 si on sait que le résultat est négatif !

Combien vaut $(-8) \times 3$?

$8 \times 3 = 24$. Si le résultat est négatif alors on aura $(-8) \times 3 = -24$

A retenir :

$(-1) \times 4 = 4 \times (-1) = (-1) + (-1) + (-1) + (-1) = -4$

Ainsi **quand on multiplie 4 par (-1) on obtient (-4)** c'est à dire l'**opposé** de 4.

Considérons maintenant le produit $(-4) \times (-7)$.

D'après la remarque précédente, $(-4) \times (-7) = (-1) \times 4 \times (-7)$.

Or $4 \times (-7) = -28$.

Donc $(-4) \times (-7) = (-1) \times 4 \times (-7) = (-1) \times (-28)$.

En s'inspirant de l'exemple précédent, **on admet que lorsque l'on multiplie (-28) par (-1) alors on obtient son opposé** c'est à dire +28.

Finalement : $(-4) \times (-7) = (-1) \times 4 \times (-7) = (-1) \times (-28) = +28$

Propriété

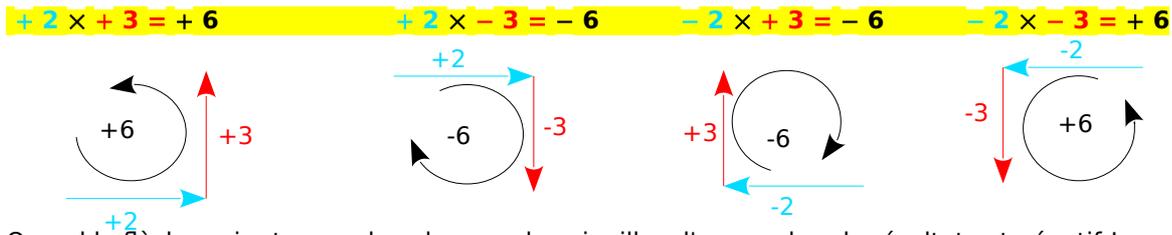
Le produit de deux nombres relatifs :

- a pour **distance à zéro** le produit des deux distances à zéro
- est **positif** si les deux nombres ont le **même signe**
- est **négatif** si les deux nombres sont de **signes contraires**

Pour retenir cette propriété, on peut visualiser cette table de Pythagore :

x	3	2	1	0	-1	-2	-3
3	9	6	3	0	-3	-6	-9
2	6	4	2	0	-2	-4	-6
1	3	2	1	0	-1	-2	-3
0	0	0	0	0	0	0	0
-1	-3	-2	-1	0	1	2	3
-2	-6	-4	-2	0	2	4	6
-3	-9	-6	-3	0	3	6	9

On peut également mémoriser le schéma ci-dessous :



Quand la flèche noire tourne dans le sens des aiguilles d'un nombre, le résultat est négatif !

1 - Produit de plusieurs nombres relatifs

Un cas particulier :

$$(-1) \times (-1) = 1$$

$$(-1) \times (-1) \times (-1) = -1$$

$$(-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) = 1$$

Que remarque-t-on ?

S'il y a un nombre pair de (-1) alors le produit est positif.

S'il y a un nombre impair de (-1) alors le produit est négatif.

Par exemple, calculons le produit : $(-5) \times (-2) \times 3 \times (-4) \times 7$

Ecrivons le produit comme ceci : $(-5) \times (-2) \times 3 \times (-4) \times 7 = (-1) \times 5 \times (-1) \times 2 \times 3 \times (-1) \times 4 \times 7$

Et regroupons les différents facteurs :

$$(-5) \times (-2) \times 3 \times (-4) \times 7 = (-1) \times (-1) \times (-1) \times 5 \times 2 \times 3 \times 4 \times 7 = -840$$

Mais comment calculer directement ce produit ?

Il suffit d'effectuer le produit des distances à zéro puis on détermine le signe du résultat en comptant le nombre de nombres négatifs.

Ici il y en a trois, c'est à dire un nombre impair, par conséquent le produit est négatif.

En revanche, $(-5) \times (-2) \times 3 \times (-4) \times (-7)$ est égal à +840 car il y a un nombre pair de nombres négatifs (il y en a quatre).

