Chapitre D1

Proportionnalité

I - Grandeurs proportionnelles

Deux grandeurs sont **proportionnelles** lorsque les valeurs de l'une s'obtiennent en multipliant (ou en divisant) par un même nombre non nul les valeurs de l'autre.

Exemple :

Le mille international (symbole : *mi*) ou mile (en anglais) est une unité anglo-saxonne de longueur.
Le mille international vaut exactement 1 609,344 mètres.

Distance en mille international	1	2	5	10
Distance en mètres	1 609,344	3 218,688	8 046,72	16 093,44

× 1 609,344

On passe d'un nombre de la première ligne à celui de la deuxième en le multipliant par 1 609,344.
Les deux grandeurs sont donc **proportionnelles**.
1 609,344 est appelé **coefficient de proportionnalité**.

Remarque :

Deux grandeurs ne sont pas toujours proportionnelles. En voici quelques unes qui ne le sont pas :
- la **taille** d'une personne en fonction de son **âge** ;
- l'**aire d'un carré** en fonction de la longueur de son **côté** ;
- le **prix d'affranchissement** d'une lettre en fonction de son **poids**.

II - Calculs dans une situation de proportionnalité

Exemple :

On veut compléter le tableau de proportionnalité suivant.

Masse de pommes (en kg)	2	8			24
Prix (en €)		7,68	9,60	15,36	

Le prix est proportionnel à la masse de pommes.

A - Coefficient de proportionnalité

On peut déterminer le coefficient de proportionnalité.
8 kg de pommes coûtent 7,68 € donc 1 kg de pommes coûte 7,68 ÷ 8 = 0,96 €.
Le coefficient de proportionnalité qui permet de passer de la première ligne à la deuxième ligne est 0,96.

Masse de pommes (en kg)	2	8	**10**	**16**	24
Prix (en €)	**1,92**	7,68	9,60	15,36	**23,04**

× 0,96 ÷ 0,96

B - Règle de trois (produit en croix)

8 kg de pommes coûtent 7,68 € donc 1 kg de pommes coûte 7,68 ÷ 8 = 0,96 €.
2 kg de pommes coûtent donc 0,96 × 2 = **1,92** €.
On peut effectuer directement le calcul : (7,68 ÷ 8) × 2 ou (2 × 7,68) ÷ 8.

Masse de pommes (en kg)	2	8	(8 × 9,60) ÷ 7,68 = **10**	(8 × 15,36) ÷ 7,68 = **16**	24
Prix (en €)	(2 × 7,68) ÷ 8 = **1,92**	7,68	9,60	15,36	(7,68 × 24) ÷ 8 =**23,04**

C - Additivité et multiplicativité

La masse est divisée par 4...

... donc la masse est multipliée par 2.

Masse de pommes (en kg)	2	8		**16**	24
Prix (en €)	**1,92**	7,68	9,60	15,36	

... donc le prix est divisé par 4.

Le prix est multiplié par 2 ...

Masse de pommes (en kg)	2	8	**10**	16	24
Prix (en €)	1,92	7,68	9,60	15,36	**23,04**

Remarque :

On peut également utiliser les égalités : $24 = 3 \times \mathbf{8}$ ou $24 = 12 \times \mathbf{2}$ ou $24 = 2 \times \mathbf{10} + 2 \times \mathbf{2}$ pour déterminer le nombre manquant de la dernière colonne du tableau.

III - Pourcentage

Un **pourcentage** traduit une situation de proportionnalité.

Exemple :

Sur une tablette de chocolat noir, on lit : « 54 % de cacao ». Cela signifie que 100 g de chocolat contiennent 54 g de cacao, la quantité de cacao étant proportionnelle à la quantité de chocolat.
Pour connaître la quantité de cacao contenue dans une tablette de 250 g, il faut calculer 54 % de 250. Calculer 54 % d'un nombre, c'est multiplier ce nombre par $\frac{54}{100}$. On peut également utiliser un tableau de proportionnalité.

Quantité de chocolat (en g)	100	250
Quantité de cacao (en g)	54	**135**

$\times 2{,}5$ $\times \frac{54}{100}$ $\times 2{,}5$

$\frac{54}{100} \times 250 = 0{,}54 \times 250 = 54 \times 2{,}5 = \mathbf{135}$

ou $\frac{54}{100} \times 250 = 54 \times \frac{250}{100} = \mathbf{135}$.

Il y a donc **135 g** de cacao dans cette tablette de chocolat.