

Factorisation et étude de signes

Connaissances du collège nécessaires à ce chapitre

Résoudre

- une équation de type $ax + b = 0$
- une équation produit
- une inéquation de type $ax + b > 0$

- Représenter les solutions sur un axe gradué

Factoriser

- avec les identités remarquables
- avec un facteur commun évident



Auto-évaluation

Des ressources numériques pour préparer le chapitre sur manuel.sesamath.net



1 Résoudre les équations suivantes dans $\mathbb{R}$.

- 1) $2x - 3 = 0$
- 2) $2x + 3 = -7$
- 3) $8x + 7 = 10x - 2$

2 Résoudre les équations suivantes dans $\mathbb{R}$.

- 1) $(2x + 7)(5x + 4) = 0$
- 2) $(3 - 2x)(-3x - 7) = 0$

3 Reproduire quatre fois la droite.



- 1) Hachurer les solutions de $x \leq 4$.
- 2) Hachurer les solutions de $x < 4$.
- 3) Hachurer les solutions de $x \geq -2$.
- 4) Hachurer les solutions de $x > -2$.

4 Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes.

- 1) $4x - 5 \geq 0$
- 2) $2x + 9 < 5x - 4$

5 Factoriser les expressions suivantes.

- 1) $x^2 - 2x + 1$
- 2) $25x^2 + 60x + 36$
- 3) $49x^2 - 64$
- 4) $(x - 2)^2 - 9$

6 Factoriser les expressions suivantes.

- 1) $4x - 8$
- 2) $7x^2 - 2x$
- 3) $3x + 3$
- 4) $(2x + 1)(3x - 4) + (3x - 4)(5x + 3)$

➡ ➡ ➡ Voir solutions p. 151

Activités d'approche

ACTIVITÉ 1 Souvent signe varie

On considère les expressions suivantes :

• x^2 • $\sqrt{x}$ • $\frac{1}{x}$ • x^3 • x • $-x$

- 1) Soit x un nombre réel non nul. Parmi les expressions proposées, lesquelles sont positives ?
- 2) Soit x un nombre strictement positif.
 - a) Quelles sont les expressions positives lorsqu'elles sont définies ?
 - b) Quelles sont les expressions négatives lorsqu'elles sont définies ?
- 3) Soit x un nombre strictement négatif.
 - a) Quelles sont les expressions positives lorsqu'elles sont définies ?
 - b) Quelles sont les expressions négatives lorsqu'elles sont définies ?
- 4) Utiliser ces résultats pour associer chaque tableau de signes à l'expression qui correspond.

a)

x	$-\infty$	0	$+\infty$
...	-	0	+

c)

x	$-\infty$	0	$+\infty$
...	-	0	+

e)

x	$-\infty$	0	$+\infty$
...	-	0	+

b)

x	$-\infty$	0	$+\infty$
...	-	0	+

d)

x	$-\infty$	0	$+\infty$
...	-	0	+

f)

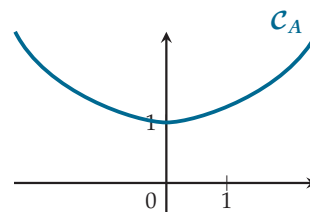
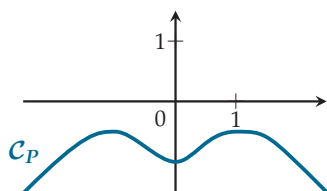
x	$-\infty$	0	$+\infty$
...	-	0	+

DÉBAT 2 Les amis de mes amis sont mes amis

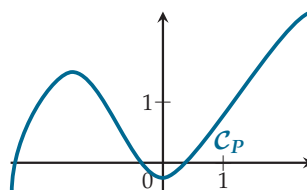
On considère le programme suivant :

- 1) choisir une fonction F_1 de la variables x ;
- 2) choisir une fonction F_2 de la variables x ;
- 3) calculer $A(x) = F_1(x) + F_2(x)$;
- 4) calculer $P(x) = F_1(x) \times F_2(x)$.

- 1) Malik a choisi deux fonctions F_1 et F_2 puis il a représenté A et P dans un repère.
Peut-on déterminer les signes de F_1 et F_2 ?



- 2) Coralie représente la fonction P qu'elle a obtenue.
 - a) Quels sont les signes possibles de F_1 et F_2 ?
 - b) Peut-on déterminer le signe de la fonction A qu'elle a obtenue ?



ACTIVITÉ 3 Signe d'un produit, d'un quotient

On représente sur le graphique les fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$ par :

$$\bullet f(x) = -2x^2 + 3x + 5$$

$$\bullet g(x) = x^2 - 6x + 5$$

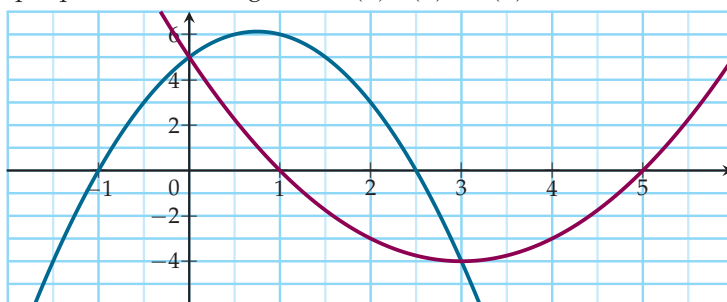
On considère les fonctions h , k et l définies par

$$\bullet h(x) = (-2x^2 + 3x + 5)(x^2 - 6x + 5)$$

$$\bullet l(x) = \frac{x^2 - 6x + 5}{-2x^2 + 3x + 5}$$

$$\bullet k(x) = \frac{-2x^2 + 3x + 5}{x^2 - 6x + 5}$$

À l'aide du graphique, étudier les signes de $h(x)$, $l(x)$ et $k(x)$.

**ACTIVITÉ 4** Tableau de signes

1) On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -2x + 3$.

a) Pour quelles valeurs de x , $f(x)$ est-il un nombre :

• nul ;

• positif ;

• négatif ;

b) Regrouper ces informations dans un tableau de signes.

2) g est une fonction affine qui s'annule en $-\frac{5}{2}$.

a) Existe-t-il plusieurs fonctions ayant ce critère ? Pourquoi ?

b) Déterminer la fonction g telle que $g(0) = 5$.

c) Établir son tableau de signes.

3) On considère la fonction P définie sur $\mathbb{R}$ par $P(x) = (-2x + 3)(2x + 5)$.

a) Quels doivent être le signe de $-2x + 3$ et de $2x + 5$ pour que $P(x)$ soit positif ?

b) Compléter le tableau de signes suivant.

x	$-\infty$	$\dots$	$\dots$	$+\infty$
$-2x + 3$				
$2x + 5$				
$P(x)$				

4) On considère la fonction Q définie par $Q(x) = \frac{-2x + 3}{2x + 5}$.

a) Est-ce que la fonction est définie pour tout nombre réel ?

b) Déterminer le domaine de définition de la fonction Q .

c) Peut-on utiliser le tableau de signes de P pour étudier le signe la fonction Q ?

Cours - Méthodes

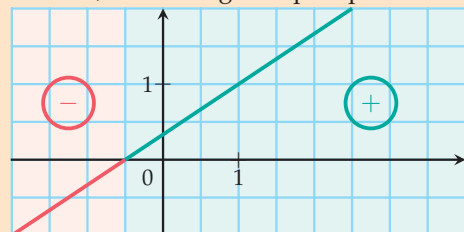
1. Signe d'une fonction affine

PROPRIÉTÉ

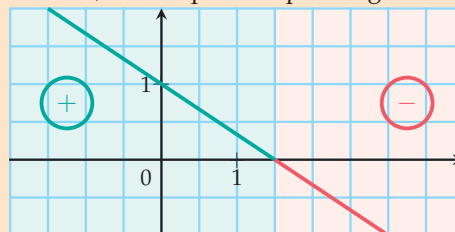
Soit a et b deux nombres réels avec $a \neq 0$.

La **fonction affine** définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax + b$ s'annule et change de signe une fois dans son domaine de définition pour $x = -\frac{b}{a}$.

Si $a > 0$, elle est négative puis positive.



Si $a < 0$, elle est positive puis négative.



PREUVE Soit f une fonction affine définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax + b$ avec $a \neq 0$.

$f(x) = 0$ implique $ax + b = 0$ soit $ax = -b$ et $x = -\frac{b}{a}$.

