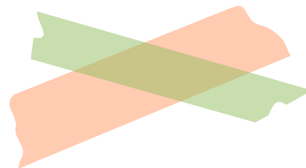
Parallélogrammes

G3

Activité 1 : Croisement de deux bandes

On croise deux bandes de papier et on s'intéresse à l'intersection.

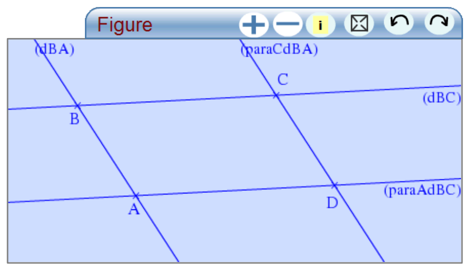


Quels quadrilatères peut-on obtenir ?
Réalise une affiche qui présente toutes les possibilités que tu auras trouvées.

Activité 2 : Parallélogramme à la trace...

1. Avec TracenPoche, place 3 points A, B et C.

À l'aide des boutons et , complète la construction pour obtenir le parallélogramme ABCD comme ci-contre.



2. En utilisant le bouton , demande la trace du point B et du point D. Déplace le point B et observe les traces des points B et D.
Que peux-tu dire des points B et D ?

3. Peux-tu dire la même chose pour les points A et C ?

4. Qu'en déduis-tu pour les diagonales du parallélogramme ABCD ?

5. En utilisant le bouton , fais apparaître les mesures des côtés du parallélogramme ABCD. Que remarques-tu ?
Quelle propriété de la symétrie centrale permet de justifier cette observation ?

6. Dans la fenêtre *Analyse*, demande la mesure des angles en tapant :

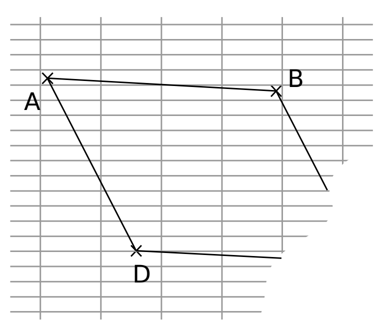
Analyse
angle(ABC)=
angle(BCD)=
angle(CDA)=
angle(DAB)=

Que remarques-tu ?
Quelle propriété permet de justifier cette observation ?

7. Quelle est la somme des quatre angles du parallélogramme ?
Qu'en déduis-tu pour les angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{BCD}$?

Activité 3 : Ça déchire !

Kévin a retrouvé sa construction du parallélogramme ABCD mais est très embêté car sa feuille est déchirée et il doit mesurer les côtés pour déterminer son périmètre.
Sabrina le rassure et lui dit que le plus important est encore présent sur sa feuille.



1. Explique comment Kévin peut tout de même déterminer le périmètre du parallélogramme ABCD.

2. Sabrina lui dit qu'il peut même trouver les longueurs des diagonales. Comment fait-elle ?

3. Peux-tu donner d'autres informations à propos de ce parallélogramme ?

Activité 4 : Identification

1. À première vue

Les figures codées ci-dessous ont été faites à main levée.
Selon toi, certaines représentent-elles des parallélogrammes ?
Explique quelle a été ta démarche pour répondre à cette question.

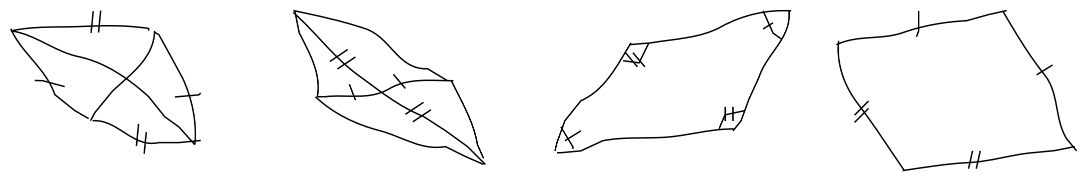
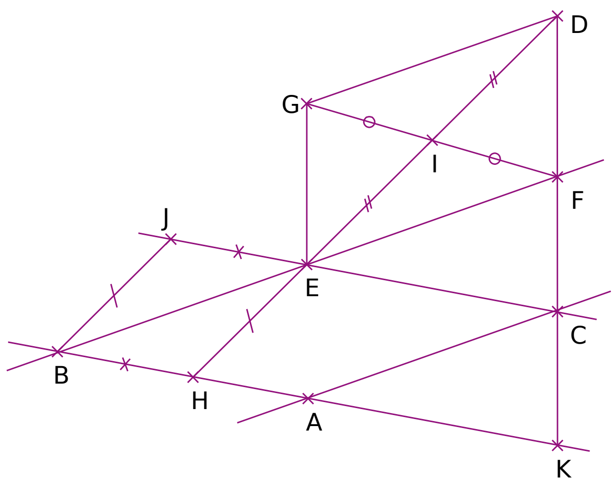


Figure 1 Figure 2 Figure 3 Figure 4

2. Justifier en appliquant des propriétés

Sur la figure ci-dessous, trouve tous les quadrilatères dont tu peux affirmer qu'ils sont des parallélogrammes. Pour chacun, énonce une propriété qui permet de justifier ta réponse.



(AC) // (BF)
et
(AB) // (EC)

Activité 5 : Avec un truc en plus

1. À l'aide du logiciel TracenPoche, construis un triangle MNP. On appelle I le milieu du segment [MP]. Construis le point Q symétrique du point N par rapport au point I.
Démontre que MNPQ est un parallélogramme.

2. Morgane trouve que MNPQ ressemble plutôt à un losange. À ton avis, comment a-t-elle placé les points M, N et P ?
Énonce une propriété permettant d'affirmer qu'un parallélogramme est un losange.

3. Rachid, quant à lui, trouve que MNPQ ressemble plutôt à un rectangle. Comment expliquer l'observation de Rachid ?
Énonce une propriété permettant d'affirmer qu'un parallélogramme est un rectangle.

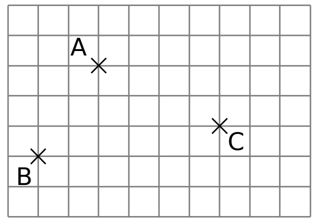
4. Comment choisir la position des points M, N et P pour que MNPQ soit un carré ? Justifie.

5. Trace à main levée plusieurs parallélogrammes. Pour chacun d'eux, place le minimum de codage pour qu'il soit un losange, un rectangle ou un carré.

Méthodes et notions essentielles

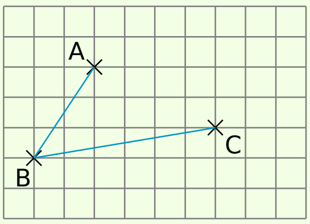
Méthode 1 : Construire un parallélogramme dans un quadrillage

Exemple : Soient trois points A, B et C non alignés placés comme ci-contre. Place le point D tel que ABCD soit un parallélogramme.

