GÉOMÉTRIE

1

# Équations de droites

## Connaissances du collège nécessaires à ce chapitre

- Évaluer la valeur d'une expression littérale
- Résoudre des équations
- Placer des points dans un repère
- Lire les coordonnées d'un point

## Auto-évaluation

Des ressources numériques pour préparer le chapitre sur manuel.sesamath.net

**1** Soit l'expression $y = -3x + 2$.

1) Quelle est la valeur de $y$ si :

a) $x = -6$ ? b) $x = \frac{2}{3}$ ?

2) Quelle est la valeur de $x$ si :

a) $y = -5$ ? b) $y = -\frac{1}{4}$ ?

**2** Soit l'expression $y = 0,4x - 0,8$.

1) Le couple $(-2; 5)$ vérifie-t-il cette égalité ?

2) Le couple $(0; -0,8)$ vérifie-t-il cette égalité ?

**3** Soit la relation $-5y - 2x + 4 = 0$.

Exprimer $y$ en fonction de $x$.

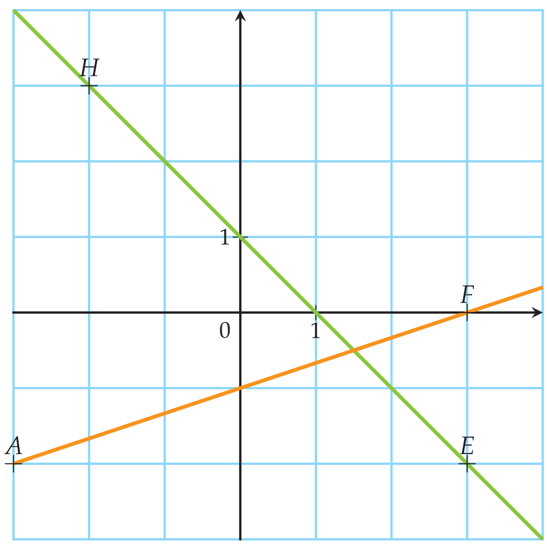
**4** Sur le graphique ci-contre :

1) Quelles sont les coordonnées du point d'intersection de la droite $(HE)$ avec l'axe des ordonnées ?

2) Quelles sont les coordonnées du point d'intersection de la droite $(AF)$ avec l'axe des abscisses ?

3) Repérer les points de la droite $(AF)$ qui ont des coordonnées entières et citer-les.

4) Quelle est l'abscisse du point d'intersection des droites $(HE)$ et $(AF)$ ?




Voir solutions p. 19

# Activités d'approche

## DÉBAT 1 Zoom

Dans un repère orthonormal $(O; I, J)$, construire la droite $(d)$ passant par les points $A(67;41)$ et $B(-23;-4)$ pour des abscisses de $-5$ à 5. Présenter, en argumentant, la méthode choisie.

## ACTIVITÉ 2 Équations

Soient $A(1;3)$, $B(-2;3)$ et $C(1;1)$ trois points du plan.

**1)** Quels sont, parmi les points $A$, $B$ et $C$, ceux dont les coordonnées vérifient les équations suivantes ? Justifier chacune des réponses.

- $\mathscr{E}_1 : x = 1$
- $\mathscr{E}_2 : y = 3$
- $\mathscr{E}_3 : y = 2x + 1$
- $\mathscr{E}_4 : y = \dfrac{x^2 - 1}{x + 1}$
- $\mathscr{E}_5 : y^2 = 4x^2 + 4x + 1$
- $\mathscr{E}_6 : x^2 + y^2 = 2$

**2)** Où se trouvent les points du plan dont les coordonnées vérifient $\mathscr{E}_1$ ?
Les représenter dans un repère orthogonal.

**3)** Reprendre la question précédente avec, dans l'ordre : $\mathscr{E}_2$, $\mathscr{E}_3$, $\mathscr{E}_4$, $\mathscr{E}_5$ et $\mathscr{E}_6$.

**4)** Classer les équations précédentes selon des critères à expliciter.

## DÉBAT 3 Deux ?

Il suffit de deux points distincts pour définir une droite mais est-ce vraiment nécessaire ?

**1)** Tracer la droite $(d_1)$ passant par les points $A(-2;4)$ et $B(3;6)$.

**2)** Tracer la droite $(d_2)$ passant par le point $C(-3;-1)$ et de coefficient directeur $a = -1$.

**3)** Tracer la droite $(d_3)$ passant par le point $D(2;-1)$ et d'ordonnée à l'origine $b = 3$.

**4)** Tracer la droite $(d_6)$ passant par le point $F(3;4)$ et perpendiculaire à l'axe des abscisses.

**5)** De combien d'informations a-t-on besoin pour tracer chacune de ces droites ?

## ACTIVITÉ 4 Démonstration version 2.0

On définit la droite $(AB)$ comme l'ensemble des points $M$ alignés avec $A$ et $B$. Samir, depuis qu'il a suivi le cours de Maths de son professeur M. Apa, préfère comme définition :
« *la droite $(AB)$ est l'ensemble des points $M$ tels que $\overrightarrow{AM}$ soit colinéaire à $\overrightarrow{AB}$* ».

**1)** Dans cette question, on considère les points $A(-40;-155)$ et $B(20;25)$.
$M(x,y)$ est un point pris au hasard dans le plan mais distinct de $A$.
Traduire, avec ces coordonnées, la condition : « *$\overrightarrow{AM}$ est colinéaire à $\overrightarrow{AB}$* ».
En déduire une équation de la droite $(AB)$.

**2)** Peut-on trouver l'équation de n'importe quelle droite à partir de deux de ses points ?

## DÉBAT 5 Point commun

**1)** Dresser un tableau de valeurs de la fonction $f$ définie par $f(x) = 5x - 4$ sur $[-4;4]$ avec un pas de 1. Quelle relation semble lier les images de deux nombres consécutifs de la 2e ligne du tableau ?

**2)** Étudier de même la fonction $g$ définie par $g(x) = -2x + 3$ pour confirmer votre conjecture.

**3)** Prouver votre conjecture.

# 1. Équations de droites

## DÉFINITION : Équation de courbe

Une **équation de courbe** est une relation qui lie les coordonnées de tous les points de la courbe. Autrement dit : un point appartient à une courbe si et seulement si ses coordonnées vérifient l'équation de la courbe.

REMARQUE : Une courbe peut avoir plusieurs équations.
Par exemple, « $xy = 4$ »et « $2xy = 8$ »sont des équations de la même courbe.

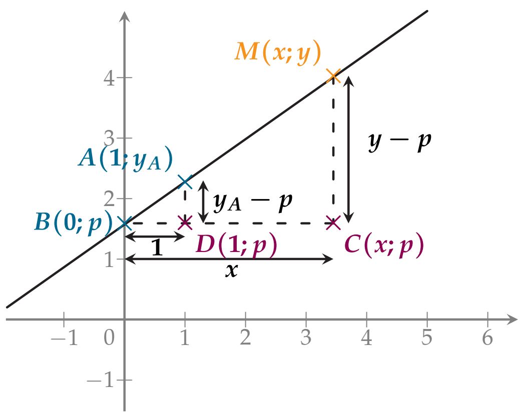
## PROPRIÉTÉ : Équation d'une droite

Soit $(d)$, une droite dans un repère $(O; I, J)$.

- Si $(d)$ est **parallèle à l'axe des ordonnées** alors
  $(d)$ admet une équation de la forme $x = c$ où $c$ est un nombre réel.
- Si $(d)$ **n'est pas parallèle à l'axe des ordonnées** alors
  $(d)$ admet une équation réduite de la forme $y = mx + p$, $m$ et $p$ étant des nombres réels.

PREUVE On se place dans un repère orthonormal (O ;I,J).

- Si $(d)$ est **parallèle** à l'axe des ordonnées, alors elle coupe l'axe des abscisses en un seul point, $C$, de coordonnées $(c; 0)$. Un point $M$ de coordonnées $(x; y)$ pris au hasard sur cette droite aura la même abscisse que $C$.
  Donc **la droite $(d)$ admet $x = c$ comme équation.**
- Si $(d)$ **n'est pas parallèle** à l'axe des ordonnées, $(d)$ et l'axe des ordonnées se coupent en un point $B$, de coordonnées $(0; p)$.
  $A$ est le point de la droite $(d)$ d'abscisse 1. et $M$ un point de coordonnées $(x; y)$ pris au hasard sur la demi-droite [BA) et n'appartenant pas au segment [AB].
  *Les autres positions du point M et la réciproque seront étudiées dans l'exercice* 67.




On place les points C et D d'ordonnée $p$ de manière à ce que $BMC$ soit rectangle en $C$ et $BAD$ soit rectangle en $D$.
Ces deux triangles sont en configuration de Thalès.
Il vient donc $\dfrac{BD}{BC} = \dfrac{DA}{CM} = \dfrac{BA}{BM}$.
Comme le repère est orthonormal, on évalue ces longueurs à partir des coordonnées des points et l'égalité des deux premiers rapports devient : $\dfrac{1}{x} = \dfrac{y_A - p}{y - p}$.