Si $a > 0$, la fonction f est croissante.

- Pour $x < -\frac{b}{a}$, $f(x) < f\left(-\frac{b}{a}\right)$. Or, $f\left(-\frac{b}{a}\right) = 0$ donc $f(x) < 0$.
- Pour $x > -\frac{b}{a}$, $f(x) > f\left(-\frac{b}{a}\right)$. Or, $f\left(-\frac{b}{a}\right) = 0$ donc $f(x) > 0$.

Donc f est négative sur $] -\infty; -b/a[$ puis positive sur $] -b/a; +\infty[$.

Si $a < 0$, la fonction f est décroissante.

- Pour $x < -\frac{b}{a}$, $f(x) > f\left(-\frac{b}{a}\right)$. Or, $f\left(-\frac{b}{a}\right) = 0$ donc $f(x) > 0$.
- Pour $x > -\frac{b}{a}$, $f(x) < f\left(-\frac{b}{a}\right)$. Or, $f\left(-\frac{b}{a}\right) = 0$ donc $f(x) < 0$.

Donc f est positive sur $] -\infty; -b/a[$ puis négative sur $] -b/a; +\infty[$.

MÉTHODE 1 Dresser le tableau de signes d'une fonction affine

► Ex. 18 p. 141

Le tableau de signes d'une fonction affine comporte deux lignes.

Sur la **première ligne** on indique les bornes du domaine de définition de la fonction et la valeur qui annule la fonction.

Sur la **deuxième ligne**, par des pointillés verticaux sous la valeur qui annule, on crée deux cases dans lesquelles on indique le signe de la fonction.

Exercice d'application

Dresser le tableau de signes de la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g : x \mapsto -3x + 4$.

Correction

Le coefficient directeur, -3 , est négatif donc g est décroissante.

Recherche de la valeur qui annule :

$$-3x + 4 = 0 \text{ soit } x = \frac{-4}{-3} \text{ soit } x = \frac{4}{3}.$$

x	$-\infty$	$\frac{4}{3}$	$+\infty$
$-3x + 4$		$\vdots$	
	+	$\vdots$	-

2. Factorisation

REMARQUE : En classe de seconde, on a déjà des outils pour factoriser une grande partie des polynômes de degré 2. D'autres outils seront étudiés en Première. En Terminale, dans certaines séries, toutes les expressions seront factorisables.

MÉTHODE 2 Factoriser une expression littérale

► Ex. 30 p. 142

Soit a, b, k trois nombres réels.

- Si un facteur est **apparent**, on utilise : $ka + kb = k(a + b)$.
- Si un facteur **n'est pas apparent**, on utilise les identités remarquables :

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b) \quad a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2 \quad a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$$

Exercice d'application

Factoriser les expressions suivantes :

- 1) $4ac - 6ab$
- 2) $(x - 2)(5x - 1) + (2x + 7)(x - 2)$
- 3) $x^2 - 6x + 9$
- 4) $36x^2 - 81$

Correction

- 1) $4ac - 6ab = 2a(2c - 3b)$
- 2) $(x - 2)(5x - 1) + (2x + 7)(x - 2)$
 $= (x - 2)((5x - 1) + (2x + 7))$
 $= (x - 2)(7x + 6)$
- 3) $x^2 - 6x + 9 = x^2 - 2 \times x \times 3 + 3^2 = (x - 3)^2$
- 4) $36x^2 - 81 = (6x)^2 - 9^2 = (6x + 9)(6x - 9)$

3. Signe du produit de deux fonctions affines

MÉTHODE 3 Étudier le signe du produit de deux fonctions affines

► Ex. 34 p. 142

Pour déterminer le signe du produit de deux fonctions affines, on construit un tableau de signes à 4 lignes.

- 1) La **1^{re} ligne** indique les bornes de l'ensemble de définition et les valeurs qui annulent le produit des deux fonctions affines.
- 2) Les **2^e et 3^e lignes** indiquent le signe de chacune des deux fonctions affines.
- 3) La **4^e ligne** se remplit avec la règle des signes du produit de deux nombres relatifs :
 - a) des facteurs de même signe donnent un produit positif ;
 - b) des facteurs de signes contraires donnent un produit négatif.

Exercice d'application

Résoudre l'inéquation $(3x + 4)(-2x + 6) \leq 0$.

Correction

On étudie le signe de la fonction h définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = (3x + 4)(-2x + 6)$.

Recherche des valeurs qui annulent :

- $3x + 4 = 0$ implique $x = -\frac{4}{3}$.
- $-2x + 6 = 0$ implique $x = 3$.

x	$-\infty$	$-\frac{4}{3}$	3	$+\infty$
$3x + 4$	$-$	0	$+$	$+$
$-2x + 6$	$+$	$+$	0	$-$
$h(x)$	$-$	0	$+$	0

Les solutions de cette inéquation sont les nombres de l'ensemble $\left]-\infty; -\frac{4}{3}\right] \cup [3; +\infty[$.

Cours - Méthodes

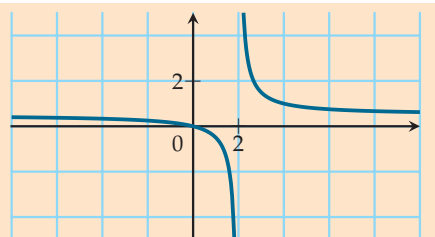
4. Signe d'une fonction homographique

■ DÉFINITION : Fonction homographique

On appelle **fonction homographique** toute fonction h qui peut s'écrire comme quotient de fonctions affines. Soit a, b, c, d quatre réels tels que $ad - bc \neq 0$ et $c \neq 0$: $h(x) = \frac{ax + b}{cx + d}$.

■ PROPRIÉTÉ

Une fonction homographique est définie sur $\mathbb{R}$ privé de la valeur qui annule son dénominateur dite « **valeur interdite** ».
Sa **courbe représentative** est une hyperbole qui comporte deux branches disjointes.



MÉTHODE 4 Donner le domaine de définition d'une fonction homographique ▶ Ex. 45 p. 143

Pour identifier ce domaine de définition, il suffit de trouver la valeur interdite.

Exercice d'application

Quel est le domaine de définition de la fonction f définie par $f(x) = \frac{5x+4}{3x-7}$?

Correction

Recherche de la valeur interdite : $3x - 7 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{7}{3}$
Le domaine de définition de la fonction f définie par $f(x) = \frac{5x+4}{3x-7}$ est $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{7}{3} \right\}$.

MÉTHODE 5 Donner le tableau de signes d'une fonction homographique ▶ Ex. 46 p. 143

La méthode est similaire à celle du produit de deux fonctions affines.

La valeur qui **annule le dénominateur** ne faisant pas partie du domaine de définition de la fonction doit être indiquée par **une double barre**.

Exercice d'application

Résoudre l'inéquation $\frac{3x-5}{2x+7} > 0$.

Correction

On étudie le signe de la fonction l définie par $l(x) = \frac{3x-5}{2x+7}$.

- Recherche de la valeur interdite :
 $2x + 7 \neq 0$ implique $x \neq -\frac{7}{2}$.
Donc l est définie sur $\mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{7}{2} \right\}$.
- Recherche de la valeur qui annule l :
 $3x - 5 = 0$ implique $x = \frac{5}{3}$.

- Comparaison des valeurs trouvées pour les ranger sur la 1^{re} ligne du tableau : $-\frac{7}{2} < \frac{5}{3}$.

x	$-\infty$	$-\frac{7}{2}$	$\frac{5}{3}$	$+\infty$
$3x - 5$		-	0	+
$2x + 7$		-	0	+
$l(x)$	+	-	0	+

Les solutions de l'inéquation $\frac{3x-5}{2x+7} > 0$ sont les nombres de l'ensemble $\left] -\infty; -\frac{7}{2} \right[\cup \left] \frac{5}{3}; +\infty \right[$.

Activités mentales

1 Voici le tableau de signes d'une fonction f définie sur $] -5; 5[$. Que peut-on dire de :

- $f(3)$? • $f(-4)$? • $f(0)$? • $f(4)$?

x	-5	-4	3	5
$f(x)$		+	-	+

2 Compléter les tableaux de signes suivants.

1)

x	$-\infty$	$\dots$	$+\infty$
$2x - 9$		...	...

2)

x	$-\infty$	$\dots$	$+\infty$
$-11x - 5$		...	...

