

CHAPITRE M2

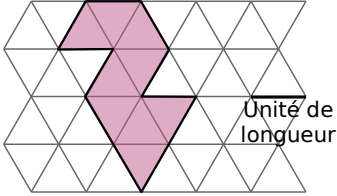
AIRES ET PÉRIMÈTRES

I - Périmètre et aire d'une figure

A - Définition

Le **périmètre** d'une figure est la longueur de son contour, dans une unité de longueur donnée.

Exemple :

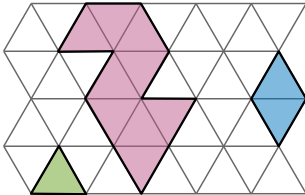


Pour trouver le périmètre de la **figure rose**, il suffit de compter le nombre d'unités de longueur qui permettent de mesurer son contour.

- Le périmètre de la figure rose est de **11 unités de longueur**.

L'**aire** d'une figure est la mesure de sa surface, dans une unité d'aire donnée.

Exemple :



Pour trouver l'aire de la **figure rose**, il suffit de compter le nombre d'unités d'aire qui la constitue.

- La figure rose est constituée de 9 triangles. Son aire est donc de **9 triangles verts**.
- Elle est constituée de 4,5 losanges. Son aire est donc de **4,5 losanges bleus**.

Remarque : L'aire d'une figure dépend de l'unité d'aire. Il faut donc toujours préciser celle qui est choisie.

B - Propriétés

- Deux figures de formes différentes peuvent avoir le **même périmètre**.
- Deux figures de formes différentes peuvent avoir la **même aire**.
- Des figures peuvent avoir la même aire et des **périmètres différents**.
- Des figures peuvent avoir le même périmètre et des **aires différentes**.

Exemple :

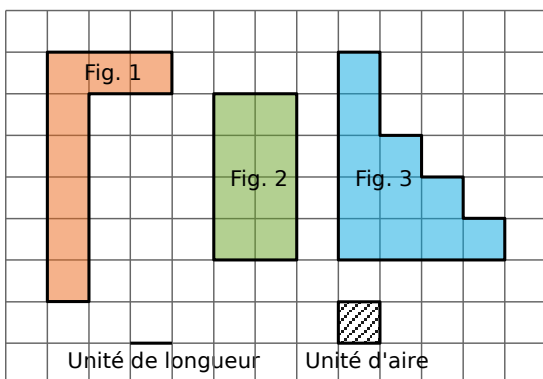


	Fig. 1	Fig. 2	Fig. 3
Périmètre	18 u.l.	12 u.l.	18 u.l.
Aire	8 u.a.	8 u.a.	11 u.a.

u.l. signifie « unité de longueur » et u.a. signifie « unité d'aire ».

- Les figures 1 et 2 ont la **même aire** mais pas la même forme, ni le même périmètre.
- Les figures 1 et 3 ont le **même périmètre** mais pas la même forme, ni la même aire.

II - Unités d'aires

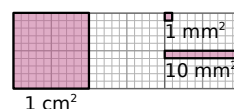
L'unité d'aire usuelle est le **mètre carré** (noté m^2), qui représente l'aire d'un carré de côté 1 m.

On utilise aussi :

- ses **multiples** (km^2 , hm^2 , dam^2) ;
- ses **sous-multiples** (dm^2 , cm^2 , mm^2).

Exemple :

- Un centimètre carré (cm^2) est l'aire d'un carré d'un centimètre de côté.
- Un millimètre carré (mm^2) est l'aire d'un carré d'un millimètre de côté.
- Dans $1 cm^2$, il y a $100 mm^2$.



Pour mesurer la surface d'un terrain, de terres agricoles ou forestières, etc..., on utilise des unités d'aire spécifiques, appelées **unités de mesure agraires** :

- un **are** est égal à 100 m², 1 a = 100 m² (1 a = 1 dam²) ;
- un **hectare** est égal à 100 ares, 1 ha = 100 a = 10 000 m² (1 ha = 1 hm²) ;
- un **centiare** est égal à $\frac{1}{100}$ d'are, 1 ca = $\frac{1}{100}$ a = 1 m².