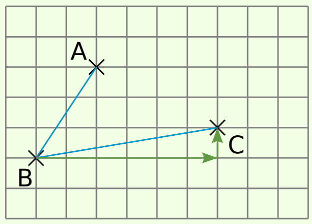


Cela peut être résolu de deux façons différentes :

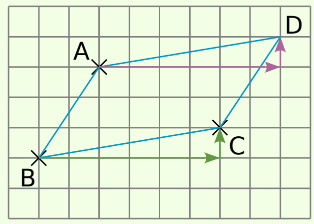
En utilisant une propriété des côtés d'un parallélogramme



On trace les côtés [AB] et [BC] du quadrilatère ABCD. Le quadrilatère ABCD est un parallélogramme donc ses côtés [BC] et [AD] sont de même longueur et parallèles.

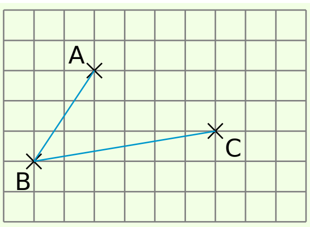


Pour aller de B à C, on se déplace de 6 carreaux vers la droite et de 1 carreau vers le haut.

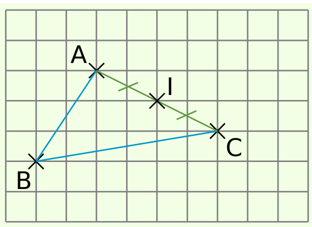


On reproduit ces mêmes déplacements à partir de A. Ainsi on obtient un quadrilatère non croisé tel que AD = BC et (AD) // (BC), c'est donc bien un parallélogramme.

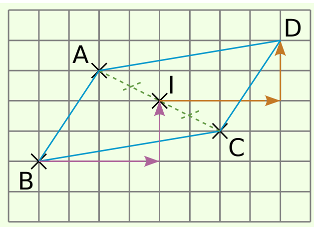
En utilisant la propriété des diagonales d'un parallélogramme



On trace les côtés [AB] et [BC] du quadrilatère ABCD. Le quadrilatère ABCD est un parallélogramme donc ses diagonales [AC] et [BD] se coupent en leur milieu qu'on appelle I.



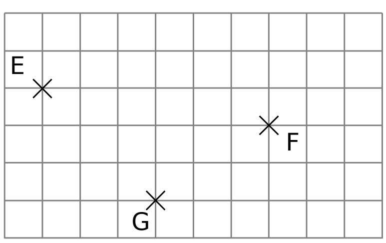
On trace le segment [AC] et on place son milieu I. C'est également le milieu du segment [BD].



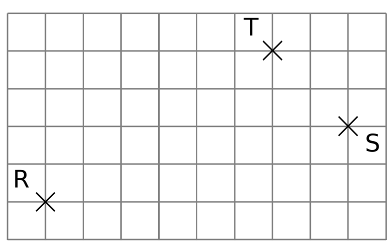
On place D tel que I soit le milieu du segment [BD] en comptant les carreaux. Ainsi ABCD a ses diagonales qui se coupent en leur milieu, c'est donc bien un parallélogramme.

Exercices « À toi de jouer »

1 Reproduis sur ton cahier la figure suivante puis trace le parallélogramme EFGH en utilisant une propriété des côtés du parallélogramme.



2 Reproduis sur ton cahier la figure suivante puis trace le parallélogramme RSTU en utilisant la propriété des diagonales du parallélogramme.

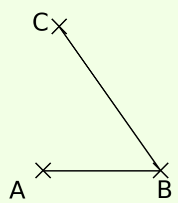


Méthode 2 : Construire un parallélogramme avec des instruments de géométrie

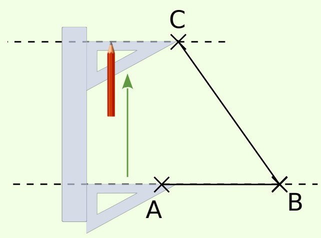
Exemple : Soient trois points A, B et C non alignés. Place le point D tel que ABCD soit un parallélogramme.

Cela peut être résolu de plusieurs façons différentes, en voici deux :

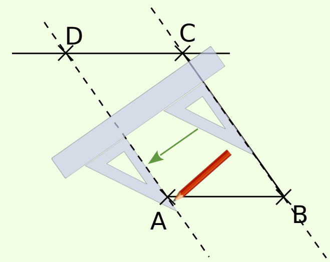
En utilisant une propriété des côtés d'un parallélogramme



On trace les côtés [AB] et [BC] du quadrilatère ABCD. Le quadrilatère ABCD est un parallélogramme donc ses côtés opposés sont parallèles deux à deux : soit (AB) // (CD) et (BC) // (AD).

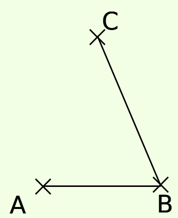


On trace la parallèle à (AB) passant par C.

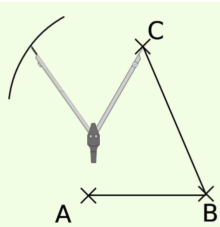


On trace la parallèle à (BC) passant par A. Ces deux droites sont sécantes en D. Ainsi ABCD a ses côtés opposés parallèles deux à deux, c'est donc bien un parallélogramme.

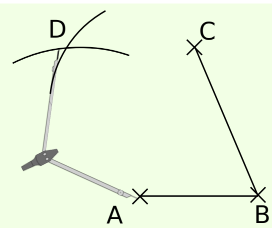
En utilisant une autre propriété des côtés d'un parallélogramme



On trace les côtés [AB] et [BC] du quadrilatère ABCD. Le quadrilatère ABCD est un parallélogramme donc ses côtés opposés [AB] et [CD] sont de la même longueur deux à deux : soit AB = CD et BC = AD.



À l'aide du compas, on reporte la longueur AB à partir du point C.



On reporte la longueur BC à partir du point A. On place le point D à l'intersection des deux arcs de cercle puis on trace les côtés [AD] et [CD].
Ainsi, ABCD a ses côtés opposés égaux deux à deux, c'est donc bien un parallélogramme.

Exercices « À toi de jouer »

3 Construis le parallélogramme PRLG tel que PR = 5 cm, PG = 6 cm et $\widehat{RPG}$ = 74° en utilisant la propriété sur le parallélisme des côtés opposés du parallélogramme.

4 Construis le parallélogramme DRAP tel que DR = 6 cm, DP = 8 cm et $\widehat{RDP}$ = 40° en utilisant la propriété sur l'égalité des longueurs des côtés opposés du parallélogramme.

5 Construis le parallélogramme VOLE tel que VO = 4 cm, VE = 5 cm et VL = 3 cm.

Méthode 3 : Construire un quadrilatère particulier par ses diagonales

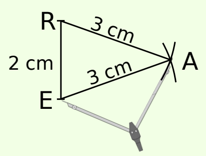
À connaître

<u>Si</u> un parallélogramme a ses **diagonales de même longueur** <u>alors</u> c'est un **rectangle**.