3 Déterminer 4 fonctions affines qui s'annulent

- 1) en -3 2) en 0 3) en $\frac{2}{3}$ 4) en $-\frac{7}{6}$

4 Factoriser les expressions suivantes.

- 1) $A = 4x^2 + 12x + 9$ 2) $B = 16x^2 - 25$

5 Factoriser les expressions suivantes.

- 1) $A = 3x^2 - 7x$ 2) $B = 5x^2 - 5x$

6 Factoriser les expressions suivantes.

- 1) $A = (2x + 1)(3x + 2) + (4x + 7)(2x + 1)$
 2) $B = (5x - 7)(6 - x) + (6 - x)$

7 Pour quelle(s) valeur(s) la fonction f définie par $f(x) = (3x - 4)(5x + 7)$ s'annule-t-elle ?

8 Pour quelle(s) valeur(s) la fonction f définie par $f(x) = \frac{-4 + x}{2x + 1}$ s'annule-t-elle ?

9 Compléter le tableau de signes de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (6x - 5)(-2x - 7)$.

x	$-\infty$	$\dots$	$\dots$	$+\infty$
$6x - 5$		...	...	...
$-2x - 7$		...	...	...
$f(x)$		...	...	...

10 Sur quel ensemble a-t-on :

- 1) $(x + 2)^2 > 0$ 4) $2x - 5 > 0$?
 2) $(3x - 4)^2 \geq 0$ 5) $-x - 6 < 0$?
 3) $2x^2 + 5 > 0$ 6) $3x^2(x + 5) < 0$?

Tableau de signes d'une fonction

11 Signe

À partir du tableau de signes suivants :

x	$-\infty$	-3	$+\infty$
$f(x)$		+	-

1) donner les signes des nombres suivants :

- $f(5)$ • $f(-2)$ • $f(-7)$

2) résoudre les inéquations suivantes :

- $f(x) > 0$ • $f(x) \geq 0$ • $f(x) < 0$

12 Signalé !

À partir du tableau de signes suivant :

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$g(x)$		-	+

1) donner les signes des nombres suivants :

- $g(12)$ • $g(-25)$ • $g(0)$

2) Résoudre les inéquations suivantes :

- $g(x) > 0$ • $g(x) \geq 0$ • $g(x) < 0$

13 À qui le tour ?

Une fonction h est définie sur $[-5; 8]$.

Elle s'annule en -2 , 0 et 5 et est positive pour tout x appartenant à l'intervalle $[-2; 5]$. Elle est négative sinon. Dresser le tableau de signes de cette fonction.

14 Tableaux de signes

Voici deux tableaux de signes :

x	$-\infty$	-2	7	$+\infty$
$f(x)$		+	-	+

x	$-\infty$	6	34	$+\infty$
$g(x)$		+	-	-

1) Proposer deux fonctions vérifiant chacun des tableaux de signes.

2) À l'aide de ces tableaux, résoudre :

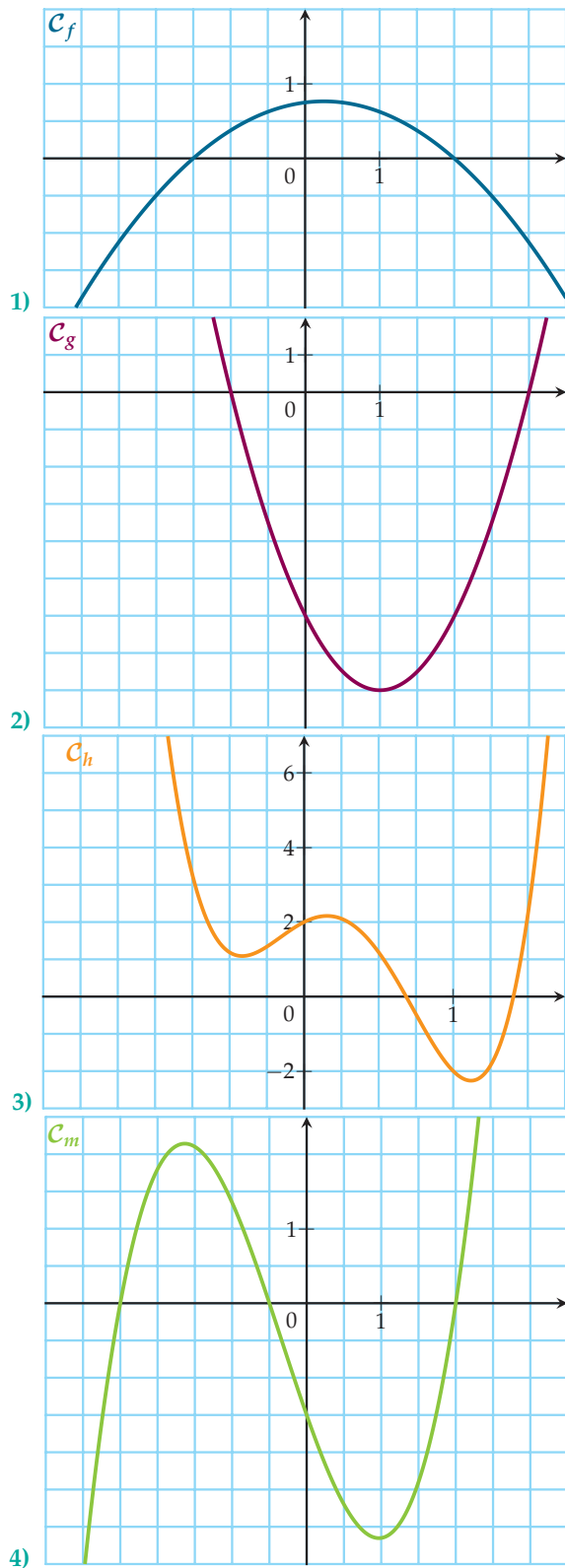
- $f(x) \geq 0$ • $g(x) < 0$

3) Peut-on comparer f et g ? Si oui, sur quel intervalle ?

S'entraîner

15 Fonctions définies sur $\mathbb{R}$

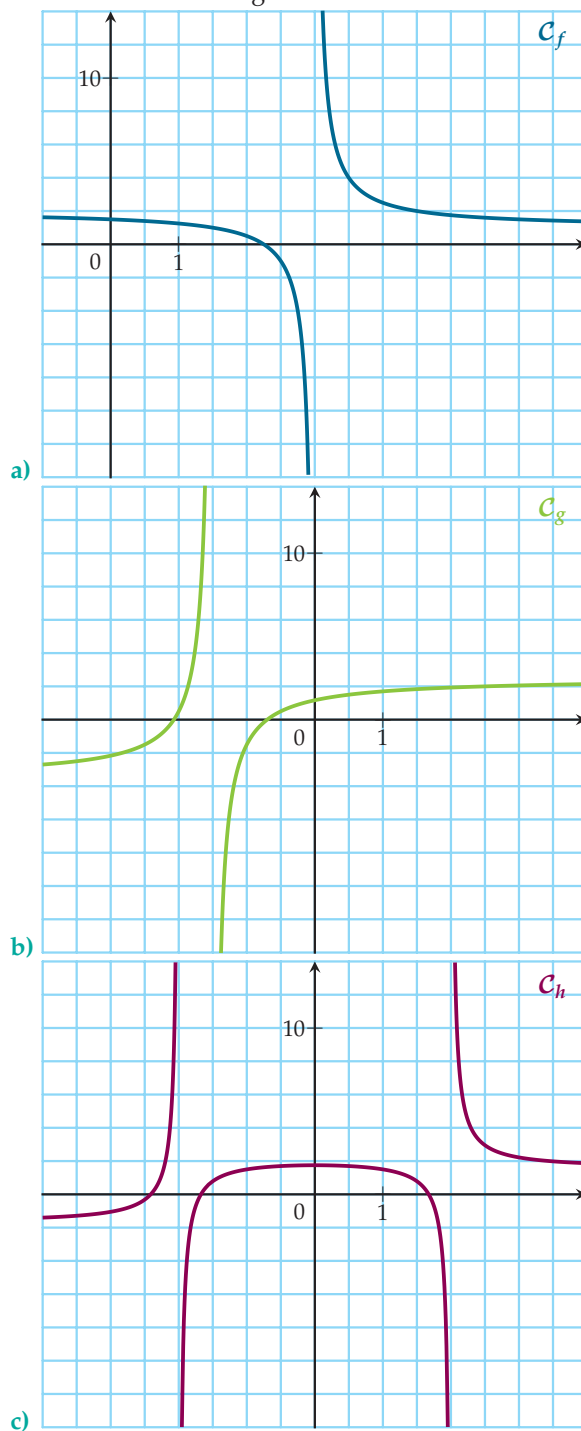
Dresser les tableaux de signes des fonctions représentées ci-dessous.