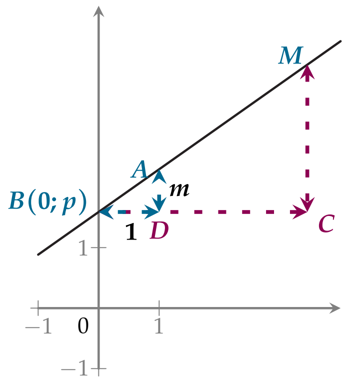
L'égalité des produits en croix donne : $(y_A - p)x = y - p$.
Les nombres $p$ et $y_A - p$ ne dépendent que de la position de la droite $(d)$ dans le repère.
Ils sont fixes et on note $m = y_A - p$.
$(y_A - p)x = y - p$ devient alors $mx = y - p$ soit $y = mx + p$.
Donc **tous les points de la droite $(d)$ vérifient l'équation $y = mx + p$.**

# Cours - Méthodes

**Remarques :**

On considère le cas des droites non parallèles à l'axe des ordonnées.

- Une droite a une infinité d'équations.
  L'équation de la forme $y = mx + p$ est appelée **équation réduite**.
- Dans la démonstration précédente, le point $B$ d'ordonnée $p$ est l'intersection de la droite avec l'axe des ordonnées.
  $p$ est appelé **ordonnée à l'origine** de la droite $(d)$.
- L'égalité $\frac{BD}{BC} = \frac{DA}{CM}$ permet aussi d'écrire que $\frac{DA}{BD} = \frac{CM}{BC} = \frac{m}{1} = m$.
  $m$ est appelé le **coefficient directeur** de la droite $(d)$.
- Les accroissements des ordonnées sont proportionnels aux accroissements des abscisses et $m$ est le coefficient de proportionnalité.




Exemple On considère la droite $(d)$ d'équation $y = 2x - 3$.
Les points $A(1;4)$ et $B(-1;-5)$ appartiennent-ils à la droite $(d)$ ?

Correction

$2x_A - 3 = 2 \times 1 - 3 = -1$. Or, $-1 \neq y_A$. Donc $A \notin (d)$.
$2x_B - 3 = 2 \times (-1) - 3 = -5 = y_B$. Donc $B \in (d)$.

## MÉTHODE 1 Trouver l'équation réduite d'une droite par le calcul

► Ex. 20 p. 234

Lorsque l'on connaît les coordonnées $(x_1; y_1)$ et $(x_2; y_2)$ de deux points distincts d'une droite,

- si $x_1 = x_2$, la droite est **parallèle** à l'axe des ordonnées.
  Son équation réduite est $x = x_1$.
- si $x_1 \neq x_2$, la droite **n'est pas parallèle** à l'axe des ordonnées.
  Son équation réduite est de la forme $y = mx + p$.
  - Le **coefficient directeur** se calcule comme suit : $m = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$ ou $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$.
  - On calcule **l'ordonnée à l'origine** $p$ avec les coordonnées de l'un ou l'autre des points en résolvant une équation d'inconnue $p$ : $y_1 = mx_1 + p$ ou $y_2 = mx_2 + p$.

Exercice d'application Soient $A$ et $B$ deux points de coordonnées respectives $(4;6)$ et $(1;-2)$.
Déterminer l'équation réduite de la droite $(AB)$.

Correction

$A(4;6)$ et $B(1;-2)$ n'ont pas la même abscisse. Donc la droite $(AB)$ admet une équation réduite de la forme $y = mx + p$.

$m = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B}$ soit $m = \frac{6-(-2)}{4-1} = \frac{8}{3}$.

Ensuite, $p$ est solution de $y_A = mx_A + p$ soit $6 = \frac{8}{3} \times 4 + p$ donc $p = 6 - \frac{32}{3} = -\frac{14}{3}$.

L'équation réduite de $(AB)$ est $y = \frac{8}{3}x - \frac{14}{3}$.

Exemple Les points $A(-1;1)$, $B(2;10)$ et $C(30;94)$ sont-ils alignés ?

Correction Les points $A$ et $B$ n'ont pas la même abscisse, donc l'équation réduite de la droite $(AB)$ est de la forme $y = mx + p$ avec $m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{10-1}{2-(-1)} = \frac{9}{3} = 3$.

$p = y_A - mx_A = 1 - 3 \times (-1) = 1 + 3 = 4$.

L'équation réduite de la droite $(AB)$ est $y = 3x + 4$.

$mx_C + p = 3 \times 30 + 4 = 94 = y_C$. Donc $C \in (AB)$.

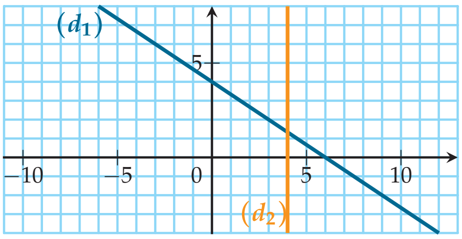
Donc, les points $A$, $B$ et $C$ sont alignés.

## MÉTHODE 2 Trouver l'équation réduite d'une droite par lecture graphique

► Ex. 17 p. 234

- Si la droite est **verticale**, il suffit de lire $c$, l'abscisse du point d'intersection de la droite avec l'axe des abscisses. L'équation réduite de la droite est alors $x = c$.
- Sinon, l'équation réduite de la droite est de la forme $y = mx + p$.
  - $p$ est l'**ordonnée** du point d'intersection de la droite avec l'axe des ordonnées.
  - $m$ est l'**accroissement des ordonnées** (positif ou négatif) lorsque l'on passe d'un point de la droite à un autre point dont l'abscisse est augmentée d'une unité.

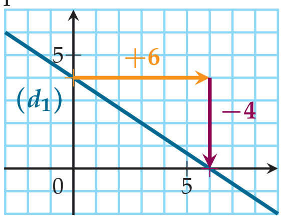
**Exercice d'application** Quelles sont les équations des droites $(d_1)$ et $(d_2)$ ?




**Correction**

- La droite $(d_1)$ **n'est pas parallèle** à l'axe des ordonnées donc son équation réduite est de la forme $y = mx + p$.

Elle coupe l'axe des ordonnées au point de coordonnées $A(0;4)$ donc $p = 4$.
Pour déterminer $m$, on choisit un autre point de la droite de coordonnées entières.




$m = \dfrac{-4}{6} = -\dfrac{2}{3}$.

L'équation de la droite $(d_1)$ est : $y = -\dfrac{2}{3}x + 4$.

- La droite $(d_2)$ est **parallèle** à l'axe des ordonnées. Elle coupe l'axe des abscisses au point de coordonnées $(4;0)$.
L'équation de la droite $(d_2)$ est $x = 4$.

# 2. Représentation graphique d'une fonction affine

### PROPRIÉTÉ : Représentation graphique d'une fonction affine

Soit $m$ et $p$ deux nombres réels et $f$ la fonction affine définie par $f(x) = mx + p$.
Les coordonnées $(x;y)$ de tous les points de la représentation graphique de la fonction $f$ sont liées par la relation $y = mx + p$. Il s'agit d'une droite **non parallèle** à l'axe des ordonnées.
Si $m = 0$, la fonction est dite **constante** et sa représentation graphique a pour équation $y = p$.
Si $p = 0$, la fonction est **linéaire** et sa représentation graphique a pour équation $y = mx$.

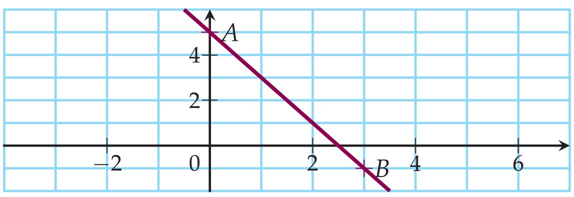
## MÉTHODE 3 Construire la courbe représentative d'une fonction affine

► Ex. 30 p. 235

**Exercice d'application** Dans un repère orthogonal, tracer la représentation graphique de la fonction $f$ définie par $f(x) = -2x + 5$.

**Correction** La fonction $f$ est affine, sa représentation graphique est une droite et il suffit de connaître deux de ses points.