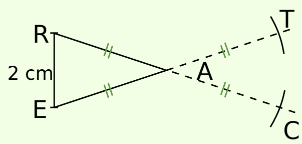
<u>Si</u> un parallélogramme a ses **diagonales perpendiculaires** <u>alors</u> c'est un **losange**.

<u>Si</u> un parallélogramme a ses **diagonales de même longueur et perpendiculaires** <u>alors</u> c'est un **carré**.

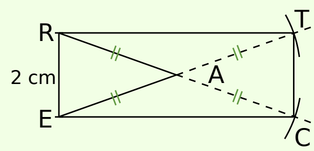
Exemple 1 : Dessine un rectangle RECT de centre A dont les diagonales mesurent 6 cm et tel que RE = 2 cm.



Le quadrilatère RECT est un rectangle donc ses diagonales ont même milieu et même longueur. On construit le triangle REA isocèle en A tel que RE = 2 cm et AE = 3 cm.

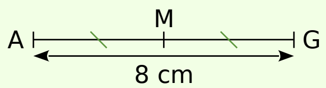


On construit alors les points C et T symétriques respectifs de R et de E par rapport à A.

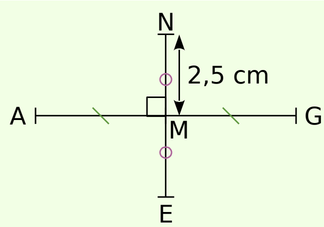


On termine le rectangle en traçant les segments [RT], [TC] et [EC].
Ainsi, le quadrilatère RECT a ses diagonales qui se coupent en leur milieu et qui ont la même longueur, c'est donc bien un rectangle.

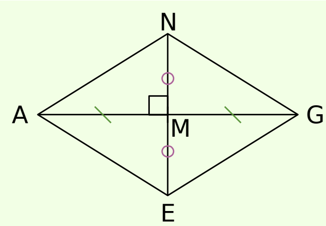
Exemple 2 : Dessine un losange ANGE de centre M dont les diagonales vérifient AG = 8 cm et NE = 5 cm.



Pour que le quadrilatère ANGE soit un losange, il faut tracer un quadrilatère dont les diagonales ont même milieu et sont perpendiculaires. On trace la diagonale [AG] et on place son milieu M.



On trace la droite perpendiculaire à la droite (AG) passant par M et on place les points N et E sur cette droite à 2,5 cm du point M.



On relie les points A, N, G et E pour former le losange.
Ainsi, le quadrilatère ANGE a ses diagonales qui se coupent en leur milieu et qui sont perpendiculaires, c'est donc bien un losange.

Remarque : Pour construire un carré, on utilise la même méthode que pour le losange, les diagonales étant en plus de même longueur.

Exercice « À toi de jouer »

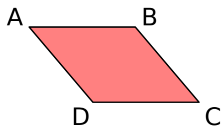
6 Construis un rectangle BLAN de centre C dont les diagonales mesurent 7 cm et tel que l'angle $\widehat{BCL}$ mesure 80°.

Utiliser les propriétés du parallélogramme

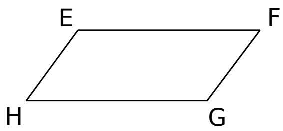
1 *Nom d'un parallélogramme !*

Parmi tous ces noms, relève ceux qui correspondent au parallélogramme ci-dessous.

ABCD	BDAC	ACDB	BADC
BDCA	DABC	CBAD	CABD
BCDA	ABDC	DBAC	ADCB
BACD	DACB	CDBA	DCBA

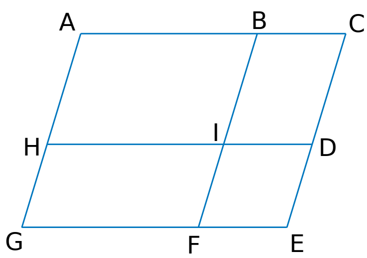


2 **a.** Trouve tous les noms possibles du parallélogramme ci-contre (8 réponses).



b. Trouve quatre noms utilisant les lettres E, F, G et H qui ne correspondent pas à ce parallélogramme.

3 Cite tous les parallélogrammes que tu vois sur le dessin ci-dessous (un seul nom par parallélogramme).



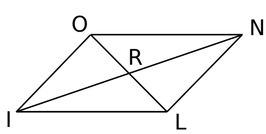
Les droites (AC), (HD) et (GE) sont parallèles.

Les droites (AG), (BF) et (CE) sont parallèles.

4 On considère le parallélogramme LION ci-dessous. Recopie et complète les phrases.

a. N est l'image de … par la symétrie de … .

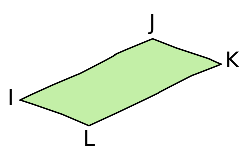
b. L'image du segment [IL] par la symétrie de centre … est le segment … .



c. OI = **d.** $\widehat{ILN}$ = … **e.** RL = …

5 IJKL est un parallélogramme.

a. Reproduis-le à main levée. Code les longueurs et les angles égaux.

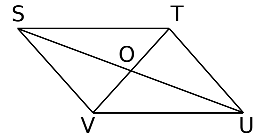


b. Écris les égalités de longueurs et les égalités d'angles.

6 STUV est un parallélogramme de centre O.

a. Fais deux phrases utilisant le mot « milieu ».

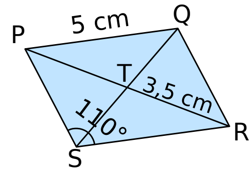
b. Sachant que OV = 3 cm et SU = 8 cm, indique la longueur de quatre autres segments. Justifie.



7 PQRS est un parallélogramme de centre T.

a. Quelle est la mesure du segment [TP] ? Justifie.

b. Quelles autres mesures de longueurs ou d'angles est-il possible de déterminer ? Justifie.



c. Peut-on déterminer la longueur de [SP] ?

8 *Propriétés du parallélogramme*

Pour chaque énoncé, trace une figure à main levée puis justifie tes réponses.

a. Le quadrilatère NOIR est un parallélogramme tel que RN = 4 cm. Donne la longueur OI.

b. Le quadrilatère BLEU est un parallélogramme de centre S tel que sa diagonale [BE] a pour longueur 8 cm. Donne la longueur BS.

c. Le quadrilatère VERT est un parallélogramme tel que l'angle $\widehat{VER}$ a pour mesure 53°. Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{VTR}$?

9 *Milieu de trois segments*

a. À l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique, construis trois segments [AB], [CD] et [EF] ayant le même milieu O.

b. Construis trois parallélogrammes dont les sommets sont parmi les points A, B, C, D, E et F.

c. Nomme chacun des trois parallélogrammes.

Construire des parallélogrammes

10 Construis les parallélogrammes ABCD, EFGH et IJKL de centre M respectant les conditions suivantes.

a. AB = 5 cm, AD = 3,5 cm et BD = 7 cm.

b. EF = 2 cm, EH = 4,5 cm et EG = 3,5 cm.

c. IJ = 6 cm, JM = 5 cm et IM = 4 cm.