16 Des valeurs interdites !

À partir de chaque représentation graphique :

- 1) déterminer la ou les valeur(s) pour la(les)quelle(s) :
 - a) la fonction n'est pas définie ;
 - b) la fonction est éventuellement nulle ;
- 2) établir le tableau de signes de cette fonction.



Signe d'une fonction affine

17 Étudier les signes des fonctions affines ci-dessous et dresser leurs tableaux de signes.

1) $f(x) = -3x - 7$ 3) $g(x) = 4\sqrt{3}x - \sqrt{2}$

2) $h(x) = -\frac{2}{3}x + \frac{4}{5}$ 4) $m(x) = \frac{5}{6}x + \frac{12}{7}$

18 ► **MÉTHODE 1** p. 136

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x + 1$.

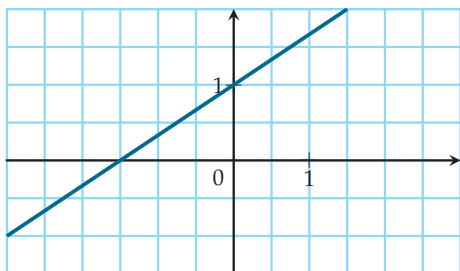
- 1) Dresser son tableau de signes.
- 2) Sans faire de calcul, que dire du signe de :
 - a) $f(0,219)$?
 - b) $f(-0,517)$?

19 On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -4x + 7$.

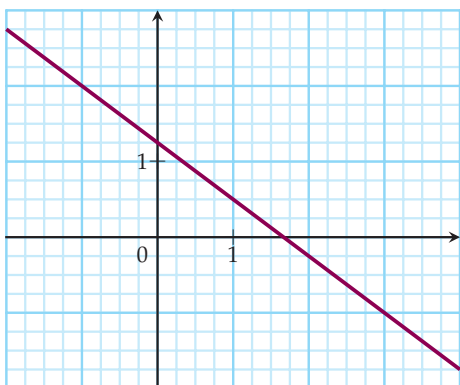
- 1) Dresser son tableau de signes.
- 2) Quel est le signe de f sur l'intervalle $I = [2;3]$?
- 3) Proposer un intervalle du type $J = [n; n+1]$, avec n entier naturel, où la fonction f change de signe.

20 À partir de la représentation graphique ci-dessous de la fonction affine f ,

- 1) déterminer l'expression algébrique de la fonction f ;
- 2) déterminer le tableau de signes de la fonction.



21 Même énoncé que l'exercice **20**.



Factorisation

22 Réduire les expressions suivantes.

1) $A = \frac{2}{5}x - \frac{7}{5}x$ 2) $B = -\frac{7}{12}x^2 - \frac{8}{18}x^2$

3) $C = \frac{1}{3}x^2 - 3x + 6 - \frac{2}{3} - \frac{5}{6}x^2 - 15$

4) $D = -5\sqrt{2} + 10,5\sqrt{7} - 15\sqrt{2} - 18,3\sqrt{7} + \frac{2}{9}\sqrt{2}$

23 Factoriser les expressions suivantes.

1) $A = 7x^2 - 28$ 2) $B = \frac{4}{9}x^2 - \frac{49}{81}$

3) $C = 18x^2 - 48x + 32$

4) $D = \sqrt{3}x^2 + 2\sqrt{3}x + \sqrt{3}$

5) $E = 5(3x - 2) - \frac{5}{6}(3x - 2)$

24 Souligner le facteur commun puis écrire la factorisation.

1) $A = (2x - 3)(24x - 3) + (2x - 3)(-22x + 5)$

2) $M = (15x + 7)(3 - x) + (15x + 7)(12x + 5)$

3) $U = (7x - 26)(11x + 8) - (7x - 26)(12x + 4)$

4) $S = (13x + 5)(-5x + 2) - (13x + 5)(8x - 15)$

5) $E = 8x^2y - 4y^2x + 6xy$

25 En mettant en évidence un facteur commun, factoriser les expressions suivantes.

1) $M = (23x + 1)(-17x + 1) + (23x + 1)^2$

2) $A = (13x - 14)(25x - 11) - (13x - 14)^2$

3) $N = (8 - 18x)^2 - (16x - 3)(8 - 18x)$

4) $U = (11 - 2x)(9 - 7x) + (2x - 11)(11x + 2)$

5) $E = (6x + 23)(6x - 5) - (19x - 6)(5 - 6x)$

6) $L = (16x + 13)(21x - 3) + (16x + 13)$

7) $S = (-14x + 5) - (4x - 7)(-14x + 5)$

26 En mettant en évidence une différence de deux carrés, factoriser les expressions suivantes.

1) $H = x^2 - 121$

2) $E = (x - 4)^2 - 36$

3) $R = x^2 - 5$

4) $T = 25 - (2 - x)^2$

5) $Z = (x + 3)^2 - (2x + 4)^2$

27 Calcul mental

1) Factoriser $(x + 1)^2 - (x - 1)^2$.

2) Calculer $10001^2 - 9999^2$.

S'entraîner

28 Factoriser en utilisant une identité remarquable.

- 1) $T = 9x^2 + 12x + 4$
- 2) $H = x^2 + 169 - 26x$
- 3) $A = 144x + 144x^2 + 36$
- 4) $L = 49x^2 + 25 - 70x$
- 5) $E = 9x^2 - 24x + 16$
- 6) $S = -22x + 121x^2 + 1$

29 Choisir la bonne méthode pour factoriser les expressions suivantes.

- 1) $P = (6x - 4)(2x + 5) - (3x + 2)(2x + 5)$
- 2) $Y = (4x - 5)^2 - (9 - 13x)^2$
- 3) $T = 25x^2 + 9 - 30x$
- 4) $H = (5x - 7)(3x - 2) - (x - 8)(3x - 2)$

30 ► **MÉTHODE 2** p. 137

Factoriser les expressions suivantes.

- 1) $M = (4x - 3)^2 - 28x + 21$
- 2) $A = 5x - 7 + (7 - 5x)^2$
- 3) $T = -4x^2 + 20x - 25 + 4x^2 - 25$
- 4) $H = (5x - 3)^2 - (3 - 2x)^2$

31 **En deux étapes**

Factoriser les expressions suivantes :

- 1) $S = (3x + 2)(4x - 1) + (8x - 2)(7x - 8)$
- 2) $T = (6x + 1)(3 - x) - 36x^2 + 1$
- 3) $R = (4x + 4)(x - 5) + (3x + 3)(x - 9)$
- 4) $O = (x + 1)(7 - x) - (-1 - x)(x + 7)$
- 5) $P = x^2 + 6x + 9 - (2x - 3)(x + 3)$
- 6) $H = (3x - 4)(x + 5) - (-6x + 1)(x + 5)$
- 7) $E = (8x - 1)^2 - (5x + 2)(8x - 1)$

32 Écrire sous la forme d'une seule fraction de la manière la plus simple possible.

- 1) $V = \frac{1}{x+1} + \frac{2}{x-1}$
- 2) $I = \frac{5}{2x-1} + 1$
- 3) $T = \frac{4}{x} + \frac{x-1}{3x+5}$
- 4) $E = \frac{x}{1-5x} + \frac{2}{x+1}$

33 **Triangle rectangle**

ABC est un triangle rectangle en A tel que $BC = x + 7$ et $AC = 5$ où x désigne un nombre positif.

Exprimer AB^2 en fonction de x sous forme factorisée.

Signe d'un produit

34 ► **MÉTHODE 3** p. 137

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (3x - 4)(x + 2)$.

- 1) Déterminer le signe de $3x - 4$ et de $x + 2$.
- 2) Dresser le tableau de signes de la fonction f .
- 3) Représenter graphiquement la fonction.

35 Établir les tableaux de signes des fonctions.