2 - Quotient de deux nombres relatifs

Utilisons la règle suivante : Si $3 \times 5 = 15$ alors on peut écrire $3 = \frac{15}{5}$

On sait que $8 \times (-2) = -16$, donc on en déduit que $8 = \frac{-16}{-2}$

On sait aussi que $(-8) \times 2 = -16$ donc on a également $-8 = \frac{-16}{2}$

Et enfin $(-8) \times (-2) = 16$ donc on en déduit que : $-8 = \frac{16}{-2}$

La règle des signes est donc valable pour le quotient également.

Propriété

Le **quotient** de deux nombres relatifs :

- a pour **distance à zéro** le quotient des distances à zéro.
- est de **signe positif** si le numérateur et le dénominateur sont de **même signe**
- est de **négatif** si le numérateur et le dénominateur sont de **signes contraires**

Exemple Le quotient $\frac{-15}{-45}$ est positif donc $\frac{-15}{-45} = \frac{15}{45} = \frac{1}{3}$

ENTRAINE-TOI

Exercice 4

Donne le signe des produits suivants :

- a)** $(-3) \times (-2,3)$ $(+5) \times (-4)$ $(-46) \times (+76)$
 $(-28,4) \times (-26,7)$
- b)** $-7 \times (-6) \times 7 \times (-3) \times 8 \times (-7) \times (-2,5) \times 4 \times (-9) \times (-20) \times 6 \times 7$
 $-(-0,5) \times (-0,25) \times 7 \times (-4) \times (-8)$
- c)** $-8 \times (4 + (-7))$ $5 \times (-6-2)$ $6 \times (7-(-5))$
- d)** Quel est le signe d'un produit de 365 facteurs non nuls dont 302 sont positifs ?

Exercice 5

Calcule

- a)** $-25 \times 4 =$ $7 \times 8 =$ $-125 \times -8)$
 $(-4) \times (+5) =$ $-(-7,5) \times 2 =$
- b)** $1 \times (-1) \times (-1) \times 1 \times (-1) =$ $5 \times (-2) \times 2 \times (-5) =$
- c)** $4 - 2 \times (-3) =$ $4 + 2 \times (-3) = 4 - 2 \times 3 =$
 $4 - (-2) \times (-3) =$ $4 - (-2) \times 3 =$
- d)** $25 \times (-5) + (-2) \times 4 =$ $6 \times (-3) - (-3) \times (-2)$

Exercice 6

- a)** Quel est le signe de $(-5) \times (-5)$? Celui de $(+7) \times (+7)$?
 Quel est le signe du carré d'un nombre ?
- b)** Quel est le signe de $(-3) \times 8$? Quel est le signe de $(-3) \times (-4)$?
- c)** Si x est un nombre relatif, quel est le signe de $(-3)x$?
- d)** On donne $A = 2x - 3$. Calcule A pour $x = 7$, $x = -5,2$ et $x = -\frac{1}{4}$

Exercice 7

Donne le signe des quotients suivants

- a)** $(-3) \div (-2,3)$ $(+5) \div (-4)$ $(-46) \div (+76)$ $(-28,4) \div (-26,7)$
- b)** $\frac{-5}{4}$ $-\frac{7}{-8}$ $\frac{-23}{-12,4}$ $-\frac{45}{32}$ $-\frac{-3,4}{-2,7}$
- c)** $\frac{-5 \times (-4)}{3 \times 2}$ $\frac{-7 \times (-4)}{5 \times (-2)}$ $-\frac{-12 \times (-34)}{23 \times (-56)}$
- d)** $\frac{32-26}{26-32}$ $\frac{-5-6}{-7-4}$

Exercice 8

Complète les égalités suivantes pour qu'elles soient exactes

- a)** $-28 \div (-4) = \dots\dots$ $24 \div (-8) = \dots\dots\dots$
 $-7 \div 2 = \dots\dots\dots$ $-(-56) \div (-8) = \dots\dots\dots$
- b)** $3 \times \dots\dots\dots = -1$ $-6 \times \dots\dots\dots = -54$
 $\dots\dots\dots \times 9 = 81$ $\dots\dots\dots \times (-2,5) = 10$
- c)** $\frac{-21}{3} = \dots\dots\dots$ $\frac{-4,5}{-3} = \dots\dots\dots$ $\frac{-1}{\dots\dots} = -\frac{1}{6}$ $\frac{-20}{-5} = \dots\dots\dots$