11 Est-il possible de construire un parallélogramme ABCD tel que AD = 4 cm, AB = 2,8 cm et BD = 7 cm ? Pourquoi ?

12 *Avec trois points*

a. Place trois points P, I et M non alignés.

b. Place à main levée un point N tel que les points P, I, M et N soient les sommets d'un parallélogramme.

c. Combien y a-t-il de positions possibles pour le point N ? On appellera ces points N_1, N_2,...
Dans chaque cas, trace puis nomme le parallélogramme obtenu.

13 Dans chaque cas, construis un parallélogramme en respectant les contraintes données.

a. LISE tel que LI = 5 cm et IS = 2,5 cm en utilisant l'équerre et la règle graduée.

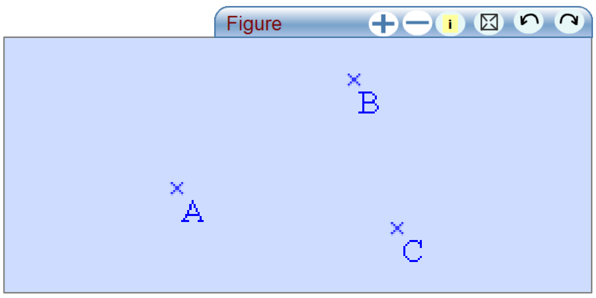
b. MARC tel que MR = 7 cm et AC = 6 cm en utilisant la règle graduée.

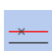
c. NOAH tel que NO = 3 cm et NA = 8 cm en utilisant le compas et la règle graduée.

d. Les parallélogrammes tracés sont-ils les mêmes pour tous les élèves de la classe ?

14 *Avec TracenPoche*

a. Construis trois points A, B et C.



b. En utilisant les boutons  et , construis le point D tel que ABCD soit un parallélogramme.

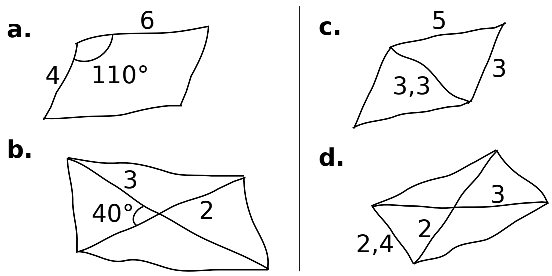
c. En utilisant les boutons  et , construis le point E tel que ABEC soit un parallélogramme.

d. En utilisant les boutons  et , construis le point F tel que AFBC soit un parallélogramme.

e. Que dire des points A, B et C pour le triangle DEF ? Utilise la fenêtre *Analyse* pour t'aider.

15 Trace un segment [GR] de longueur 7 cm. Construis un parallélogramme dont [GR] est un côté puis un autre dont [GR] est une diagonale.

16 Construis en vraie grandeur les parallélogrammes schématisés ci-dessous en utilisant les instruments de ton choix. (Les longueurs sont exprimées en centimètres.)



17 *Dans un repère*

a. Place dans un repère les points suivants :
J(– 1 ; 0), K(1 ; 1) et L(4 ; – 2).

b. Place les points M et N pour que JKLM et JKMN soient des parallélogrammes.
Que remarques-tu ?

c. Donne les coordonnées des points M et N.

18 Après avoir tracé une figure à main levée, construis en vraie grandeur :

a. un parallélogramme VERT
tel que VT = 5 cm, $\widehat{ERT}$ = 125° et VE = 4 cm ;

b. un parallélogramme BLEU de centre I
tel que BL = 6 cm, UI = 3 cm et IE = 4 cm ;

c. un parallélogramme NOIR
tel que NI = 62 mm, $\widehat{NIR}$ = 40° et $\widehat{RNI}$ = 30°.

19 *Avec le périmètre*

Construis un parallélogramme dont le périmètre est 16 cm et dont la longueur d'un côté est le triple de celle d'un côté consécutif.

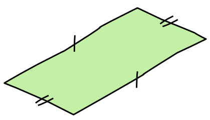
20 *Avec des cercles*

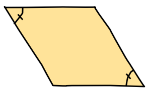
Trace deux cercles concentriques de centre O. En te servant uniquement d'une règle non graduée, trace un parallélogramme de centre O dont deux sommets appartiennent à l'un des cercles et les deux autres à l'autre cercle.

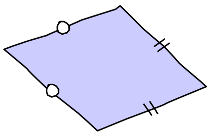
21 Utilise un logiciel de géométrie dynamique pour faire une conjecture sur la somme de deux angles consécutifs d'un parallélogramme.

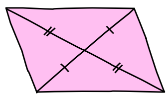
Démontrer (parallélogrammes)

22 Dans chaque cas, indique si les codages permettent ou non de prouver que le quadrilatère est un parallélogramme. Justifie.

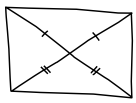
a.


b.


c.


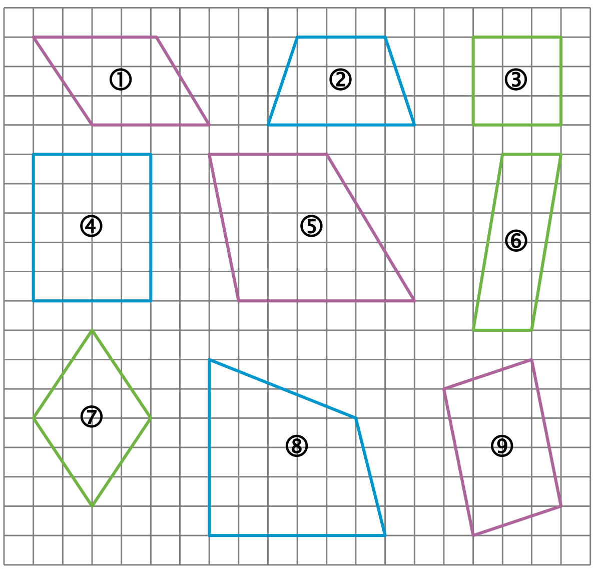
d.


e.


f.


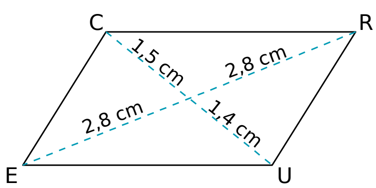
23 *Parallélogramme ou pas ?*

a. Observe tous les quadrilatères ci-dessous et cite tous ceux qui sont des parallélogrammes en justifiant ta réponse.



b. Reproduis les parallélogrammes sur ton cahier et code-les.

24 Le quadrilatère CRUE ci-dessous est-il un parallélogramme ? Explique pourquoi.



25 *Programme de tracé*

a. Place trois points R, S et T non alignés et trace la droite (d) parallèle à (RS) passant par T.

b. Trace le cercle de centre T et de rayon RS. Il coupe la droite (d) en deux points U et V.

c. Nomme les deux quadrilatères dont trois des sommets sont R, S et T. Démontre que ce sont des parallélogrammes.

26 *Petites démonstrations*

Dans chaque cas, trace une figure codée à main levée puis démontre que le quadrilatère est un parallélogramme.

a. JEUX est un quadrilatère de centre K tel que KJ = KU et KX = KE.