- 1) $h(x) = (-2x + 3)(-3x - 5)$
- 2) $u(x) = (2x + 14)(6x + 24)$
- 3) $v(x) = (5x - 65)(7 - 2x)$
- 4) $w(x) = (-3x - 72)(-4x - 96)$

36 On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = (4x - 5)(x + 7)$.

- 1) Dresser le tableau de signes de la fonction g .
- 2) En déduire les signes des fonctions suivantes.
 - a) $h(x) = x^2(4x - 5)(x + 7)$
 - b) $k(x) = -3(4x - 5)(x + 7)$
 - c) $t(x) = (5 - 4x)(x + 7)$
 - d) $p(x) = (5 - 4x)(-x - 7)$

37 Résoudre les inéquations suivantes.

- 1) $(9x - 1)(4 - x) < 0$
- 2) $(3x + 2)(4x - 8) \geq 0$
- 3) $(x^2 + 1)(3 - x) \leq 0$
- 4) $(3x + 1)(5x - 7)(6 - x) > 0$

38 Déterminer les signes des fonctions suivantes.

- 1) $f(x) = (x + 6)^2 - 25$
- 2) $g(x) = (5x - 3)^2 - (x - 4)^2$
- 3) $h(x) = x^2 - 7x$
- 4) $k(x) = (-3x + 8)(7x - 4) - (-3x + 8)(5 - 2x)$

39 Résoudre les inéquations suivantes.

- 1) $x^2 > 16$
- 2) $16x^2 + 8x + 1 > 0$
- 3) $64x^2 - 121 > 0$
- 4) $49 - (3 + x)^2 \leq 0$

40 **Signe d'un trinôme**

- 1) Démontrer que $x^2 - 6x - 7 = (x - 3)^2 - 16$.
- 2) Déterminer le signe de $T(x) = x^2 - 6x - 7$.

41 Dresser les tableaux de signes des fonctions.

- 1) $f(x) = (8x - 1)^2(2 - 7x)$
- 2) $g(x) = (x - 4)(9x + 2)(5 - x)$
- 3) $h(x) = -3(5x - 1)(x + 1)(4 - 6x)$

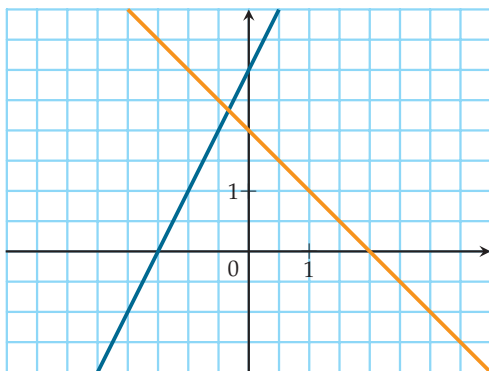
42 Sans tableau de signes !

Le graphique ci-dessous donne les représentations graphiques des fonctions f et g définies par :

• $f(x) = 2x + 3$ • $g(x) = -x + 2$

On définit la fonction h par $h(x) = (2x + 3)(-x + 2)$.

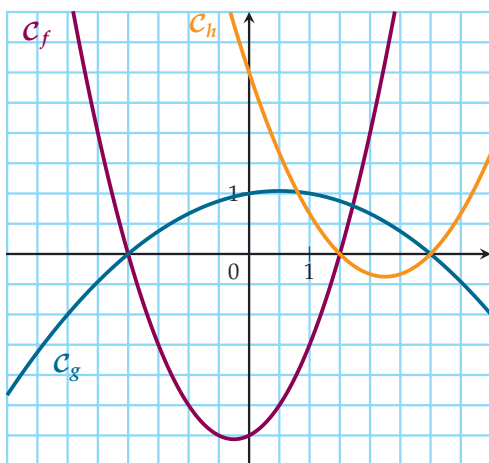
- 1) Attribuer chaque courbe à la bonne fonction.
- 2) Déterminer graphiquement les valeurs qui annulent la fonction h .
- 3) Résoudre graphiquement $h(x) \geq 0$.
- 4) En déduire le tableau de signes de h .
- 5) Proposer une courbe représentative possible de la fonction h .



43 Sur le graphique ci-dessous sont représentées les fonctions f , g et h . Elles sont le produit de deux fonctions parmi les fonctions affines suivantes :

• $u_1(x) = 2x - 3$ • $u_4(x) = 3 - 2x$
 • $u_2(x) = 0,5x + 1$ • $u_5(x) = -0,5x - 1$
 • $u_3(x) = \frac{1}{3}x - 1$ • $u_6(x) = -\frac{1}{3}x + 1$

Retrouver les expressions des fonctions f , g et h .

**Signe d'un quotient****44 Fonctions homographiques**

Parmi les fonctions suivantes, dire lesquelles sont homographiques.

1) $f(x) = (2x - 1)(x + 2)$ 4) $i(x) = 4 + \frac{x - 1}{x - 2}$
 2) $g(x) = \frac{7}{2x - 1}$ 5) $j(x) = \frac{3x - 1}{(3x - 2)^2}$
 3) $h(x) = \frac{4x + 1}{5x + 2}$ 6) $k(x) = \frac{3x - 1}{7x - 9} - \frac{3 - x}{7x - 9}$

45 ► MÉTHODE 4 p. 138

Déterminer pour quelle(s) valeur(s) les fonctions suivantes ne sont pas définies et pour quelle(s) valeur(s) elle s'annulent.

1) $f(x) = \frac{-2x + 1}{-5x + 1}$ 4) $k(x) = \frac{\sqrt{3}x - \sqrt{6}}{2\sqrt{3} - \sqrt{27}x}$
 2) $g(x) = \frac{5x + 3}{4x - 3}$ 5) $l(x) = \frac{-2x + 1}{-9x^2 + 1}$
 3) $h(x) = 2 + \frac{3x - 1}{4x - 7}$ 6) $m(x) = \frac{69x + 3}{6x^2 + 24}$

46 ► MÉTHODE 5 p. 138

1) Étudier le signe de $(2x - 1)(x - 3)$ et dresser le tableau de signes de cette expression, que l'on note M .

2) En déduire le tableau de signes des expressions.

a) $O = \frac{2x - 1}{x - 3}$ c) $E = \frac{2x - 1}{(x - 3) \times 3x^2}$
 b) $L = \frac{2x - 1}{3 - x}$ d) $S = \frac{-5(2x - 1)}{3 - x}$

47 Établir le tableau de signes des fonctions suivantes.

1) $f(x) = \frac{-x}{x + 12}$ 4) $k(x) = \frac{-14x + 12}{x^2 + 2}$
 2) $g(x) = \frac{2x - 5}{7 + 21x}$ 5) $m(x) = \frac{(x - 1)(2x + 1)}{1 - 9x}$
 3) $h(x) = \frac{x^2}{5x + 3}$ 6) $p(x) = \frac{5 + x}{(x - 6)(7x + 8)}$

48 Résoudre dans $\mathbb{R}$.

1) $\frac{x + 2}{-4x + 1} > 0$ 3) $\frac{7x - 3}{(-8x - 1)^2} < 0$
 2) $\frac{5x - 1}{-3x} \geq 0$ 4) $\frac{3x - 4}{x + 2} \leq 0$

Approfondir

49 L'objectif est de résoudre $\frac{x-7}{x+9} \geq 2$.

- 1) Quelle est la valeur que x ne peut pas prendre ?
- 2) Déterminer une expression $A(x)$ pour que l'inéquation se ramène à $A(x) \geq 0$.
- 3) Résoudre $A(x) \geq 0$.

50 Résoudre : $\frac{3x-1}{x+2} < 3$.

51 Résoudre : $4x^3 - 12x^2 + 9x > 0$.

52 Inéquations et fonctions homographiques

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

1) $\frac{2x-5}{-x+7} \geq 0$ 2) $\frac{2}{2x+3} \leq 5$ 3) $\frac{1}{x} > \frac{3}{-7+6x}$

53 En exprimant différemment le membre de gauche, résoudre les inéquations suivantes :

1) $2 - \frac{x-4}{3x+5} \geq 0$ 4) $\frac{7}{x-2} - \frac{4x-5}{(x-2)^2} < 0$
 2) $\frac{5x+1}{x-1} + 1 < 0$ 5) $\frac{8x^2-9}{x+1} - 8x \geq 0$
 3) $\frac{2x^2-9}{x-1} - 2x \geq 0$ 6) $\frac{2x+1}{(x+3)^2} - \frac{2}{x+3} > 0$

54 L'offre et la demande

Le prix x d'un article est compris entre 20€ et 50€. L'offre est le nombre d'articles qu'une entreprise décide de proposer aux consommateurs au prix de x €.

La demande est le nombre probable d'articles achetés par les consommateurs quand l'article est proposé à ce même prix de x €.