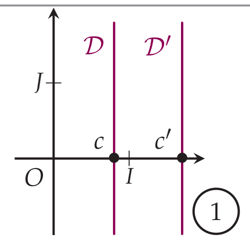
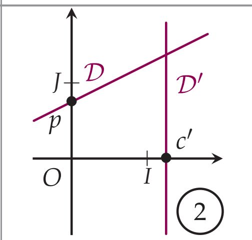
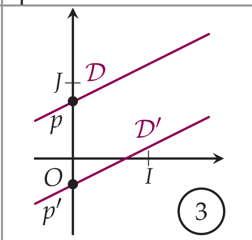
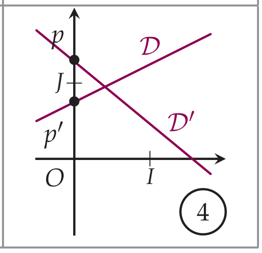
| $x$ | 0 | 3 |
|---|---|---|
| $f(x)$ | 5 | $-1$ |
| Points à placer | $A(0;5)$ | $B(3;-1)$ |



# Cours - Méthodes

## 3. Droites parallèles, droites sécantes

Voici un tableau récapitulatif des positions relatives de deux droites à partir de leur équation réduite.

| Équation de $\mathcal{D}$ | $x = c$ | $y = mx + p$ | | |
|---|---|---|---|---|
| Équation de $\mathcal{D}'$ | $x = c'$ | $x = c'$ | $y = m'x + p'$ | |
| Positions relatives de $\mathcal{D}$ et $\mathcal{D}'$ | $\mathcal{D}$ et $\mathcal{D}'$ sont parallèles | $\mathcal{D}$ et $\mathcal{D}'$ sont sécantes | $m = m'$<br>$\mathcal{D}$ et $\mathcal{D}'$ sont parallèles | $m \neq m'$<br>$\mathcal{D}$ et $\mathcal{D}'$ sont sécantes |
| Représentation |  |  |  |  |

### MÉTHODE 4 Interpréter un système de deux équations linéaires

► Ex. 49 p. 236

Lors de la **résolution** d'un système de deux équations linéaires du premier degré à deux inconnues avec des coefficients non nuls, chaque équation peut se transformer en une équation réduite de droite. **Résoudre un tel système** revient à chercher les éventuels points d'intersection de deux droites à partir de leurs équations réduites. Ces deux droites peuvent être :

- **sécantes** (coefficients directeurs différents). Le système a une **unique** solution.
- **confondues** (même équation réduite). Le système a une **infinité** de solutions.
- **strictement parallèles**. Le système n'a **aucune** solution.

**Exercice d'application** Résoudre les systèmes.

1) $\begin{cases} 5x + 2y = 2 \\ 15x + 6y = 4 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 6x + 2y = 9 \\ 2x - y = -3 \end{cases}$

3) $\begin{cases} 3x - 6y = 18 \\ x - 2y = 6 \end{cases}$

**Correction**

1) Le système devient $\begin{cases} y = -\dfrac{5}{2}x + 1 \\ y = -\dfrac{5}{2}x + \dfrac{2}{3} \end{cases}$

On reconnaît deux équations de droites parallèles non confondues (figure 3), ce système n'a pas de solution.

2) $\begin{cases} 6x + 2y = 9 \\ 2x - y = -3 \end{cases}$ devient $\begin{cases} y = -3x + \dfrac{9}{2} \\ y = 2x + 3 \end{cases}$

On reconnaît deux équations de droites sécantes (figure 4).

La solution de ce système est unique.

$-3x + \dfrac{9}{2} = 2x + 3$ donne $x = \dfrac{3}{10}$

et $y = 2x + 3$ donne $y = \dfrac{18}{5}$.

La solution est le couple $\left(\dfrac{3}{10}; \dfrac{18}{5}\right)$.

3) $\begin{cases} 3x - 6y = 18 \\ x - 2y = 6 \end{cases}$ devient $\begin{cases} y = \dfrac{1}{2}x - 3 \\ y = \dfrac{1}{2}x - 3 \end{cases}$

Il s'agit de la même équation de droite. Les solutions sont les couples de coordonnées de tous les points de la droite d'équation $y = \dfrac{1}{2}x - 3$.

## Activités mentales

**1** Parmi les équations suivantes, lesquelles sont des équations de droites ?

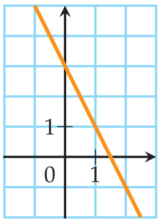
1) $y = \sqrt{3}x - 2$

2) $yx = 2$

3) $x = \dfrac{5}{7}$

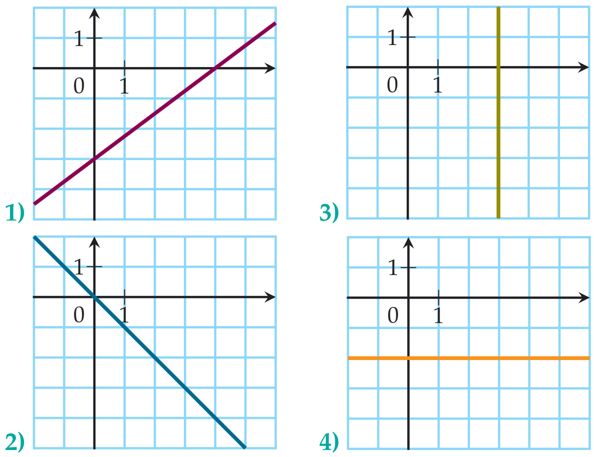
4) $y = (x-2)^2 - (x+6)^2$

**2** On donne le graphique ci-contre.




1) Quelle est l'ordonnée à l'origine de cette droite ?
2) Quel est le coefficient directeur de cette droite ?

**3** Donner les équations réduites des droites.




**4** Quelle est l'équation réduite de la droite d'équation : $3x - 6y = 2$ ?

**5** Le point A de coordonnées $(-2;3)$ appartient-il à la droite d'équation $y = 4x + 5$ ?

**6** La droite $(\mathcal{D}_1)$ d'équation $y = \dfrac{15}{6}x - 5$ et la droite $(\mathcal{D}_2)$ d'équation $y = \dfrac{20}{8}x + 5$ sont-elles parallèles ?

**7** Déterminer l'intersection des droites $(\mathcal{D}_1)$ et $(\mathcal{D}_2)$ d'équations respectives $y = 5x - 7$ et $x = -4$.

**8** Quel est le nombre de solutions des systèmes ?

1) $\begin{cases} y = -1,5\,x + 2,4 \\ y = -1,5\,x - 8 \end{cases}$

2) $\begin{cases} y = 5\,x - 1 \\ y = 7\,x - 1 \end{cases}$

## Équations de droites

**9** Indiquer si l'équation proposée est une équation de droites. Préciser l'ordonnée à l'origine et le coefficient directeur le cas échéant.

1) $y^2 = 3x - 2$

2) $y = -5x + 7$

3) $x^4 = 1$

4) $x = 3$

5) $y = 5x^2 + 5$

6) $y = \dfrac{-3x+1}{5}$

**10** Même consigne que l'exercice **9**.

1) $-23x + 57 = y$

2) $2y = -5x + 7$

3) $x = -31$

4) $x - 3 = 5$

5) $0 = 17x$

6) $\dfrac{-3x+1}{y} = 1$

**11** Vérifier si le point $C(3;7)$ appartient à chacune des droites dont les équations sont données ci-dessous.

1) $y = 3x + 2$

2) $y = 3x - 2$

3) $y = -2x - 2$

4) $y = -2x + 13$

**12** Vérifier si le point $D(-4;1)$ appartient à chacune des droites dont les équations sont données ci-dessous.

1) $y = 2x + 1$

2) $y = 2x + 9$

3) $y = -3x - 11$

4) $y = -x + 3$

**13** Vérifier si le point $E\left(-\dfrac{5}{6};-\dfrac{7}{3}\right)$ appartient aux droites dont les équations sont données ci-dessous.

1) $y = 2x + 1$

2) $y = 2x - 9$

3) $y = -6x - 15$

4) $y = -5x + 3$

**14** Vérifier si le point $F(-1;-2)$ appartient à chacune des droites dont les équations sont données ci-dessous.

1) $y = \dfrac{1}{5}x + \dfrac{4}{5}$

2) $y = \dfrac{2}{3}x - \dfrac{4}{3}$

3) $y = \dfrac{-6}{7}x - \dfrac{15}{14}$

4) $y = \dfrac{12}{17}x + \dfrac{3}{11}$

**15** Indiquer si l'équation proposée est celle d'une droite parallèle à un axe du repère et préciser lequel, le cas échéant.