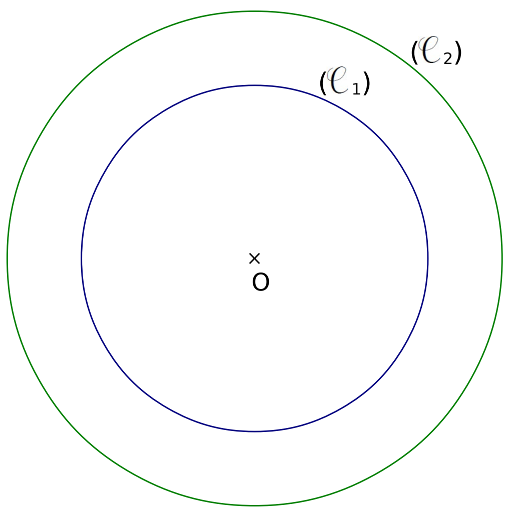
b. GARS est un quadrilatère tel que (GA) est parallèle à (SR) et (GS) est parallèle à (RA).

c. DOUX est un quadrilatère non croisé tel que $\widehat{ODX} = \widehat{OUX}$ et $\widehat{DOU} = \widehat{DXU}$.

d. VERS est un quadrilatère non croisé tel que (VE) est parallèle à (SR) et VE = SR.

27 *Avec des cercles*

a. Construis un cercle $(\mathscr{C}_1)$ de centre O et de rayon 3,5 cm et un cercle $(\mathscr{C}_2)$ de centre O et de rayon 5 cm.



b. Place deux points N et P sur $(\mathscr{C}_1)$ tels que [NP] soit un diamètre de $(\mathscr{C}_1)$. Place deux autres points Q et R sur $(\mathscr{C}_2)$, non alignés avec N et P tels que [QR] soit un diamètre de $(\mathscr{C}_2)$.

c. Démontre que le quadrilatère NQPR est un parallélogramme.

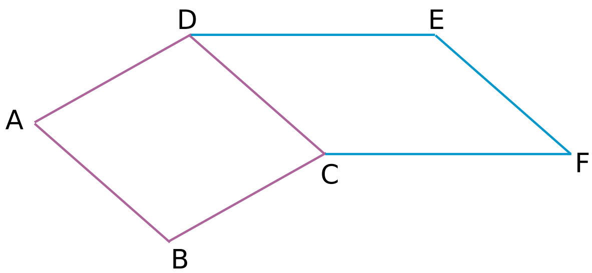
d. Donne les longueurs NP et QR. Justifie ta réponse.

28 *En utilisant la symétrie*

a. On considère un triangle BAS.
Construis le point I symétrique du point A par rapport au point B. Construis le point L symétrique du point S par rapport au point B.

b. Démontre que le quadrilatère LISA est un parallélogramme.

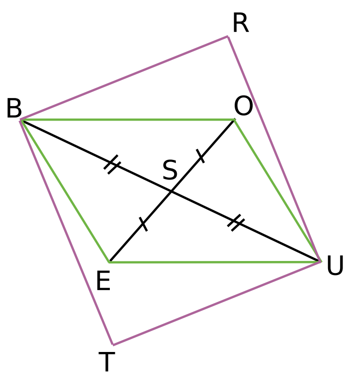
29 *En deux étapes*



a. ABCD et CDEF sont deux parallélogrammes. Démontre que ABFE est un parallélogramme.

b. Déduis-en que AE = BF.

30 *L'un dans l'autre*



Les quadrilatères BOUE et BRUT sont des parallélogrammes.

a. Que représente le point S ?

b. Démontre que le quadrilatère TERO est un parallélogramme.

31 *Bissectrices*

a. Construis un parallélogramme ABCD tel que $\widehat{ADC}$ = 110°, DA = 5 cm et DC = 9 cm.

b. Construis la bissectrice de l'angle $\widehat{ADC}$ qui coupe le segment [AB] en K et la bissectrice de l'angle $\widehat{ABC}$ qui coupe le segment [DC] en L.

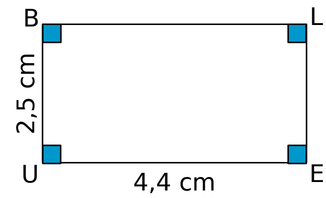
c. Démontre que les angles $\widehat{KDC}$ et $\widehat{ABL}$ sont de même mesure.

d. Démontre que le quadrilatère LBKD est un parallélogramme.

Utiliser les propriétés des rectangles, losanges, carrés

32 *Un parallélogramme particulier*

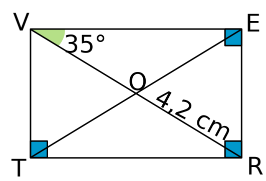
a. Dans la figure ci-dessous, quelle est la nature du quadrilatère BLEU ? Pourquoi ?



b. Que peut-on dire de la longueur des côtés opposés d'un rectangle ? Déduis-en les longueurs des côtés [BL] et [LE].

c. Que peut-on dire des diagonales [BE] et [LU] ?

33 *Propriétés du rectangle*



a. Recopie et complète en justifiant.

OV = … ; ET = … ;

$\widehat{RVT}$ = … ; $\widehat{OEV}$ = … .

b. Cite tous les triangles isocèles de la figure.

c. Cite tous les triangles rectangles de la figure.

34 *Propriétés du carré*

a. Construis, sur une feuille blanche, un carré NOIR tel que NO = 5,2 cm.

b. Place son centre et trace ses axes de symétrie.

c. Explique pourquoi $\widehat{NOR}$ = 45°.

d. Recopie et complète en justifiant.
$\widehat{RNI}$ = … ; $\widehat{OIN}$ = … ; $\widehat{ONI}$ = … .

35 *Faux semblants*

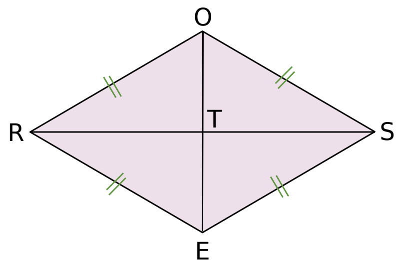
a. Construis un quadrilatère qui a quatre côtés de même longueur et qui n'est pas un carré. Quelle est la nature de ce quadrilatère ?

b. Construis un quadrilatère qui a quatre angles droits et qui n'est pas un carré. Quelle est la nature de ce quadrilatère ?

Exercices d'entraînement

36 *Propriétés du losange*

Dans chacun des cas suivants, on donne certaines mesures d'un losange ROSE de centre T. Trouve celles qui sont demandées. Justifie tes réponses en appliquant les propriétés du losange.



a. On donne : RO = 9,1 cm, $\widehat{ORE}$ = 50°.
On demande :
son périmètre $\mathcal{P}$, $\widehat{ORS}$, $\widehat{OSE}$ et $\widehat{ROS}$.

b. On donne : RT = 2,8 cm, OE = 4,2 cm.
On demande : OT, RS et $\widehat{RTO}$.

c. On donne : RE = 5,1 cm, $\widehat{RES}$ = 110°.
On demande : $\widehat{REO}$, $\widehat{ROE}$ et $\widehat{ORE}$.

d. On donne : OR = 5 cm, $\widehat{OSE}$ = 60°.
On demande : $\widehat{ORE}$, $\widehat{SOR}$, $\widehat{SOE}$ et $\widehat{SEO}$.
Quelle est la nature du triangle OSE ?