La demande se calcule avec $d(x) = -750x + 45\,000$ pour x en milliers d'articles.

L'offre se calcule avec $f(x) = -\frac{500\,000}{x} + 35\,000$.

Le but de cet exercice est de trouver pour quels prix l'offre est supérieure à la demande.

- 1) Écrire une inéquation traduisant le problème posé.
- 2) Démontrer que l'inéquation $f(x) > d(x)$ s'écrit aussi $-500\,000 > -750x^2 + 10\,000x$.
- 3) Démontrer alors qu'elle peut aussi s'écrire $3x^2 - 40x - 2\,000 > 0$.
- 4) a) Démontrer que pour tout x : $3x^2 - 40x - 2\,000 = (x+20)(3x-100)$.
 b) En déduire les solutions de $f(x) > d(x)$.
 c) Conclure.

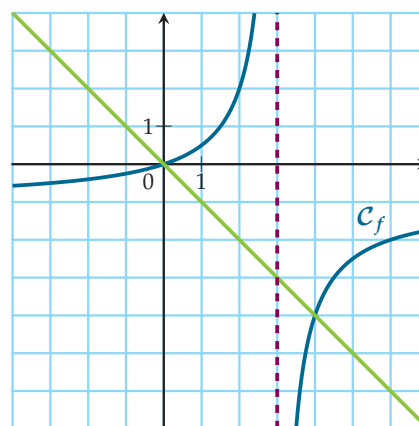
55 Vrai/Faux

Dire si les propositions suivantes sont vraies ou fausses. Justifier.

- 1) Pour tout réel x , $(x+1)^2 - 4 = (x+5)(x-2)$.
- 2) Il existe un réel x tel que $x^2 + 2x = -4x$.
- 3) Pour tout x , $(x+3)^2 + 2x = (x+2)^2 + 6x + 5$.
- 4) Il existe un réel x tel que $(x+1)(x+2) = 3x + 1$.

56 Positions relatives de deux courbes

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R} - \{3\}$ par : $f(x) = \frac{-x}{x-3}$.



- 1) En utilisant le graphique ci-dessous, résoudre :
 a) $f(x) \leq 1$ b) $f(x) > -x$
- 2) Résoudre ces inéquations par le calcul.

57 Renée cherche à résoudre l'inéquation :

$$x^3 + 2x^2 + x > x^2 + 3x + 2.$$

Pour cela, il utilise un logiciel de calcul formel.

Voici ci-dessous ce qu'il obtient.

Aider Renée à résoudre cette inéquation.

simplifier($x^3 + 2x^2 + x - (x^2 + 3x + 2)$)

$$x^3 + x^2 - 2x - 2$$

factoriser($x^3 + x^2 + 3x + 2$)

$$(x+1) * (x+2)$$

factoriser($x^3 + x^2 - 2x - 2$)

$$x * (x^2 - 2)$$

factoriser($x^3 + 2x^2 + x$)

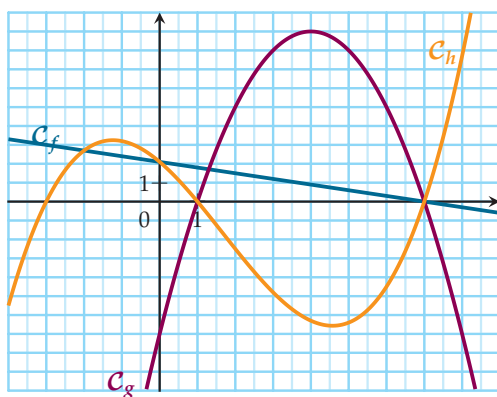
$$x * (x+1)^2$$

58 Positions relatives de trois courbes

INFO

On a représenté sur le graphique ci-dessous les fonctions f , g et h définies sur $\mathbb{R}$ par :

- $f(x) = -0,3(x-7)$
- $g(x) = -x^2 + 8x - 7$
- $h(x) = 0,1x^3 - 0,5x^2 - 1,7x + 2,1$



- a) Montrer qu'étudier les positions relatives des courbes C_f et C_g équivaut à étudier le signe de l'expression $-x^2 - 8,3x + 9,1$.
- b) À l'aide d'un logiciel de calcul formel, on obtient :

$\text{factoriser}(-x^2 - 8,3x + 9,1)$
$-(-1,3 + x)(x - 7)$

En déduire le signe de $-x^2 - 8,3x + 9,1$ et les positions relatives des courbes C_f et C_g .

- À l'aide d'un logiciel de calcul formel, étudier les positions relatives des courbes
 - C_f et C_h ;
 - C_g et C_h .

59 Une formule

- Effectuer chacun des calculs ci-dessous.
 - $48^2 - 47^2 - 46^2 + 45^2$
 - $82^2 - 81^2 - 80^2 + 79^2$
 - $166^2 - 165^2 - 164^2 + 163^2$
- Émettre une conjecture.
- La démontrer.
- À l'aide de la calculatrice, effectuer le calcul.
 $123456789515^2 + 123456789512^2 - [123456789514^2 + 123456789513^2]$
- Que penser de la réponse affichée ?

60 Extremum et étude de signes

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = x^2 - 4x + 3.$$

- À l'aide de votre calculatrice, dresser un tableau de variations de f .
- f admet-elle un extremum sur $\mathbb{R}$?
- Étudier le signe de $f(x) + 1$.
- En déduire que -1 est bien un minimum de f sur $\mathbb{R}$.

61 En s'inspirant de l'exercice **60**,

étudier les extrema des fonctions suivantes :

- $f(x) = x^2 + 10x + 33$
- $g(x) = -9x^2 + 12x + 8$
- $h(x) = -x^2 + 6x - \frac{3}{2}$
- $k(x) = 2x^2 + 8x - 1$
- $j(x) = (x - 3)^2 - 4$

62 Signes et variations

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R} - \{2\}$ par

$$f(x) = \frac{2x+1}{x-2}.$$

- Conjecturer le sens de variations de f .
- Vérifier que $f(b) - f(a) = \frac{5(a-b)}{(b-2)(a-2)}$.
- Soit a et b deux nombres réels tels que $2 < a < b$. Étudier le signe de $f(b) - f(a)$.
- Démontrer que f est décroissante sur $]2; +\infty[$.

63 En s'inspirant de l'exercice **62**, montrer que

- $f(x) = \frac{-3}{(x-5)^2}$ est strictement croissante sur $]5; +\infty[$.
- $g(x) = 3(x+2) - \frac{2}{x}$ est strictement croissante sur $]0; +\infty[$.

64 Un carré parfait

On dit d'un nombre que c'est un carré parfait lorsqu'il s'agit du carré d'un entier.

Par exemple 4, 9, 16 sont des carrés parfaits car ce sont les carrés respectifs de 2, 3 et 4.

On considère le nombre $A(n) = (2n-1)^2 - n(3n-2)$.

- Calculer $A(1)$, $A(2)$, $A(3)$, $A(5)$ et $A(10)$
- Que peut-on conjecturer ?
- Démontrer-le.

À la fin de ce chapitre, je dois être capable de :

Interpréter un tableau de signes

- ▶ donner le signe d'une fonction
- ▶ résoudre des inéquations

Factoriser une expression

- ▶ avec un facteur commun
- ▶ en faisant apparaître un facteur commun
- ▶ avec les identités remarquables

Dresser le tableau de signes

- ▶ d'une fonction d'après son graphique
- ▶ d'une fonction carré
- ▶ d'une fonction inverse
- ▶ d'une fonction affine
- ▶ du produit de fonctions affines
- ▶ du quotient de fonctions affines

QCM d'auto-évaluation

Des ressources numériques
pour préparer le chapitre sur
manuel.sesamath.net



Pour chaque question, plusieurs réponses sont proposées. Déterminer celles qui sont correctes.