Unités d'aire	km ²	hm ²	dam ²	m ²	dm ²	cm ²	mm ²
Unités agraires		hectare (ha)	are (a)	centiare (ca)			
Valeur en m ²	1 000 000 m ²	10 000 m ²	100 m ²	1 m ²	0,01 m ²	0,0001 m ²	0,000001 m ²

Remarques :

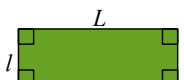
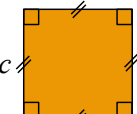
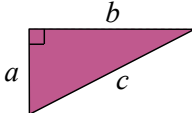
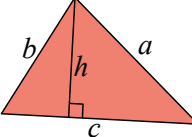
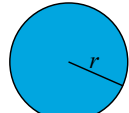
- Pour passer d'une unité d'aire à l'unité immédiatement inférieure, **on multiplie par 100**.
- Pour passer d'une unité d'aire à l'unité immédiatement supérieure, **on divise par 100**.

Exemples :

- 53 dam² = 5 300 m²
- 2,9 hm² = 290 dam² = 29 000 m²
- 5 dm² = 0,05 m²
- 7,81 ha = 781 a = 78 100 m²
- 0,36 ca = 0,0036 a = 0,36 m²
- 8 000 cm² = 0,8 m² = 0,8 ca

III - Périmètre et aire de polygones particuliers

Pour calculer un périmètre ou une aire, les dimensions doivent être exprimées dans la même unité de longueur.

	Figure	Périmètre \mathcal{P}	Aire \mathcal{A}
Rectangle		$\mathcal{P} = 2 \times (L + l)$ ou $\mathcal{P} = 2 \times L + 2 \times l$	$\mathcal{A} = L \times l$
Carré		$\mathcal{P} = 4 \times c$	$\mathcal{A} = c \times c = c^2$
Triangle rectangle		$\mathcal{P} = a + b + c$	$\mathcal{A} = \frac{a \times b}{2}$
Triangle quelconque		$\mathcal{P} = a + b + c$	$\mathcal{A} = \frac{c \times h}{2}$
Disque		$\mathcal{P} = 2 \times r \times \pi$ ou $\mathcal{P} = d \times \pi$ où $\pi \approx 3,14$	$\mathcal{A} = \pi \times r \times r = \pi \times r^2$

Exemple 1 :

On veut calculer le périmètre \mathcal{P} et l'aire \mathcal{A} d'un disque de rayon 7 m (on demande la valeur exacte puis une valeur approchée au centième).

$\mathcal{P} = 2 \times r \times \pi = 2 \times 7 \text{ m} \times \pi = 14 \times \pi \text{ m}$ qui est la **valeur exacte**
 $\approx 43,98 \text{ m}$ qui est une **valeur approchée au centième** obtenue en utilisant la touche « π » de la calculatrice.

$\mathcal{A} = \pi \times r \times r = \pi \times 7 \text{ m} \times 7 \text{ m} = 49 \times \pi \text{ m}^2$ qui est la **valeur exacte**
 $\approx 153,94 \text{ m}^2$ qui est une **valeur approchée au centième** obtenue en utilisant la touche « π » de la calculatrice.

Exemple 2 :

Pour calculer l'aire du polygone ABCDE, on calcule l'aire du rectangle ABDE et celle du triangle rectangle BCD puis on les additionne.

$$\mathcal{A}_{ABDE} = AB \times AE = 4,8 \text{ cm} \times 3,6 \text{ cm} = 17,28 \text{ cm}^2$$

$$\mathcal{A}_{BCD} = \frac{BC \times BD}{2} = \frac{5 \text{ cm} \times 3,6 \text{ cm}}{2} = \frac{18 \text{ cm}^2}{2} = 9 \text{ cm}^2$$

$$\mathcal{A}_{ABCDE} = \mathcal{A}_{ABDE} + \mathcal{A}_{BCD} = 17,28 \text{ cm}^2 + 9 \text{ cm}^2 = 26,28 \text{ cm}^2$$