37 *Propriétés*

Pour chaque énoncé, trace une figure à main levée et justifie tes réponses.

a. Le quadrilatère PONT est un losange de centre E.
Démontre que les droites (PN) et (OT) sont perpendiculaires.

b. Le quadrilatère CRUE est un rectangle de centre O tel que CU = 5,5 cm.
Donne la longueur RE.

c. Le quadrilatère BALI est un rectangle de centre M.
Démontre que le triangle BAM est isocèle.

d. Le quadrilatère TORE est un carré de centre D tel que TO = 3,7 cm.
Donne la longueur OR.

38 *Axes de symétrie du carré*

Sur une feuille blanche, trace deux droites (d) et (d') perpendiculaires. Dans chacun des cas, construis le(s) carré(s) ayant (d) et (d') pour axes de symétrie sachant que ...

a. ... ses côtés mesurent 5 cm.

b. ... ses diagonales mesurent 5 cm.

Construire des rectangles, losanges, carrés

39 *Unique ou pas ?*

Dans chacun des cas, construis deux figures non superposables quand c'est possible.

a. Un rectangle de diagonale 7 cm.

b. Un losange de côté 4 cm.

c. Un carré de diagonale 6 cm.

40 *Au compas*

Construis un triangle LIN rectangle en I. Trace ensuite le rectangle LINU en utilisant le compas et la règle non graduée.

41 *Carré en géométrie dynamique*

a. À l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique, trace un segment [AB].

b. Construis les points C et D tels que ABCD soit un carré. (Attention, ABCD doit « rester carré » lorsque tu déplaces A, B, C ou D !)

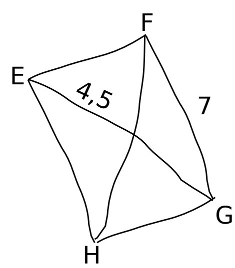
c. Décris ta construction. Quelles propriétés du carré utilises-tu pour ta construction ?

d. Y a-t-il plusieurs façons de procéder ?

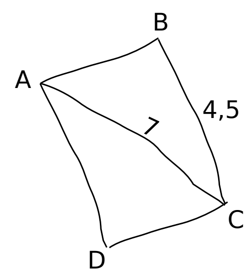
42 *Constructions de rectangles*

Construis en vraie grandeur les rectangles dessinés ci-dessous à main levée en respectant les mesures indiquées sur les figures. (Les longueurs sont données en centimètres.)

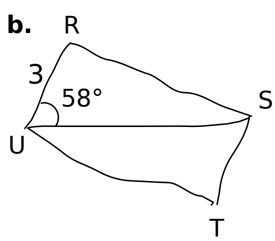
a.



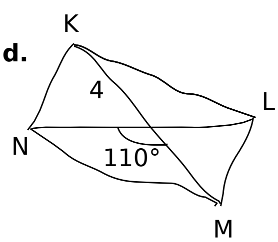
c.



b.



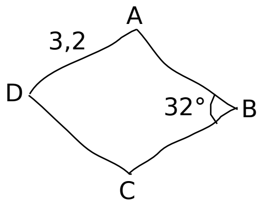
d.



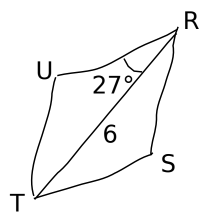
Exercices d'entraînement

43 Construis les losanges suivants.

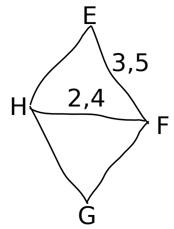
a.



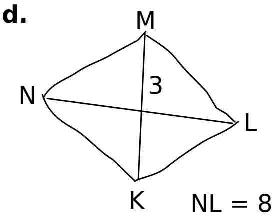
b.



c.



d.



NL = 8

44 Réalise une figure à main levée puis construis le quadrilatère demandé.

a. Le rectangle MANU
tel que MN = 9 cm et MA = 5 cm.

b. Le losange OURS
tel que OR = 8 cm et US = 6 cm.

c. Le rectangle PAUL
tel que PA = 8 cm et $\widehat{LAU}$ = 53°.

d. Le losange LOUP de centre I
tel que OI = 4,5 cm et LO = $\frac{2}{3}$ OP.

45 *Réfléchir avant de construire*

Un losange a pour périmètre 20 cm et l'une de ses diagonales mesure 6 cm. Construis un tel losange.

46 *Avec l'équerre et la règle graduée*

Place un point C puis construis un carré MUSE de centre C et de diagonale mesurant 6,4 cm.

47 *Avec les axes de symétrie*

a. Trace une droite (d), place un point S sur la droite (d) et un point L hors de cette droite tels que (LS) ne soit pas perpendiculaire à (d).
Construis un losange dont S et L sont deux sommets et (d) un axe de symétrie.

b. Trace une droite (d), place un point T sur la droite (d) et place un point R hors de cette droite.
Construis un rectangle dont R est un sommet, T un point d'un côté et (d) un axe de symétrie.

48 *Avec le centre de symétrie*

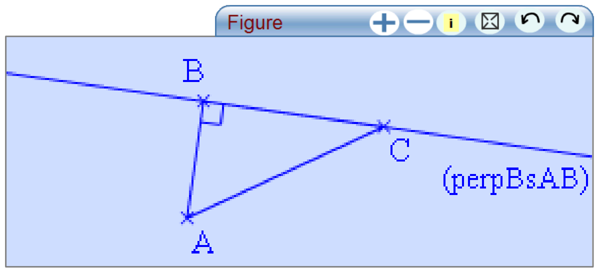
a. Construis un triangle ABH rectangle en H tel que BH = 3 cm et AH = 2,1 cm.

b. Construis le point C symétrique du point B par rapport à la droite (AH).

c. Place les points D et E tels que BCDE soit un rectangle de centre A.

d. Place le point O tel que le quadrilatère COBA soit un losange de centre H.

49 *Double triangle rectangle*



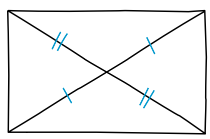
a. À l'aide de TracenPoche, construis un triangle ABC rectangle en B.

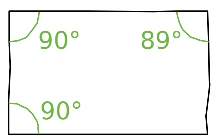
b. En utilisant les boutons ,  et , propose une construction du milieu I de [AC].

c. Trace le cercle de centre I passant par A.
Que remarques-tu ? Pourquoi ?

