Chapitre N5

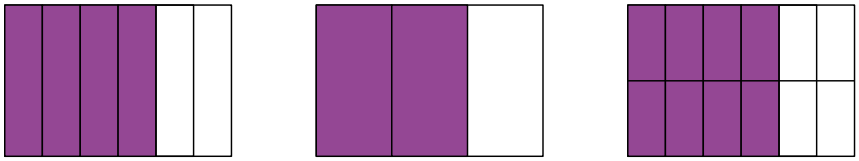
Écriture fractionnaire

I - Quotients égaux

Soient a, b et k des nombres, avec $b \neq 0$ et $k \neq 0$.

- Un quotient ne change pas quand on **multiplie** son numérateur et son dénominateur par un **même nombre non nul** ; c'est à dire : $\frac{a}{b} = \frac{a \times k}{b \times k}$.
- Un quotient ne change pas quand on **divise** son numérateur et son dénominateur par un **même nombre non nul** ; c'est à dire : $\frac{a}{b} = \frac{a \div k}{b \div k}$.

Exemple :



Les aires des trois surfaces coloriées sont égales.
Les fractions $\frac{4}{6}$, $\frac{2}{3}$ et $\frac{8}{12}$ sont donc égales et on a : $\frac{4}{6} = \frac{4 \div 2}{6 \div 2} = \frac{2}{3}$ et $\frac{2}{3} = \frac{2 \times 4}{3 \times 4} = \frac{8}{12}$.

II - Simplification de fraction

Simplifier une fraction, c'est trouver une fraction égale dont le numérateur et le dénominateur sont plus petits.

Remarque : Une fraction que l'on ne peut plus simplifier est appelée **irréductible**.

Exemple :

- Pour simplifier $\frac{48}{60}$, on cherche des diviseurs communs au numérateur et au dénominateur en utilisant les critères de divisibilité ou les tables de multiplication.
- Les nombres 48 et 60 sont divisibles par 2 donc on obtient : $\frac{48}{60} = \frac{2 \times 24}{2 \times 30} = \frac{24}{30}$.
- Les nombres 24 et 30 sont divisibles par 6 donc on obtient : $\frac{24}{30} = \frac{6 \times 4}{6 \times 5} = \frac{4}{5}$.
- Une fraction plus « simple » égale à $\frac{48}{60}$ est donc par exemple $\frac{24}{30}$ ou encore $\frac{4}{5}$.
  $\frac{4}{5}$ n'est plus simplifiable, elle est donc **irréductible**. C'est la fraction la plus simple égale à $\frac{48}{60}$.

III - Multiplication d'un nombre par une fraction

Pour multiplier un nombre a par une fraction $\frac{b}{c}$ (avec $c \neq 0$), on peut :

- calculer le quotient de b par c puis multiplier le résultat par a ;
- ou calculer le produit a par b puis diviser le résultat par c ;
- ou calculer le quotient a par c puis multiplier le résultat par b.

Remarque : Peu importe la méthode, on divise toujours par le dénominateur de la fraction.

Exemple :

Pour calculer $45 \times \frac{4}{5}$, on peut procéder ainsi :

- $45 \times \frac{4}{5} = 45 \times (4 \div 5) = 45 \times 0{,}8 = 36$ — Cette méthode ne marche que si la fraction est un nombre décimal.
- ou $45 \times \frac{4}{5} = \frac{45 \times 4}{5} = \frac{180}{5} = 36$ — Cette méthode marche toujours mais n'est pas forcément la plus rapide.
- ou $45 \times \frac{4}{5} = \frac{45}{5} \times 4 = 9 \times 4 = 36$ — Cette méthode est intéressante si la division tombe juste.

Remarque : La dernière méthode semble ici plus rapide car les calculs peuvent se faire aisément de tête.

Attention : On n'obtient pas toujours un nombre décimal.

Prendre une fraction d'une quantité, c'est multiplier la fraction par cette quantité.

Exemple :

Amélie a dépensé les cinq septièmes de ses économies qui s'élevaient à 14,70 €.

Calculer les cinq septièmes de 14,70 €, c'est multiplier $\frac{5}{7}$ par 14,70 €.

$\frac{5}{7} \times 14{,}70 = \frac{14{,}70}{7} \times 5 = 2{,}1 \times 5 = 10{,}5$. (C'est ici la méthode la plus simple.)

Amélie a donc dépensé 10,50 €.

IV - Pourcentage

A - Calcul d'un pourcentage

Calculer x % d'un nombre, c'est multiplier ce nombre par $\frac{x}{100}$.

Exemple :

36 % des **425** élèves d'un collège sont externes.
Pour calculer le nombre d'externes, on calcule **36** % de **425**.

Calculer **36** % de **425**, c'est multiplier $\frac{36}{100}$ par **425**.

$\frac{36}{100} \times 425 = \frac{36 \times 425}{100} = \frac{15\,300}{100} = 153$.

Il y a donc 153 élèves externes dans ce collège.

B - Pourcentages particuliers

- Prendre **10 %** d'un nombre, c'est en prendre le **dixième**. En effet $\frac{10}{100} = \frac{1}{10}$.
- Prendre **50 %** d'un nombre, c'est en prendre la **moitié**. En effet $\frac{50}{100} = \frac{1}{2}$.
- Prendre **25 %** d'un nombre, c'est en prendre le **quart**. En effet $\frac{25}{100} = \frac{1}{4}$.
- Prendre **75 %** d'un nombre, c'est en prendre les **trois quarts**. En effet $\frac{75}{100} = \frac{3}{4}$.
- Prendre **100 %** d'un nombre, c'est en prendre la **totalité**. En effet $\frac{100}{100} = 1$.

Exemple :

- 10 % de 520 g = $\frac{1}{10}$ de 520 g = 52 g.
- 50 % de 4,8 km = $\frac{1}{2}$ de 4,8 km = 2,4 km.
- 75 % de 0,4 L = $\frac{3}{4}$ de 0,4 L = 0,3 L.