1) $y = 5x - 17$

2) $x = 2,5$

3) $y = -3x - 12$

4) $y = 5$

5) $y = -\dfrac{1}{2}x + 7$

6) $y = 2x$

**16** Même consigne que l'exercice **15**.

1) $y = 3x + 7$

2) $y = -3$

3) $y = x$

4) $x = \sqrt{2}$

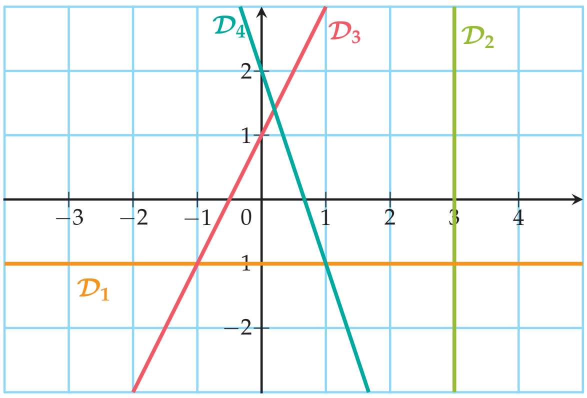
5) $y = \dfrac{2}{3}x + \dfrac{3}{7}$

6) $y = -\dfrac{3x+5}{2}$

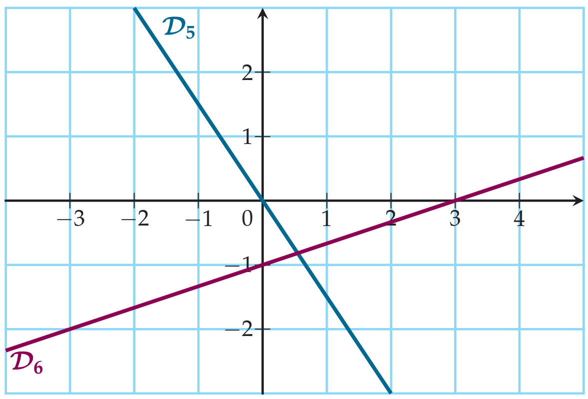
# S’entraîner

**17** ► MÉTHODE 2 p. 231

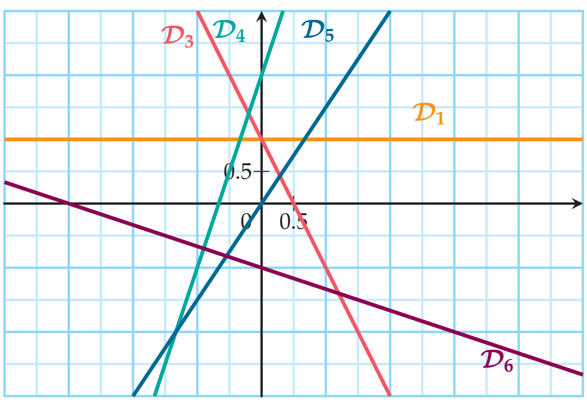
Déterminer une équation de chacune des droites tracées dans le repère ci-dessous.




**18** Même énoncé que l’exercice **17**.




**19** Même énoncé que l’exercice **17**.




**20** ► MÉTHODE 1 p. 230

Déterminer l’équation réduite de la droite passant par les deux points proposés.

**1)** $A(3;5)$ et $B(1;1)$

**2)** $C(8;12)$ et $D(3;2)$

**3)** $G(2;-6)$ et $H(2;8)$

**4)** $K(2;3)$ et $L(2;7)$

**21** Même consigne qu’à l’exercice **20**.

**1)** $E(-2;4)$ et $F(2;-5)$

**2)** $M\left(1;-\dfrac{1}{2}\right)$ et $N\left(-\dfrac{1}{2};3\right)$

**3)** $P\left(-\sqrt{2};3\sqrt{8}\right)$ et $Q\left(5\sqrt{32};-2\sqrt{128}\right)$

**22** **Point connu** ALGO

On considère le point $A(5;-7)$.

**1)** Donner une équation de la droite verticale et une d’une droite horizontale passant toutes deux par le point $A$.

**2)** Donner une équation d’une droite oblique passant par le point $A$.

**3)** Donner une équation d’une droite oblique qui ne contienne pas le point $A$.

**4)** Écrire un algorithme qui demande une équation de droite en entrée puis qui statue si $A$ appartient à cette droite ou pas.

**23** **Droite connue** ALGO

On considère la droite $(\mathcal{D}) : y = -3x + 7$.

**1)** Déterminer deux points :

**a)** qui appartiennent à la droite $(\mathcal{D})$ ;

**b)** qui n’appartiennent pas à la droite $(\mathcal{D})$.

**2)** Écrire un algorithme qui demande les coordonnées d’un point en entrée puis qui statue si le point est sur $(\mathcal{D})$ ou pas.

**24** Tracer dans un même repère les droites d’équations réduites proposées.

**1)** $y = 2x - 1$

**2)** $y = -3x + 4$

**3)** $y = x$

**4)** $y = -0,5x + 2$

**5)** $y = -5x - 3$

**6)** $y = 5x - 3$

**25** Même consigne qu’à l’exercice **24**.

**1)** $y = -4x$

**2)** $y = 3$

**3)** $y = x - 2$

**4)** $x = 5$

**5)** $y = -x$

**6)** $x = y$

**26** Même consigne qu’à l’exercice **24**.

**1)** $y = \dfrac{2}{3}x - 1$

**2)** $y = -\dfrac{3}{5}x + \dfrac{2}{5}$

**3)** $y = 2x - \dfrac{1}{3}$

**4)** $y = \sqrt{5}x - \sqrt{2}$

**5)** $y = \dfrac{7}{3}x + 2$

**6)** $y = \dfrac{-2}{7}x$

## Courbe d'une fonction affine

**27** Pour chacune des droites dont les équations sont ci-dessous, dire s'il existe une fonction représentée par cette droite.

**1)** $y = 2$ **2)** $x = -2$ **3)** $2x - 3y = 5$

**28** Pour chacune des équations de droites ci-dessous, donner la nature de la fonction qu'elle représente.

**1)** $y = 3$ **2)** $y = -x + 5$ **3)** $y = -4x$

**29** Même consigne qu'à l'exercice **28**.

**1)** $(x-3)(x+3) - x^2$ **2)** $(3-x)^2 - (x^2+9)$

**30** ► MÉTHODE 3 p. 231

Tracer, dans un même repère orthonormal, les droites représentant les fonctions affines suivantes.

**1)** $f(x) = x + 2$ **3)** $h(x) = 2x + 1$

**2)** $g(x) = -x + 2$ **4)** $l(x) = 2x - 1$

**31** Même consigne qu'à l'exercice **30**.

**1)** $n(x) = \dfrac{5}{6}x + \dfrac{1}{3}$ **2)** $q(x) = -\dfrac{3}{4}x - 2$

**32** Même consigne qu'à l'exercice **30**.

**1)** $r(x) = \dfrac{2}{3}x + 3$ **2)** $q(x) = -\dfrac{4}{5}x - 2$

**33** **Algorithme mystère** ALGO

```
Algorithme : Mystère
Liste des variables utilisées
   x1, x2, y1, y2 : réel
   m : réel
Entrées
   Demander x1, x2, y1 et y2
Traitements
   Si x1≠x2 Alors
      Calculer (y1-y2)/(x1-x2)
      Stocker la réponse dans m
      Afficher la valeur de m
   Sinon
      Afficher « m n'existe pas »
   Fin Si
Fin de l'algorithme
```

**1)** Que fait l'algorithme ci-dessus ?

**2)** Comment le modifier pour afficher une équation de droite ?

## Droites parallèles, droites sécantes

**34** Soit $(\mathcal{D})$ la droite d'équation $y = 2x - 5$. Donner une équation réduite pour chaque type de droite suivante.

**1)** droite sécante à $(\mathcal{D})$ ;

**2)** droite parallèle à $(\mathcal{D})$ ;

**3)** droite parallèle à $(\mathcal{D})$ et passant par $A(2;1)$ ;

**4)** droite sécante à $(\mathcal{D})$ et passant par $A$.

**35** Même consigne qu'à l'exercice **34** avec la droite $(\mathcal{D})$, d'équation $x = 5$.

**1)** droite sécante à $(\mathcal{D})$ ;

**2)** droite parallèle à $(\mathcal{D})$ ;

**3)** droite parallèle à $(\mathcal{D})$ et passant par $B(-2;5)$ ;

**4)** droite sécante à $(\mathcal{D})$ et passant par $B$.

**36** Décrire la position relative des droites d'équations suivantes.

**1)** $y = -3x + 5$ **3)** $x = 3$ **5)** $y = -3x + 7$

**2)** $y = 3x$ **4)** $y = 3x + 5$ **6)** $y = 3$

**37** Même consigne qu'à l'exercice **36**.

**1)** $y = 2x - 5$ **3)** $x = \dfrac{-14}{2}$ **5)** $y = \dfrac{4}{2}x - \dfrac{25}{5}$

**2)** $y = \dfrac{4}{5}x - 2$ **4)** $y = \dfrac{6}{3}$ **6)** $y = \dfrac{8}{10}x$

**38** Les droites $(AB)$ et $(\mathcal{D})$ sont-elles parallèles ?

**1)** $A(5;-10)$ , $B(7;-2)$ et $(\mathcal{D}) : y = 4x + 5$

**2)** $A(91;-280)$, $B(277;830)$ et $(\mathcal{D}) : y = 6x - 2$

**3)** $A(13\,351;17\,630)$, $B(-7\,432;5\,754)$ et $(\mathcal{D}) : y = \dfrac{4}{7}x$

**4)** $a(0;1)$, $B(3;1)$ et $(\mathcal{D}) : 6y - 4x + 1 = 0$

**39** **Automatisation** ALGO

Écrire un algorithme demandant les coordonnées de deux points, l'équation d'une droite et qui détermine si cette droite est parallèle à la droite passant par les deux points donnés.