EXERCICES DE SYNTHÈSE

Exercice 1

Retrouve le nombre manquant :

- a) $-5 + \dots = -8$ b) $-5 + \dots = -2$ c) $-5 - \dots = -8$
d) $-5 - \dots = -2$ e) $-5 \times \dots = 15$ f) $-5 \times \dots = -15$
g) $-8 : \dots = -2$ h) $-8 : \dots = 4$ i) $(-5)^2 \times \dots = 50$
j) $\dots \times (-5^2) = 50$

Exercice 2

Donner le signe des expressions suivantes. Expliquer brièvement. Le calcul n'est pas demandé.

- a) $A = (-72) \times (-3) \times 6 \times 3 \times (-125)$ b) $B = \frac{(-7) \times 12,73 \times (-1)}{(-700)} \times (-5)$
c) $C = (-17) \times (-17) \times (-17) \dots \dots \dots \times (-17)$ (*C contient 12 facteurs négatifs*)
d) $D = -5 : (-6 + 10)$ e) $E = -5 \times (-6 + 10 : 2)$
f) $F = -5 : (-6 \times 2 + 10 : 2)$

Exercice 3

Calcule en donnant le détail des calculs

- a) $A = -8 + (-2) \times 4$ b) $B = -3 \times 2 \times (-4) - 4 : (-2)$
c) $C = -6 - 2 : 8 - 5$ d) $D = (-3,5 + 1,5) - (3 - 5) \times (2 - 4)$

Exercice 4

- 1) Quel est le signe de a , sachant que $-2a = -11 : 4$? Explique
- 2) Deux nombres ont un produit positif et une somme négative. Trouve leur signe. Explique

Exercice 5

Soit $B = \frac{2x}{-2x+3}$. Calcule B quand

- 1) $x = 5$
- 2) $x = -12$
- 3) $x = 1,2$
- 4) $x = \frac{1}{2}$

JEUX

Enigme 1 Du neuf pour des 4èmes?

Nous sommes deux entiers relatifs . Notre somme est $- 5$ et notre produit est $- 36$. Qui sommes nous?

Enigme 2 Drôles de sommes....

Quelle est la somme de ces nombres ?

$$99 - 98 + 97 - 96 + \dots + 3 - 2 + 1$$

Et de ceux -ci ?

$$99 - 97 + 95 - 93 + \dots + 7 - 5 + 3 - 1$$

Enigme 3 Carrés magiques

Albrecht Dürer (1471 – 1528) est un peintre, graveur et mathématicien allemand. Il a représenté un carré magique sur la gravure «Melancolia . (inclure image de la gravure Wikipedia _ domaine public 4Mo)



Ce carré a des propriétés mathématiques tout à fait étonnantes : la somme des nombres de la première ligne est égale à 34, comme celle de chacune des autres lignes. C'est aussi vrai pour chaque colonne et chaque diagonale.

Ce carré magique aurait, selon certaines interprétations, le pouvoir de dissiper la mélancolie.

Tous les carrés magiques n'ont pas 34 pour somme.

Quelle est la somme de celui -ci ? A toi de t'amuser en le complétant :

Puis classe les nombres par ordre croissant.

As tu une remarque à faire ?

Est elle encore valable pour le carré de Dürer?

	-5	4	-2
	-4	3	
-1	5	-6	
		-3	

Les carrés magiques peuvent aussi fonctionner avec la **multiplication**.

Quel est le produit qu'on retrouvera sur chaque ligne , colonne et diagonale pour celui -ci?

Complète-le (sans calculatrice :)

5		2	-2
		5	
1	-2		-5
-7	10		

AS-TU COMPRIS LE CHAPITRE ?

1) Je suis le produit de deux nombres. Dans quel(s) cas suis-je positif?

- a) les deux nombres sont positifs
- b) les deux nombres sont négatifs
- c) l'un des deux nombres est positif, l'autre est négatif
- d) l'un des deux nombres est positif et a la plus grande distance à zéro

2) Parmi les calculs suivants, lequel ou lesquels ont pour résultat $-12,4$?