Démontrer avec des losanges, rectangles, carrés

50 Les deux quadrilatères ci-dessous sont-ils des rectangles ? Justifie ta réponse.





51 *Petites démonstrations*

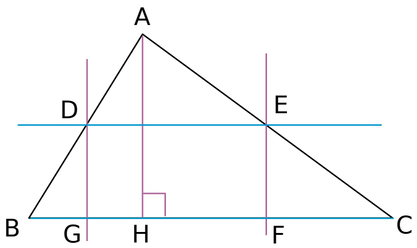
a. Le quadrilatère CHAT est un parallélogramme tel que AT = TC.
Démontre que c'est un losange.

b. Le quadrilatère GRIS est un parallélogramme tel que GI = RS.
Démontre que c'est un rectangle.

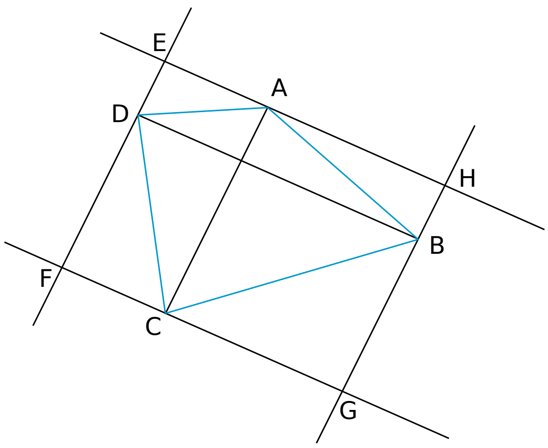
c. Le quadrilatère NUIT est un parallélogramme de centre S tel que SN = SU et les droites (IN) et (UT) sont perpendiculaires.
Démontre que c'est un carré.

52 *Avec les propriétés de droites*

En observant la figure ci-dessous (les droites de même couleur sont parallèles), prouve que le quadrilatère DEFG est un rectangle.



53 *D'un quadrilatère à l'autre*



Sur la figure ci-dessus, on a dessiné un quadrilatère ABCD puis on a tracé les parallèles aux diagonales passant par les sommets A, B, C et D du quadrilatère. Les droites ainsi obtenues se coupent en E, F, G et H.

a. Démontre que le quadrilatère EFGH est un parallélogramme.

b. On suppose maintenant que ABCD est un rectangle. Construis une nouvelle figure et démontre que EFGH est un losange.

c. On suppose enfin que ABCD est un losange. Construis une nouvelle figure et démontre que EFGH est un rectangle.

54 *Avec la symétrie centrale*

a. À l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique, construis un rectangle PLUS.

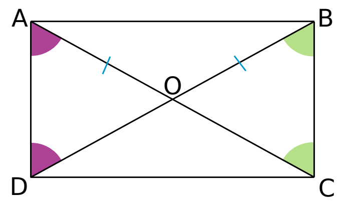
b. Construis les points E et A, symétriques respectifs des points U et P par rapport à L.

c. Déplace les points U et P. Quelle semble être la nature du quadrilatère PEAU ?

d. Démontre la conjecture que tu as faite à la question précédente.

55 *Avec les angles*

Sur la figure ci-dessous :
$\widehat{OAD} = \widehat{ODA}$, OA = OB et $\widehat{OBC} = \widehat{BCO}$.



a. Quelle est la nature des triangles AOD, BOA et COB ? Justifie.

b. Que peux-tu en déduire pour les longueurs OA, OB, OC et OD ?

c. Démontre alors que le quadrilatère ABCD est un rectangle.

d. Les angles $\widehat{OAD}$ et $\widehat{OBC}$ ont-ils la même mesure ? Explique pourquoi.

56 *Points cocycliques...*

a. À l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique, construis un rectangle ABCD de centre O.

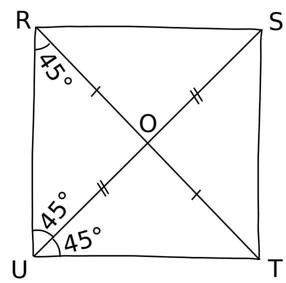
b. Construis le cercle de centre O passant par A. Que remarques-tu ? Démontre ce résultat.

c. On dit que des points sont cocycliques lorsqu'ils sont situés sur un même cercle. En règle générale, les sommets d'un parallélogramme sont-ils **cocycliques** ?

d. Éric affirme : « Si quatre points sont cocycliques, alors ils sont les sommets d'un rectangle. ». À l'aide d'un contre-exemple que tu construiras grâce au logiciel de géométrie dynamique, montre qu'il a tort.

e. Modifie la phrase d'Éric pour la rendre vraie.

57 *En utilisant le codage de la figure*



a. Démontre que le quadrilatère RSTU est un parallélogramme.

b. Peut-on être plus précis sur la nature du quadrilatère RSTU ? Justifie.

Exercices d'approfondissement

58 *Les poupées russes*

a. Soit ABCD un parallélogramme. Les droites (AC) et (BD) se coupent en O. Fais une figure.

b. Démontre que O est le milieu de [AC].

c. Soit E le milieu de [DO] et F le milieu de [BO]. Explique pourquoi O est le milieu de [EF].

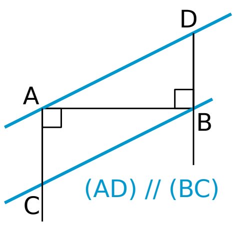
d. Démontre que AECF est un parallélogramme.

59 *Comme au cirque*

a. ABCD est un trapèze de bases [AB] et [CD]. La perpendiculaire à (AC) passant par D coupe (AB) en I et la perpendiculaire à (AC) passant par B coupe (DC) en J. Construis la figure.

b. Démontre que le quadrilatère IBJD est un parallélogramme.

60 *Triangle et cercle*



a. En utilisant les informations portées sur la figure ci-contre, démontre que **ADBC** est un parallélogramme.

b. Trace le cercle de diamètre [AB] et appelle O son centre. Place un point M en dehors du cercle et de la droite (AB). Place le point N, symétrique du point M par rapport au point O. Démontre que AMBN est un parallélogramme.

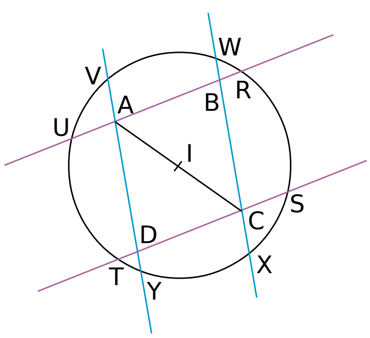
61 *Au feu !*

a. Construis le parallélogramme FEUX tel que FE = 5 cm, EU = 6 cm et $\widehat{FEU} = 50°$.

b. Trace la perpendiculaire à (FE) passant par F, elle coupe (UX) en R. Trace la perpendiculaire à (UX) passant par U, elle coupe (FE) en G.

c. Quelle est la nature du quadrilatère FRUG ? Justifie ta réponse.