**40** Pour chacune des droites dont une équation est proposée ci-dessous, donner une équation réduite des droites symétriques :

- par rapport à l'axe des ordonnées ;
- par rapport à l'axe des abscisses ;
- par rapport à l'origine du repère.

**1)** $(\mathcal{D}_1) : x = 2$ **3)** $(\mathcal{D}_3) : y = 2x - 1$

**2)** $(\mathcal{D}_2) : y = -4$ **4)** $(\mathcal{D}_4) : y = -3x + 4$

# S'entraîner

**41** Les droites $(AB)$ et $(CD)$ sont-elles parallèles ?

**1)** $A(2;-1)$, $B(3;5)$, $C(3;-5)$ et $D(5;7)$.

**2)** $A(15;30)$, $B(5;20)$, $C(-10;-20)$ et $D(50;40)$.

**3)** $A(8;210)$, $B(177;14)$, $C(88;312)$ et $D(86;222)$.

**42** **Automatisation – bis** ALGO

Écrire un algorithme qui demande les coordonnées de quatre points en entrée et qui détermine si la droite passant par les deux premiers points est parallèle à celle passant par les deux derniers.

**43** On considère les points $A$, $B$ et $C$ de coordonnées respectives $(8;3)$, $(3;5)$ et $(3;2)$.
Déterminer $y$, ordonnée du point $D$ de coordonnées $(-3;y)$ tel que les droites $(AB)$ et $(CD)$ soient parallèles.

**44** Les points $A$, $B$ et $C$ sont-ils alignés ?

**1)** $A(0;6)$, $B(6;0)$ et $C(3;3)$ ;

**2)** $A(1;7)$, $B(-2;-9)$ et $C(3;2)$ ;

**3)** $A(-21;-61)$, $B(-1;-1)$ et $C(23;71)$ ;

**45** **Automatisation – come-back** ALGO

Écrire un algorithme qui demande les coordonnées de trois points en entrée et qui détermine si les trois points sont alignés.

**46** On considère les points $A$ et $B$ de coordonnées respectives $(1;-5)$ et $(-1;3)$.
Déterminer $y$, ordonnée du point $C$ de coordonnées $(2;y)$ tel que $A$, $B$ et $C$ soient alignés.

**47** **Droites parallèles**

On considère le point $A(-7;1)$ et la droite $(\mathcal{D})$ d'équation réduite $y=-5x+1$.
Déterminer $x$, abscisse du point $B$ de coordonnées $(x;8)$ tel que les droites $(AB)$ et $(\mathcal{D})$ soient parallèles.

**48** Soit A, B et C trois points de coordonnées respectives $(2;-1)$, $(7;1)$ et $(2;2,5)$.
Déterminer les coordonnées d'un point D pour que ABDC soit un parallélogramme.

**49** ► MÉTHODE 4 p. 232

Déterminer le nombre de solutions des systèmes.

**1)** $\begin{cases} x=2 \\ x=-4 \end{cases}$ **3)** $\begin{cases} y=3x+5 \\ y=2x-1 \end{cases}$

**2)** $\begin{cases} y=2x-3 \\ 4x-2y=6 \end{cases}$ **4)** $\begin{cases} 3x-5y=9 \\ 6x-9y=18 \end{cases}$

**50** Pour chacun des systèmes suivants :

- déterminer le nombre de solutions ;
- résoudre les systèmes ayant des solutions.

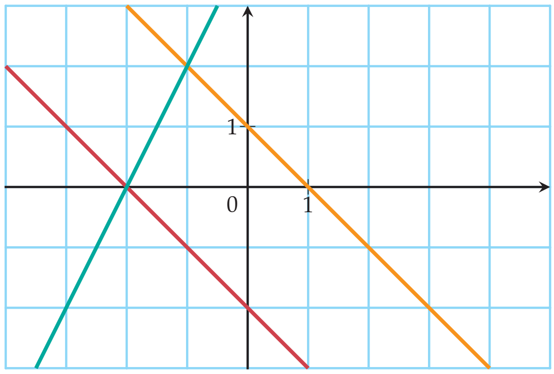
**1)** $\begin{cases} y=-x+2 \\ y=-3x+4 \end{cases}$ **2)** $\begin{cases} y=-2x+\dfrac{1}{2} \\ y=\dfrac{1}{5} \end{cases}$

**51** Même consigne qu'à l'exercice **50**.

**1)** $\begin{cases} 3y+6x=-3 \\ 2y-4x=6 \end{cases}$ **3)** $\begin{cases} y=3x-5 \\ 2y-6x=4 \end{cases}$

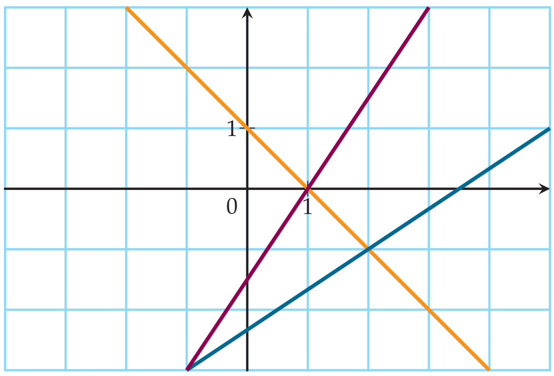
**2)** $\begin{cases} y=2x+3 \\ x=-3x-4 \end{cases}$ **4)** $\begin{cases} y=\dfrac{1}{3}x-2 \\ x=4 \end{cases}$

**52** À l'aide du graphique ci-dessous, donner les solutions des systèmes suivants.




**1)** $\begin{cases} y=2x+4 \\ y=-x+1 \end{cases}$ **2)** $\begin{cases} y=-x+1 \\ y=-x-2 \end{cases}$ **3)** $\begin{cases} y=2x+4 \\ y=-x-2 \end{cases}$

**53** Même consigne qu'à l'exercice **52**.




**1)** $\begin{cases} y=-x+1 \\ y=\dfrac{2}{3}x-\dfrac{7}{3} \end{cases}$ **2)** $\begin{cases} y=\dfrac{3}{2}x-\dfrac{3}{2} \\ y=-x+1 \end{cases}$ **3)** $\begin{cases} y=\dfrac{2}{3}x-\dfrac{7}{3} \\ y=\dfrac{3}{2}x-\dfrac{3}{2} \end{cases}$

## Problèmes

**54** Au bar de la poste, 5 amis profitent de la terrasse au soleil. Ils ont commandé 2 cafés et 3 thés. Le serveur leur demande 10,10 €.
Ils sont rejoints par 4 amis qui commandent 3 cafés et 1 thé. Cette fois-ci, le serveur leur demande 7,10 €.
Afin que les amis puissent payer chacun leur part, déterminer le prix d'un thé et le prix d'un café.

**55 Problème de différence** ALGO

1) Trouver deux nombres dont la différence est 7 et dont la différence de leurs carrés est 21.
2) Proposer un algorithme qui, à partir de la différence de deux nombres et de la différence de leurs carrés, retrouve les deux nombres.

**56 Équation diophantienne**

Une équation diophantienne du premier degré est une équation de la forme $ax + by = c$ où $a$, $b$ et $c$ sont des nombres entiers et où les solutions $(x; y)$ sont des entiers également.

1) Donner des exemples d'équations diophantiennes.
2) Représenter graphiquement les solutions réelles de l'équation $3x + 7y = 1$.
3) Indiquer des solutions particulières de l'équation diophantienne $3x + 7y = 1$.

**57 Solde**

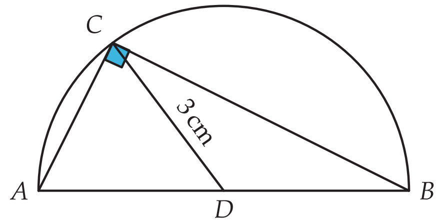
Amira va faire les boutiques. Elle achète dans un même magasin deux tee-shirts et une jupe pour 119,70 €. La semaine suivante, elle reçoit un texto du magasin pour des ventes privées : réduction de 50 % pour les tee-shirts et de 30 % sur les jupes. Elle décide de faire des cadeaux à sa mère et ses sœurs et achète 6 tee-shirts et 2 jupes. Elle paye 173,56 €.
Quelle somme ces ventes privées lui ont-elles fait économiser ?

**58 Vitesse**

Kader et Sophie, toujours aussi amoureux, habitent à 4 km l'un de l'autre. Ils décident de se rejoindre à vélo à « mi-chemin ». Kader avance à une vitesse constante de $11\,\text{km}\cdot\text{h}^{-1}$ et Sophie à une vitesse constante de $8\,\text{km}\cdot\text{h}^{-1}$. Quelles distances auront-ils chacun parcourues quand ils se retrouveront ?

**59 Longueurs**

Un triangle rectangle d'aire $8{,}64\,\text{cm}^2$ est inscrit dans un cercle de rayon 3 cm.