Voici le tableau de signes d'une fonction h .

x	$-\infty$	-5	10	14	$+\infty$
$h(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

65 Sur lequel de ces intervalles a-t-on $h(x) > 0$?

- ☐ a $] -5; 14[$ ☐ b $] -5; 10[$ ☐ c $] -5; 10]$

66 Sur lequel de ces intervalles a-t-on $h(x) < 0$?

- ☐ a $] -\infty; -5[$ ☐ b $] 10; 14[$ ☐ c $] 10; +\infty[$

67 Résoudre $h(x) \leq 0$.

- ☐ a $S =] -\infty; -5] \cup [10; +\infty[$
☐ b $S =] -\infty; -5] \cup [10; 14] \cup [14; +\infty[$

68 Que peut-on dire de $h(10)$?

- ☐ a $h(10) = -5$ ☐ b $h(10) = 0$

69 Que peut-on dire de $h(0)$?

- ☐ a $h(0)$ est positif ☐ b $h(0) = 4$

70 Que peut-on dire de $h(14)$?

- ☐ a $h(14)$ est négatif ☐ b $h(14)$ n'existe pas

71 Parmi ces tableaux, lequel est celui de la fonction k définie sur $\mathbb{R}$ par $k(x) = 2x - 3$?

- ☐ a
- | | | | |
|--------|-----------|---------------|-----------|
| x | $-\infty$ | $\frac{2}{3}$ | $+\infty$ |
| $h(x)$ | $-$ | 0 | $+$ |
- ☐ b
- | | | | |
|--------|-----------|---------------|-----------|
| x | $-\infty$ | $\frac{3}{2}$ | $+\infty$ |
| $h(x)$ | $-$ | 0 | $+$ |

- ☐ c
- | | | | |
|--------|-----------|---------------|-----------|
| x | $-\infty$ | $\frac{2}{3}$ | $+\infty$ |
| $h(x)$ | $+$ | 0 | $-$ |
- ☐ d
- | | | | |
|--------|-----------|---------------|-----------|
| x | $-\infty$ | $\frac{3}{2}$ | $+\infty$ |
| $h(x)$ | $+$ | 0 | $-$ |

72 Quelles expressions sont des formes factorisées de $14x + 28$?

- a** $7(2x + 4)$ **b** $2x + 14$ **c** $14(x + 2)$

73 Quelles expressions sont des formes factorisées de $3x^2 + 9x$?

- a** $x(3x + 9)$ **b** $3x(x + 3)$ **c** $3(x^2 + 3)$

74 Quelle expression est une forme factorisée de $(x + 2)(4x - 5) - (x + 2)(6x - 9)$?

- a** $(x + 2)(-2x - 14)$ **b** $-2(x + 2)(x - 2)$

75 Quelle expression est une forme factorisée de $4x^2 - 4x + 1$?

- a** $(x - 4)^2$ **b** $(2x - 1)^2$

76 Quelle expression est une forme factorisée de $36x^2 - 64$?

- a** $(6x - 8)(6x + 8)$ **b** $4(3x - 4)(3x + 4)$

77 L'expression $25x^2 - 3$ est-elle factorisable ?

- a** oui **b** non

Voici le tableau de signes, incomplet, de la fonction p définie sur $\mathbb{R}$ par $p(x) = (3x + 5)(-2x + 7)$.

x	$-\infty$	$\dots$	$\frac{7}{2}$	$+\infty$
$3x + 5$	$-$	$\emptyset$	$+$	$+$
$-2x + 7$	$+$	$+$	$\emptyset$	$-$

78 Quelle valeur annule $3x + 5$?

- a** $-\frac{3}{5}$ **b** $\frac{3}{5}$ **c** $-\frac{5}{3}$

79 Sur lequel de ces intervalles a-t-on $p(x) < 0$?

- a** $]-\infty; \frac{7}{2}[$ **b** $]\frac{7}{2}; +\infty[$

Voici le tableau de signes, incomplet, de la fonction q définie sur $\mathbb{R}$ par $q(x) = \frac{x - 3}{x + 4}$.

x	$-\infty$	-4	3	$+\infty$
$x - 3$	$-$	$-$	$\emptyset$	$+$
$x + 4$	$-$	$\emptyset$	$+$	$+$

80 Que peut-on dire de $q(-4)$?

- a** Il vaut 0 **b** Il n'existe pas

81 Que peut-on dire de $q(3)$?

- a** Il vaut 0 **b** Il n'existe pas

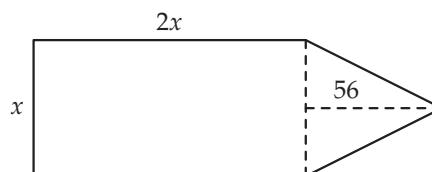
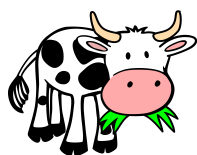
82 Sur lequel de ces intervalles a-t-on $q(x) \geq 0$?

- a** $]-\infty; -4]$ **b** $[-4; 3]$ **c** $[3; +\infty[$

Travaux pratiques

TP 1 Dans le Cantal

Le père Bono a un champ rectangulaire et n'arrive pas à regrouper ses vaches quand il faut les ramener à l'étable. Il décide de rajouter une parcelle triangulaire à son champ, comme sur le schéma ci-dessous pour faciliter le regroupement de ses bêtes. Il déclare alors : « Mon champ aura cette forme ou je ne m'appelle pas Jean ! ». Cependant, il est nécessaire de prévoir une surface minimale de $11\,152\text{ m}^2$ pour que les vaches puissent paître.



- 1) À l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique, conjecturer le résultat.
- 2) Montrer que le Père Bono doit résoudre l'inéquation $2x^2 + 28x - 11152 \leq 0$.
- 3) Démontrer que $2x^2 + 28x - 11152 = (2x - 136)(x + 82)$.
Déterminer les dimensions du champ de Bono.

TP 2 En cascade

L'objectif du TP est de résoudre (I) : $\sqrt{x^2 - 2x} < x^2 - 2x$.

1 Existence de l'inéquation (I)

- 1) Étudier le signe de $x^2 - 2x$.
- 2) Pour quel intervalle de x l'inéquation est-elle définie ?

2 Plus simple !

- 1) Établir le tableau de signes de l'expression $X - X^2$.
- 2) En déduire les solutions de l'inéquation $X < X^2$.

3 Encadrement

- 1) Montrer que résoudre $\sqrt{x^2 - 2x} < x^2 - 2x$, c'est résoudre $X < X^2$. Expliciter X .
- 2) En déduire les inégalités que doivent vérifier $\sqrt{x^2 - 2x}$.

4 Résoudre $\sqrt{x^2 - 2x} > 1$

- 1) Montrer que résoudre $\sqrt{x^2 - 2x} > 1$, c'est résoudre $(\sqrt{x^2 - 2x} + 1)(\sqrt{x^2 - 2x} - 1) > 0$.
- 2) Établir que cela revient à résoudre $x^2 - 2x - 1 > 0$.

5 Résoudre $x^2 - 2x - 1 > 0$

- 1) Conjecturer la solution à l'aide de votre calculatrice.
- 2) Développer $(x - 1 - \sqrt{2})(x - 1 + \sqrt{2})$.
- 3) Chercher les solutions de l'inéquation $x^2 - 2x - 1 > 0$.
- 4) En déduire les solutions de (I) : $\sqrt{x^2 - 2x} < x^2 - 2x$.



TP 3 Convexe ou concave ?

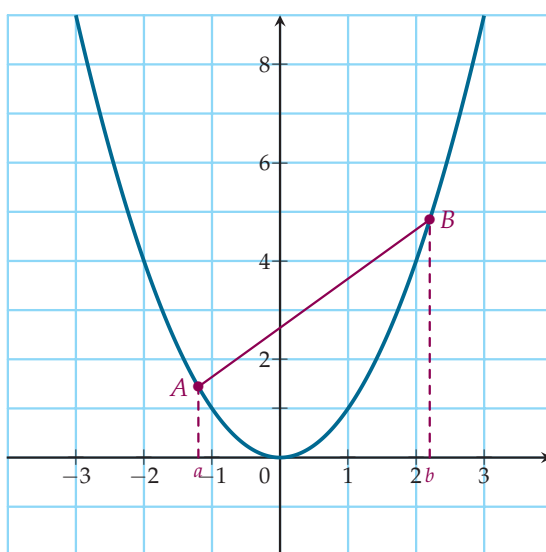
Une fonction est **convexe** si sa représentation graphique « est tournée vers le haut ».

Mathématiquement, cela signifie que, si A et B sont deux points de la représentation graphique de la fonction, le segment $[AB]$ est entièrement situé au-dessus de la courbe. Si le segment $[AB]$ est entièrement situé en-dessous, la fonction est **concave**.

1 Un exemple : la fonction carrée

On considère $\mathcal{P}$ la courbe de la fonction carré.

On appelle A et B les points de $\mathcal{P}$ d'abscisses respectives a et b .