- a) $(-2) \times (-6,2)$
- b) $-24,8 \div 2$
- c) $(-24,8) \div (-2)$
- d) $-13,4 + 1$
- e) $-12 - (-0,4)$

3) Parmi les nombres suivants, lequel ou lesquels sont négatifs ? :

- a) $\frac{-9}{-6}$
- b) $\frac{-4}{-2}$
- c) $\frac{12,5}{-5,2}$
- d) $\frac{-4,3}{3}$
- e) $\frac{-4}{-12}$

4) Effectue les calculs:

- a) $2,4 \times (-10) = \dots\dots\dots$
- b) $(-5) \div (-3) = \dots\dots\dots$
- c) $-14,5 - 12,3 = \dots\dots\dots$
- d) $\frac{-12,6}{3} = \dots\dots\dots$

5) Quel est le résultat de $-5,2 + 3 \times 2$?

- a) $-4,4$
- b) $-16,4$
- c) $0,8$
- d) $-11,2$

6) Je suis $\frac{3-5}{0,1 \times 50}$. Je suis aussi:

- a) $3 - 5 \div 0,1 \times 50$
- b) $(3 - 5) \div (0,1 \times 50)$
- c) $\frac{-2}{5}$
- d) $-0,4$

7) Effectue les calculs:

- a) $-5 - (6 - 10,3) = \dots\dots\dots$
- b) $\frac{(-6) \times 5 \times (-3)}{-0,5 \times 4} = \dots\dots\dots$
- c) $4 - \frac{8,2}{-2} = \dots\dots\dots$
- d) $\frac{-3 + 5 \times 0,2}{-3 + 5} = \dots\dots\dots$

DEVOIR SURVEILLE

La calculatrice n'est pas autorisée.

EXERCICE 1 : /4 points

Donne directement (sans détailler) les résultats des calculs suivants :

$$A = (-2) + (-4) \quad B = (-2) \times (-4) \quad C = (-2) - (-4) \quad D = -(-2) \times 4$$

$$E = \frac{(-4)}{(-2)} \quad F = (-2,2) \times 4 \quad G = \frac{(-2,2)}{4,4} \quad H = (+2) \times (-4) \times (-2) \times (-4)$$

EXERCICE 2 : /4 points

Pour chaque question, écris la lettre de la seule réponse correcte dans la colonne de droite :

Question	Réponse A	Réponse B	Réponse C	Ton choix :
L'opposé de $-\frac{3}{4}$ est :	$\frac{3}{-4}$	$-\frac{-3}{-4}$	$\frac{-3}{-4}$	
La somme de deux nombres relatifs de signes différents est...	toujours positive.	parfois positive et parfois négative.	toujours négative.	
Le produit de 163 nombres non nuls dont 47 exactement sont positifs est...	parfois positif et parfois négatif.	toujours positif.	toujours négatif.	
Soient a, b et c trois nombres tels que $a > 0$, $b < 0$ et $c < 0$, alors :	$\frac{a \times a}{b} > 0$.	$\frac{b}{-c} > 0$.	$\frac{-ab}{c} < 0$.	

EXERCICE 3 : /2 points

Sans effectuer le calcul mais en justifiant, donne le signe de :

$$I = \frac{2 \times (-3) \times 4 \times (-5) \times (-6)}{7 \times (-8) \times (-9)}$$

$$J = \frac{(-2,2) + (-3,3)}{(-4) \times (-5) \times (-6) \times (-7)}$$

EXERCICE 4 : /5 points (L et M valent chacun 1,5 points)

Effectue les calculs suivants en détaillant toutes les étapes :

$$K = (-2) - 3 \times (-4) \quad L = 2 - 3 \times (4 - (5 - 3 \times 2)) \quad M = (8 - 8 \times 5) : (2 - 2 \times 2) \quad =$$

$$N = (-2,5) \times (-3) - 7 : (-2)$$

EXERCICE 5 : /3 points

On donne $a = -2$, $b = -3$ et $c = 5$. Calcule en détaillant :

$$R = ab \times (-2)$$

$$S = (b - c) \times a$$

$$T = bc : (-a)$$

EXERCICE 6 : /2 points

a et b sont deux nombres entiers tels que $a \times b = -60$ et $a - b = -17$. Détermine a et b .

Il y a deux solutions possibles mais on n'en demande qu'une...