Pour trouver les longueurs de chacun des côtés de l'angle droit, suivre la démarche suivante.

1) Calculer le produit de ces deux longueurs.
2) Utiliser le théorème de Pythagore pour calculer la somme de leur carré.
3) Utiliser les identités remarquables pour calculer le carré de leur somme et le carré de leur différence.
4) Calculer leur somme et leur différence.
5) Résoudre le système formé de ces deux expressions.
6) Conclure.

**60 Concurrence**

Lors d'une sortie, l'ensemble des participants est partagé en huit groupes pour une collation dans différents lieux.

- À la boulangerie de la Marine, le groupe 1 commande 3 croissants et 5 brioches pour 15 € et le groupe 2, 3 croissants et 2 brioches 10,50 €.
- À la boulangerie du Pont Neuf, le groupe 3 paie 22,70 € 6 croissants et 5 brioches et le groupe 4 17,80 € 4 croissants et 5 brioches.
- Le groupe 5 se rend au supermarché et achète 6 croissants et 5 brioches pour 21,55 €. Il est accompagné du groupe 6 qui paient 17,75 € 3 croissants et 7 brioches.
- Enfin, les deux derniers groupes se rendent au salon de thé. Ils savourent 4 croissants et 3 brioches pour 14,60 € et 5 croissants et 2 brioches pour 15,80 €.

Sans résoudre de système, déterminer où il est financièrement plus intéressant de se rendre.

**61 Problème de division**

Trouver deux nombres dont la somme vaut 1 776 et dont la division euclidienne du plus grand des deux par le plus petit a pour quotient 6 et pour reste 19.

# Approfondir

## 62 De grandes coordonnées

Dans un repère $(O; I, J)$ d'unité graphique 1 cm, tracer la droite passant par les points $A(-2\,198; -2\,202)$ et $B(1\,892; 1\,888)$.

La construction sera soigneusement justifiée.

## 63 Théorème de Pappus

On se place dans un repère $(O; I, J)$ et on considère les points suivants $A_1(0; 0)$, $B_1(1; 1)$, $C_1(4; 4)$, $A_2(1; -3)$, $B_2(4; -3)$ et $C_2(7; -3)$.
On note :

- $A$ l'intersection des droites $(B_1C_2)$ et $(B_2C_1)$ ;
- $B$ l'intersection des droites $(A_1C_2)$ et $(A_2C_1)$ ;
- $C$ l'intersection des droites $(A_1B_2)$ et $(A_2B_1)$.

Montrer que les points $A$, $B$ et $C$ sont alignés.

> Cette propriété est vraie quelle que soit la position des points $A_1$, $B_1$ et $C_1$ sur une droite $(d_1)$ et $A_2$, $B_2$ et $C_2$ sur une droite $(d_2)$. Elle porte le nom de Pappus d'Alexandrie, mathématicien de la Grèce Antique dont les écrits prennent une grande part dans notre connaissance des mathématiques de l'époque.

## 64 Une équation pour deux droites

Dans un repère $(O; I, J)$, on considère l'équation suivante : $(E) : x^2 - y^2 = 0$.

1) Déterminer dix points, répartis dans chacun des quatre quadrants, dont les coordonnées vérifient l'équation donnée et les placer dans le repère $(O; I, J)$.
2) Factoriser le membre de gauche de l'équation $(E)$.
3) Trouver deux équations $(E_1)$ et $(E_2)$ telles qu'un couple $(x; y)$ est solution de $(E)$ si et seulement si $(x; y)$ est solution de $(E_1)$ ou de $(E_2)$.
4) Quel est l'ensemble des points dont les coordonnées $(x; y)$ vérifient l'équation $(E)$ ?
5) Déterminer une équation de la "courbe" formée des deux droites $(AB)$ et $(AC)$ avec $A(1; 3)$, $B(3; -1)$ et $C(-2; 0)$.

## 65 Une équation, une droite ?

Dans un repère orthonormal $(O; I, J)$, on considère l'équation suivante : $x^2 + y^2 = 1$.
Quel semble être l'ensemble des points dont les coordonnées $(x; y)$ vérifient l'équation $(E)$ ?

## 66 Un peu de culture

Pour son anniversaire, Emma a reçu un bon de 400 € utilisable au Pagnol, une salle de spectacles. La programmation de cette année propose 20 pièces de théâtre à 14 € par pièce et 40 films à 8 € par film.
Elle appelle $x$ le nombre de pièces et $y$ le nombre de films qu'elle pourra voir.

### Partie A

Passionnée par les deux types de spectacle, elle voudrait en voir autant des deux.

1) Déterminer la relation qui lie $x$ et $y$ si Emma dépense la totalité de son bon.
2) Expliquer pourquoi $x$ ne peut pas être égal à $y$.
3) Dans un repère orthonormal, construire la représentation graphique de cette équation.
4) Déterminer les points de la représentation qui ont des coordonnées entières.
5) Choisir pour Emma la combinaison qui lui permettra de voir presque autant de films que de pièces de théâtre.

### Partie B

Emma change d'avis ! Elle voudrait voir deux fois plus de films que de pièces de théâtre.

1) Que faut-il tracer sur le graphique pour répondre à la question ?
2) Quelles seraient les solutions possibles ?

## 67 La fin d'une démonstration

### Partie A : toutes les configurations

Dans la démonstration de l'existence d'une équation réduite de la forme $y = mx + p$ pour toute droite non parallèle à l'axe des ordonnées, une configuration a été étudiée : $M \in [BA)$ mais $M \notin [AB]$.

1) Que se passe-t-il si $M \in [AB]$ ?
2) Trouver toutes les autres configurations possibles pour cette situation.
3) Constituer des groupes pour se partager l'étude de chaque configuration.

### Partie B : réciproque

On considère un point $S$ sur la droite et un point $H$ n'appartenant pas à la droite mais de même abscisse que le point $S$.
Calculer les ordonnées de $S$ et $H$ et conclure.

## 68 Le polygone des E.C.C.

**1)** Le tableau ci-après donne la répartition des lycées généraux et technologiques en fonction du nombre d'élèves en 2009-2010.

| | Nombre de lycées |
|---|---|
| Moins de 100 élèves | 5 |
| De 100 à 199 élèves | 10 |
| De 200 à 299 élèves | 42 |
| De 300 à 399 élèves | 70 |
| De 400 à 499 élèves | 110 |
| De 500 à 599 élèves | 115 |
| De 600 à 699 élèves | 127 |
| De 700 à 799 élèves | 150 |
| De 800 à 899 élèves | 145 |
| De 900 à 1199 élèves | 403 |
| De 1200 à 1499 élèves | 227 |
| 1500 élèves et plus | 167 |
| Total | 1 571 |

*source : http ://www.data.gouv.fr/*

**a)** Construire le polygone des effectifs cumulés croissants de cette série statistique.

**b)** Soit $A9$ et $A10$ les points de coordonnées respectives $(900; 774)$ et $(1200, 1177)$.
Déterminer une équation de la droite $(AB)$.

**c)** En déduire une estimation de la médiane.

**d)** Déterminer les quartiles.

**2)** Le tableau suivant donne le nombre d'enfants adoptés selon leur âge. Calculer la médiane et les quartiles sans faire de graphique.

| **Âge** | **Nombre d'enfants adoptés** |
|---|---|
| 0 à 6 mois | 88 |
| 6 à 12 mois | 352 |
| 1 an à 2 ans | 472 |
| 2 ans à 3 ans | 271 |
| 3 ans à 4 ans | 178 |
| 4 ans à 5 ans | 135 |
| 5 ans à 7 ans | 214 |
| 7 ans et plus | 285 |
| **Total** | **1995** |

*source : http ://www.data.gouv.fr/*

## 69 Droites paramétrées

On se place dans un repère $(O; I, J)$.
Soit $p$ un nombre réel. On considère :

- la droite $(d_p)$ d'équation $y = (1 - p)x + 3$ ;
- la droite $(d'_p)$ d'équation $y = -x + 2p$.

**1)** Représenter, d'une couleur, les droites $(d_3)$ et $(d'_3)$ et, d'une autre couleur, les droites $(d_{-1})$ et $(d'_{-1})$.

**2)** Pour quelle valeur de $p$ les droites $(d_p)$ et $(d'_p)$ sont-elles parallèles ?

**3)** Lorsque $p \neq 2$, déterminer les coordonnées du point $K_p$, intersection de $(d_p)$ et $(d'_p)$.

**4)** En utilisant le résultat précédent, déterminer les coordonnées de $K_3$ et de $K_{-1}$ et vérifier sur le graphique de la question **1**.

## 70 Droites concourantes

On considère, dans un repère orthonormé $(O; I; J)$, trois points $A(1;7)$, $B(-5;-5)$ et $C(7;-1)$.

**1) a)** Déterminer les coordonnées des points $A'$, $B'$ et $C'$, milieux respectifs des segments $[BC]$, $[AC]$ et $[AB]$.