On cherche à prouver, sur des exemples, que le segment $[AB]$ est au dessus de $\mathcal{P}$.

- 1) Dans cette question, on prendra $a = 1$ et $b = 2$.
 - a) Donner la fonction affine g dont la représentation graphique est la droite (AB) .
 - b) Développer $(x - 1)(x - 2)$.
 - c) En déduire que $\mathcal{P}$ est en dessous de (AB) sur l'intervalle $[1; 2]$.
- 2) Démontrer que, pour $a = -1$ et $b = 1$, le segment $[AB]$ est au-dessus de $\mathcal{P}$.

2 En toute généralité

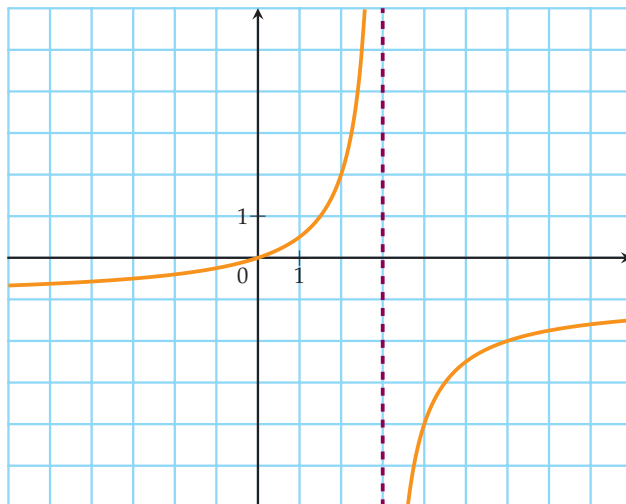
Dans cette partie, on considère que $a < b$ et on souhaite démontrer que la fonction carré est convexe sur $\mathbb{R}$.

- 1) Quelles sont les coordonnées des points A et B ?
- 2) Que vérifient les coordonnées d'un point du segment $[AB]$?
- 3) Déterminer la fonction affine f dont la droite (AB) est la représentation graphique.
 - a) Que peut-on dire du signe du coefficient directeur ? Pourquoi ?
 - b) Que peut-on dire du signe de l'ordonnée à l'origine ? Pourquoi ?
- 4) Quelle inéquation faut-il résoudre pour prouver que la fonction carrée est convexe ?
- 5) Montrer que : $x^2 - (a + b)x + ab = (x - a)(x - b)$.
- 6) Établir le tableau de signes de l'expression $x^2 - f(x)$.
- 7) Conclure.

Travaux pratiques

3 Une autre fonction !

Soit la fonction g définie sur $\mathbb{R} - \{3\}$ par : $g(x) = \frac{-x}{x-3}$ et sa représentation graphique.



- 1) Sur quel intervalle la fonction g semble-t-elle concave ?
Soit A et B deux points de la représentation graphique de g .
Leurs abscisses respectives sont notées a et b telles que $a < b < 3$.
- 2) Déterminer la fonction affine h dont la représentation graphique est la droite (AB) .
 - a) Quel est le signe du coefficient directeur ? Pourquoi ?
 - b) Peut-on déterminer le signe de l'ordonnée à l'origine ? Pourquoi ?
- 3) Quelle inéquation faut-il résoudre pour démontrer que la fonction g est convexe sur $] -\infty; 3[$?
- 4) Démontrer que cela revient à résoudre $x(b-3)(a-3) + 3x(x-3) - ab(x-3) < 0$.
- 5) En factorisant, prouver que $x(b-3)(a-3) + 3x(x-3) - ab(x-3) = 3(x-a)(x-b)$.
- 6) Conclure.

Récréation, énigmes

L'adresse de Toto le Héros

Toto le Héros vous a laissé un indice pour trouver son Toto-repère : « J'habite rue de l'escargot. L'un de mes enfants est âgé de 4 fois le numéro de mon repère plus 1 et l'autre est âgé de ce numéro plus 3. De plus, si je soustrait 5 fois le numéro de ma maison au produit des âges de mes enfants, je trouve un nombre négatif. »

- 1) Si x est le numéro du toto-repère :
que vaut le produit des âges des enfants de Toto ?
- 2) Quelle inéquation est vérifiée par ce numéro ?
- 3) Conjecturer l'adresse du Toto-repère à l'aide de votre calculatrice.
- 4) En remarquant que $-4x^2 + 8x - 3 = (1-2x)(2x-3)$,
dresser le tableau de signes de $-4x^2 + 8x - 3$.
- 5) En déduire l'adresse de Toto le Héros.



SOLUTIONS

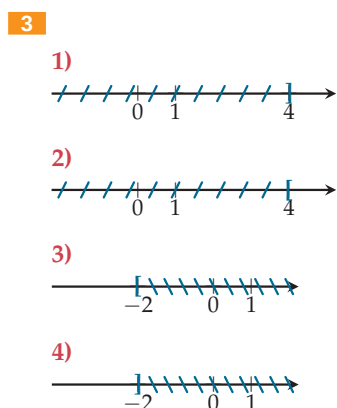
Chapitre F4

Factorisation et étude de signes

Auto-évaluation

- 1) 1,5 3) 4,5
2) -5

- 2) -3,5 ou -4/5
1,5 ou -7/3



- 4) 1) $x \geq \frac{5}{4}$
2) $x > \frac{13}{3}$

- 5) 1) $(x-1)^2$
2) $(5x+6)^2$
3) $(7x-8)(7x+8)$
4) $(x-5)(x+1)$

- 6) 1) $4(x-2)$
2) $x(7x-2)$
3) $3(x+1)$
4) $(3x-4)(7x+4)$

S'entraîner

- 1) 1) $f(3) = 0$
2) $f(-4)$ n'existe pas.
3) $f(0) < 0$
4) $f(4) > 0$

2)

x	$-\infty$	$4,5$	$+\infty$
$2x-9$	-	0	+

2)

x	$-\infty$	$-5/11$	$+\infty$
$-11x-5$	+	0	-

- 3) 1) $f(x) = x+3$
2) $f(x) = 2x$
3) $f(x) = 3x-2$
4) $f(x) = 6x+7$

- 4) 1) $(2x+3)^2$
2) $(4x-5)(4x+5)$

- 5) 1) $x(3x-7)$
2) $5x(x-1)$

- 6) 1) $(2x+1)(7x+9)$
2) $(6-x)(5x-6)$

- 7) $x = 4/3$ ou $x = -7/5$

8) $x = 4$

x	$-\infty$	$-3,5$	$5/6$	$+\infty$
$6x-5$	-	0	+	+
$-2x-7$	+	0	-	-
$f(x)$	-	0	+	-

- 9) 1) $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$ 4) $]2, 5, +\infty[$
2) $\mathbb{R}$ 5) $] -6, +\infty[$
3) $\mathbb{R}$ 6) $] -\infty, -5[$

18) 1)

x	$-\infty$	$-0,5$	$+\infty$
$2x+1$	-	0	+

- 2) a) $f(0,219) > 0$
b) $f(-0,517) < 0$

- 30) 1) $2(4x-3)(2x-5)$
2) $(5x-7)(5x-6)$
3) $10(2x-5)$
4) $3x(7x-6)$

x	$-\infty$	-2	$4/3$	$+\infty$
$3x-4$	-	0	+	+
$x+2$	-	0	+	+
$f(x)$	+	0	-	+

34

45

- 1) f n'est pas définie en 0,2 et s'annule en 0,5.
2) g n'est pas définie en 3/4 et s'annule en -3/5.
3) h n'est pas définie en 7/4 et s'annule en 15/11.
4) k n'est pas définie en 4,5 et s'annule en 2.
5) l n'est pas définie en 0,5 et s'annule en -1/3 et 1/3.
6) m est définie sur $\mathbb{R}$ entier et s'annule en 1/13

46

x	$-\infty$	0	$0,5$	3	$+\infty$
$2x-1$	-	-	0	+	+
$x-3$	-	-	-	0	+
M	+	+	0	-	+
O	+	+	0	-	+
L	-	-	0	+	+
E	-	-	0	+	+
S	+	+	0	-	+

Auto-évaluation QCM

- 65) (b) 66) (a) (b)
67) (b) 68) (b)
69) (a) 70) (b)
71) (b) 72) (a) (c)
73) (a) (b) 74) (b)
75) (b) 76) (a) (b)
77) (a) 78) (c)
79) (b) 80) (b)
81) (a) 82) (c)