**b)** Déterminer l'équation réduite des droites $(AA')$ et $(BB')$.

**c)** Déterminer les coordonnées de leur point d'intersection $K$.

**d)** Montrer, par le calcul, que $K$ appartient à la droite $(CC')$.

**e)** Quel théorème classique de géométrie aurait permis de démontrer le résultat précédent ?

**f)** Montrer que $K$ est situé aux deux-tiers des segments $[AA']$, $[BB']$ et $[CC']$ en partant des points $A$, $B$ et $C$.

**2)** Calculer les distances $OA$, $OB$, et $OC$. Que peut-on en déduire pour le point $O$ ?

**3)** On considère le point $H(3;1)$.

**a)** Soit $A_1(4;-2)$.
Montrer que $A$, $H$ et $A_1$ sont alignés.

**b)** Soit $C_1(-1;3)$.
Montrer que $C$, $H$ et $C_1$ sont alignés.

**c)** Montrer que les triangles $AA_1C$ et $CC_1A$ sont des triangles rectangles.

**d)** Que peut-on en déduire sur le point $H$ ?

**4)** Montrer que les points $O$, $K$ et $H$ sont alignés.

**5)** Rechercher la définition de la droite d'Euler.

# Je teste mes connaissances

## À la fin de ce chapitre, je dois être capable de :

**Reconnaître**
- une équation de droite
- la représentation graphique d'une fonction affine

**Une équation d'une droite étant donnée,**
- vérifier si un point appartient à la droite
- tracer cette droite

**Démontrer**
- l'alignement de trois points
- le parallélisme de deux droites

**Lire graphiquement**
- le coefficient directeur d'une droite
- l'ordonnée à l'origine d'une droite
- l'équation réduite d'une droite
- les coordonnées du point d'intersection de deux droites

**Calculer**
- la solution d'un système de deux équations
- les coordonnées du point d'intersection de deux droites
- l'équation réduite d'une droite dont on connaît deux points

## QCM d'auto-évaluation

Des ressources numériques pour préparer le chapitre sur manuel.sesamath.net

**Pour chaque question, plusieurs réponses sont proposées. Déterminer celles qui sont correctes.**

**71** Indiquer les équations de droites.

a $x = 5$ b $3y - 2x = 3,7$ c $1,2y - 2x = 5 + 1,2y$ d $y = -0,5x + 2.6$

**72** Indiquer les équations de droites correspondant à la représentation graphique d'une fonction affine.

a $x = 5$ b $3y - 2x = 3,7$ c $1,2y - 2x = 5 + 1,2y$ d $y = -0,5x + 2.6$

**73** La droite $(\Delta)$ d'équation $y = 4x + 1,5$ passe par le point :

a $A(1,5;0)$ b $B(-1;2,5)$ c $C(-15;58,5)$ d $D(0;1,5)$

**74** La droite d'équation $y = -\frac{2}{3}x + 4$ coupe l'axe des abscisses au point :

a $A(0;4)$ b $B(4;0)$ c $C(0;6)$ d $D(6;0)$ e aucun de ces points

**75** La droite $(d)$ passant par le point $A(-5;2,5)$ peut avoir pour équation :

a $y = -2x - 7,5$ b $y = \frac{4}{5}x + 1,5$ c $y = -3x + 12$ d $y = -5x + 2,5$ e aucune de ces équations

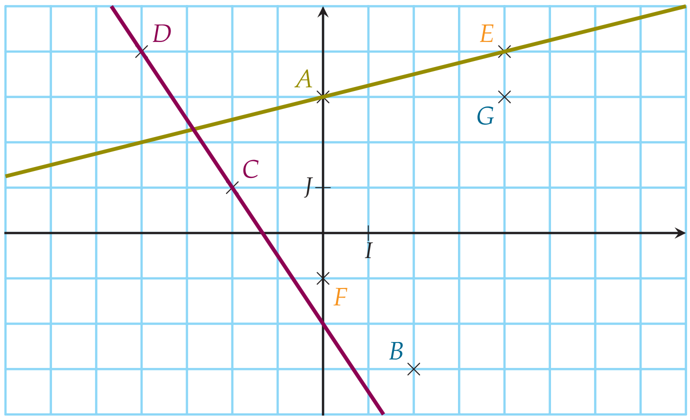
**76** La droite $(d)$ passant par les points $A(4;0)$ et $B(0;-3)$ a pour coefficient directeur :

a $a_1 = -\frac{3}{4}$ b $a_2 = 4$ c $a_3 = -3$ d $a_4 = \frac{3}{4}$ e aucun de ces coefficients

**77** Indiquer les équations des droites parallèles à la droite d'équation $y = 1,5x + 4$.

a $d_1 : y = -\frac{3}{2}x + 1$ b $d_2 : y = \frac{6}{4}x + 1$ c $d_3 : y = -1,5x + 7$ d $d_4 : y = \frac{9}{6}x + 7$

Pour la suite des questions, on utilise la figure ci-dessous.




**78** Le coefficient directeur de la droite $(CA)$ est :

(a) $3$ (b) $2$ (c) $1$ (d) $-1$

**79** L'ordonnée à l'origine de l'équation de la droite $(BG)$ est :

(a) $-6$ (b) on ne peut pas savoir (c) $-9$

**80** La droite $(AG)$ a pour équation :

(a) $x = 6$ (b) $x = 3$ (c) $y = 6$ (d) $2y = 6$

**81** La droite $(AE)$ a pour équation :

(a) $y = 4x + 3$
(b) $y = -4x + 3$
(c) $y = 0,25x + 3$
(d) aucune de ces propositions

**82** La droite $(DC)$ admet pour équation :

(a) $y = \frac{2}{3}x - 2$
(b) $y = -2x - \frac{3}{2}$
(c) $y = \frac{3}{2} - 2$
(d) aucune de ces équations

**83** La droite parallèle à $(AB)$ passant par $C$ admet pour équation réduite :

(a) $y = -3x - 5$ (b) $y = 3x + 3$ (c) $y = -3x + 3$ (d) $y = 3x + 5$

**84** L'affirmation « $M$, $N$ et $P$ sont alignés donc les droites $(MN)$ et $(NP)$ ont même équation réduite »est :

(a) vraie (b) fausse (c) on ne peut pas savoir

**85** Les droites $(DA)$ et $(AE)$ ont des coefficients directeurs :

(a) égaux (b) inverses (c) opposés (d) On ne sait pas

**86** Les coordonnées $(x, y)$ du point d'intersection des droites $(CD)$ et $(AE)$ vérifient :

(a) $\frac{-7}{4}x = 5$ (b) $\begin{cases} 4y - x = 3 \\ 2y + 3x = -4 \end{cases}$ (c) $y = \frac{12}{7}$

# Travaux pratiques

## TP 1 Les impôts

Lorsqu'un contribuable français reçoit une déclaration de revenus à remplir, il reçoit aussi en annexe une formule pour évaluer l'impôt qu'il aura à acquitter en fonction du revenu imposable arrondi à l'euro inférieur et du nombre de personnes dans le foyer fiscal.
L'objet de ce T.P. est de comprendre d'où viennent les formules indiquées dans ce type de document en les établissant dans le cas d'une seule personne dans le foyer fiscal.

### 1 L'effet de seuil

L'article 13 de la déclaration des droits de l'homme et du citoyen de 1789 indique que : « *Pour l'entretien de la force publique, et pour les dépenses d'administration, une contribution commune est indispensable : elle doit être également répartie entre tous les citoyens, en raison de leurs facultés.* »

| Revenu imposable « *R* » | Taux d'imposition |
|---|---|
| Jusqu'à 5 963 € | 0% |
| De 5 964 € à 11 896 € | 5,5 % |
| De 11 897 € à 26 420 € | 14 % |
| De 26 421 € à 70 830 € | 30 % |
| De 70 831 € à 150 000 € | 41 % |
| Plus de 150 001 € | 45 % |

La France a choisi un système d'impôt à taux progressif depuis 1914. Le tableau ci-dessus reproduit les taux d'imposition indiqués par la brochure de 2013. Le taux d'imposition est le pourcentage du revenu qui devra être acquitté au titre de l'impôt.

**1)** En appliquant tel quel les taux d'imposition, dresser un tableau de valeurs en indiquant l'impôt à acquitter pour des revenus de :
- 5 963 € ;
- 11 896 € ;
- 26 420 € ;
- 70 830 € ;
- 150 000 € ;
- 5 964 € ;
- 11 897 € ;
- 26 421 € ;
- 70 831 € ;
- 150 001 €.

**2)** Quelles fonctions semblent lier le revenu à l'impôt à acquitter ?
Quelles en seront les représentations graphiques ?

**3)** Construire le graphique représentant ces fonctions dans un même repère.

**4)** Expliquer le terme « effet de seuil ».

### 2 Les tranches d'imposition

Afin d'éviter l'effet de seuil, on fait correspondre les fonctions aux valeurs bornant les tranches.
Selon l'article 197 du code des impôts de 2013, l'impôt est calculé en appliquant à la fraction de chaque part de revenu qui excède 5 963 € le taux de :
- 5,50 % pour la fraction supérieure à 5 963 € et inférieure ou égale à 11 896 € ;
- 14 % pour la fraction supérieure à 11 896 € et inférieure ou égale à 26 420 € ;
- 30 % pour la fraction supérieure à 26 420 € et inférieure ou égale à 70 830 € ;
- 41 % pour la fraction supérieure à 70 830 € et inférieure ou égale à 150 000 € ;
- 45 % pour la fraction supérieure à 150 000 €.

**1)** Dresser un tableau de valeurs pour les mêmes valeurs que dans la partie 1.

**2)** Construire la représentation graphique de cette nouvelle fonction sur le même graphique.

**3)** Établir les équations des droites portant les segments représentants chaque tranche d'imposition. Comparer aux formules données sur la brochure du ministère.

**4)** Refuser une augmentation au motif que cela ferait changer de tranche est-il une opinion raisonnable ?

## TP 2 Où sont les célibataires de France ?

INFO

L'objectif de ce TP est de comparer la répartition des célibataires de trois départements français par tranches d'âges en calculant l'âge médian et les quartiles.

### 1 Une première approximation par le graphique

Voici un extrait des données du recensement de 2009 (`www.insee.fr`) concernant les personnes vivant seules dans leur logement à Paris, dans les Bouches-du-Rhône et le Cantal.

| Tranches d'âge | Effectifs à Paris | Effectifs dans les Bouches-du-Rhône | Effectifs dans le Cantal |
|---|---|---|---|
| 15 à 19 ans | 9 439 | 5 409 | 459 |
| 20 à 24 ans | 57 527 | 20 985 | 1 282 |
| 25 à 39 ans | 192 513 | 52 010 | 3 092 |
| 40 à 54 ans | 111 906 | 52 370 | 3 889 |
| 55 à 64 ans | 82 429 | 47 136 | 3 802 |
| 65 à 79 ans | 84 822 | 64 039 | 6 057 |
| 80 ans ou plus | 55 895 | 45 260 | 4 405 |

**1)** Pour chacun des trois départements :
- **a)** calculer les fréquences ;
- **b)** calculer les fréquences cumulées croissantes ;
- **c)** construire les polygones des fréquences cumulées croissantes.

**2)** Déterminer les médianes et quartiles par lecture graphique.

### 2 Un affinage par interpolation linéaire

**1) Le principe pas à pas**
- **a)** Repérer sur le polygone des fréquences cumulées de Paris, la tranche d'âge qui contient la médiane.
- **b)** Quelles sont les coordonnées des extrémités du segment représentant cette tranche sur le graphique ?
- **c)** Déterminer l'équation de la droite qui porte ce segment.
- **d)** Déterminer l'abscisse du point d'ordonnée 50 de cette droite.
- **e)** Quel est l'âge médian des célibataires de Paris ?

**2) En autonomie**
Déterminer l'âge médian des célibataires des Bouches-du-Rhône et du Cantal.

### 3 Analyse

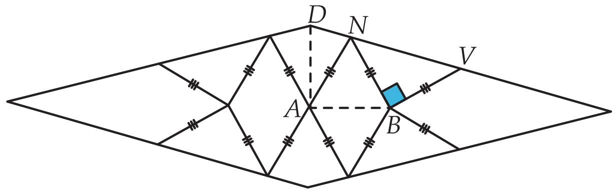
**1)** Sur trois axes gradués avec la même échelle représentant chacun un département : placer la médiane et les quartiles.

**2)** Quel phénomène sociétal mettent en évidence les différences entre les caractéristiques des trois départements proposés : Paris, Bouches-du-Rhône et Cantal ?

# Travaux pratiques

## TP 3 Jardins royaux

INFO




Pedro est jardinier dans une quinta à Sintra au Portugal. Il souhaite réaliser un parterre de fleurs suivant le motif schématisé ci-contre. Les segments codés de même longueur mesureraient tous 2 m, ainsi que $[AB]$ et $[AD]$. Il souhaite que l'angle $\widehat{VBN}$ soit droit, et il veut s'assurer que les points $D$, $N$ et $V$ soient alignés.

**1) Reproduction d'une partie de cette figure**

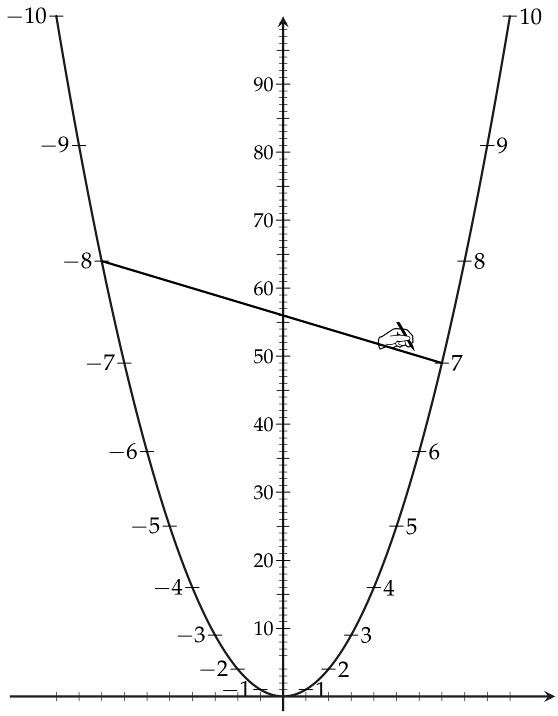
- **a)** Tracer un triangle $ABN$ équilatéral.
- **b)** Placer $D$, du même côté de $(AB)$ que $N$, tel que $ABD$ soit isocèle rectangle en $A$.
- **c)** Placer $V$, du même côté de $(AB)$ que $N$, tel que $VBN$ soit isocèle rectangle en $B$.

**2) Démonstration**

- **a)** Déterminer les coordonnées de $D$, $N$ et $V$ dans le repère $(A; B, D)$.
- **b)** Vérifier que les trois points sont alignés en utilisant un logiciel de calcul formel pour effectuer les simplifications d'écriture.

# Récréation, énigmes

## Calculatrice en papier




Le schéma ci-contre représente la parabole d'équation $y = x^2$ dans un repère orthogonal.

Pour la transformer en calculatrice, on choisit deux points de la parabole situés de part et d'autre de l'axe des ordonnées et on lit l'ordonnée à l'origine de la droite qui les relie.

**1) Conjecture**

- **a)** Construire la parabole et tester la calculatrice.
- **b)** Quels calculs semble-t-elle faire ?

**2) Démonstration**

On choisit deux points distincts $A$ et $B$ de la parabole d'abscisse $x_A$ et $x_B$.

- **a)** Calculer :
  - l'ordonnée les ordonnées des points $A$ et $B$ ;
  - le coefficient directeur de la droite $(AB)$ ;
  - l'ordonnée à l'origine de la droite $(AB)$.
- **b)** Conclure.

# SOLUTIONS

## Chapitre G1
## Équations de droites

### Auto-évaluation

**1** 1)
a) $y = 20$ b) $y = 0$
2)
a) $x = \frac{7}{3}$ b) $x = \frac{3}{4}$

**2** 1) non 2) oui

**3** $y = -\frac{2}{5}x + \frac{4}{5}$

**4**
1) $(0;1)$
2) $(3;0)$
3) $(-3;-2)$, $(0;-1)$, $(3;0)$
4) $1,5$

### S’entraîner

**1** 1, 3 et 4.

**2** 1) 3 2) $-2$

**3**
1) $y = 0,75x - 3$
2) $y = -x$
3) $x = 3$
4) $y = -2$

**4** $y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{3}$

**5** non

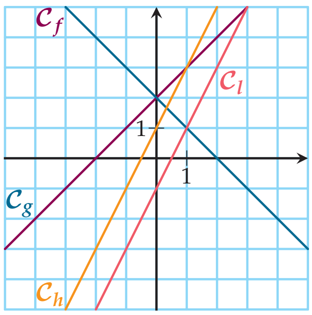
**6** oui

**7** $(-4;-27)$

**8** 1) aucune 2) une unique

**17**
1) $D_1 : y = -1$
2) $D_2 : x = 3$
3) $D_3 : y = 2x + 1$
4) $D_4 : y = -3x + 2$

**20**
1) $y = 2x - 1$
2) $y = 2x - 4$
3) $x = 2$
4) $x = 2$

**30**



**49**
1) 0
2) une infinité
3) une unique solution
4) une unique solution

### Auto-évaluation QCM

| | | | |
|---|---|---|---|
| **71** | a b c d | **72** | b d |
| **73** | d | **74** | a |
| **75** | a | **76** | d |
| **77** | b d | **78** | c |
| **79** | c | **80** | d |
| **81** | c | **82** | c |
| **83** | a | **84** | a |
| **85** | c | **86** | a |