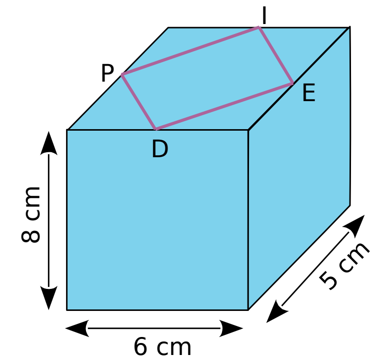
62 ABCD est un parallélogramme de centre I. Le cercle ($\mathscr{C}$) a pour centre I.



a. Démontre que RSTU est un rectangle.

b. Démontre que VWXY est un rectangle.

63 On a tracé le quadrilatère PIED sur la face supérieure d'un parallélépipède rectangle de telle sorte que chaque sommet du quadrilatère soit le milieu d'une arête de la face.



a. Reproduis le quadrilatère PIED en vraie grandeur.

b. Démontre que c'est un losange.

c. Quels quadrilatères obtient-on si on procède de la même façon sur les autres faces ?

d. Quelle particularité le parallélépipède doit-il avoir pour que PIED soit un carré ?

e. Quelles particularités doit-il avoir pour que les quadrilatères tracés sur toutes ses faces soient des carrés ?

64 *Figures juxtaposées*

a. Construis un triangle équilatéral ABC de 5 cm de côté.

b. À l'extérieur du triangle et de telle sorte que les figures ne se recouvrent pas, place les points D et E tels que ABDE soit un rectangle avec AD = 7 cm.

c. De la même façon, place les points F et G tels que ACFG soit un losange avec $\widehat{ACF} = 150°$.

d. En justifiant, donne la mesure de l'angle $\widehat{CAG}$ puis celle de l'angle $\widehat{BAG}$. Que peut-on en déduire pour les points G, A et E ? Justifie.

65 *Bissectrices de deux angles consécutifs*

a. Construis un parallélogramme ABCD puis les bissectrices (d_1) et (d_2) respectivement des angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{BAD}$. Ces droites se coupent en un point U.

b. Détermine $\widehat{BAU} + \widehat{ABU}$ sans mesurer d'angle. Quelle est la nature du triangle ABU ?

c. Que peut-on en déduire pour les droites (d_1) et (d_2) ?

1 La bataille des quadrilatères !

1re partie : Réalisation des cartes

a. Découpez trois feuilles de format A4 en 16 parties rectangulaires identiques qui formeront les cartes.

b. Sur 7 cartes, faites une figure à main levée et codée des quadrilatères suivants : parallélogramme, rectangle, losange, carré, cerf-volant, trapèze et quadrilatère quelconque.

c. Sur 7 autres cartes, construisez avec vos instruments les quadrilatères précédents.

d. Réalisez 9 cartes en complétant chaque propriété ci-dessous pour chacune des catégories suivantes : rectangles, losanges et carrés.

- « Je suis un quadrilatère avec des diagonales ... . » ;
- « Je suis un quadrilatère avec des côtés ... . » ;
- « Je suis un quadrilatère avec un centre de symétrie et ... axe(s) de symétrie qui sont ... . ».

e. Réalisez 4 autres cartes en complétant chaque propriété ci-dessous pour chacune des catégories suivantes : rectangles et losanges.

- « Je suis un parallélogramme qui a des diagonales ... . » ;
- « Je suis un parallélogramme qui a des côtés ... . ».

f. Enfin, réalisez 6 cartes en complétant chaque propriété ci-dessous de deux façons différentes pour les carrés.

- « Je suis un parallélogramme qui a ... . » ;
- « Je suis un rectangle qui a ... . » ;
- « Je suis un losange qui a ... . » .

g. Vérifiez que vous avez bien 33 cartes (14 avec des figures et 19 avec des propriétés).

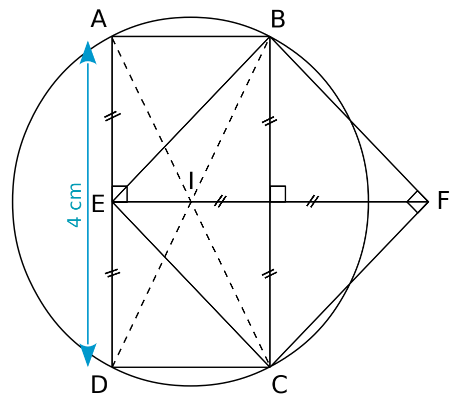
2e partie : À la bataille !

h. Maintenant que le jeu est construit, vous allez pouvoir jouer, par groupes de deux, à la bataille des quadrilatères.

i. Mélangez puis distribuez les cartes faces cachées. Appliquez alors les règles de la bataille traditionnelle sachant que les cartes sont rangées dans l'ordre suivant :

- carré (la plus forte) ;
- losange ou rectangle (à égalité) ;
- parallélogramme ;
- trapèze ou cerf-volant (à égalité) ;
- quadrilatère quelconque (la plus faible).

2 Rédiger des programmes de tracé



a. Voici deux programmes de construction de la figure ci-dessus. Le premier a été écrit par un élève et le second par un professeur. Indiquez les différences entre les deux textes et dites pourquoi la formulation de l'élève n'est pas correcte.

Texte de l'élève

Je trace une ligne verticale de 4 cm de longueur et je mets les points A et D. Puis je trace une ligne horizontale formant un angle droit avec la première et qui la coupe au milieu (qui s'appelle E), de 4 cm aussi ; je place le point F au bout. Après, je trace une autre ligne verticale qui forme un angle droit avec la ligne horizontale, je place les points B et C et je trace des lignes qui relient E, B, F et C. Pareil pour A et B, puis C et D. Et pour finir, je prends le compas, je mets la pointe sur I et j'écarte jusqu'au point A pour faire un cercle. Et voilà !

Texte du professeur

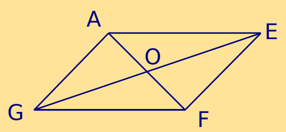
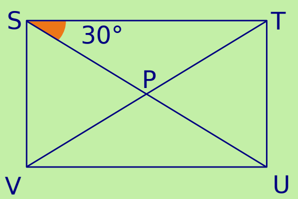
Trace un segment [AD] de longueur 4 cm et de milieu E. Place le point F sur la médiatrice de [AD] tel que EF = 4 cm. Place les points B et C tels que BECF soit un carré. Place le point I à l'intersection de (BD) et (AC). Trace le quadrilatère ABCD. Trace le cercle de centre I et passant par A.

b. Dessinez sur une feuille blanche une autre figure géométrique contenant six points, un cercle et deux quadrilatères particuliers. (Pensez à coder la figure et à nommer les points.)

c. Rédigez sur une feuille blanche un programme de construction de la figure tracée au **b.** en tenant compte des caractéristiques d'un texte mathématique.

d. Échangez avec un autre groupe les programmes de construction puis réalisez la figure correspondant au programme reçu. Remettez le programme de construction et la figure au professeur qui validera l'ensemble.

Se tester avec le QCM !

		R1	R2	R3	R4
1	Quelles sont les affirmations vraies ?	Les quadrilatères sont tous des parallélogrammes	Les parallélogrammes sont tous des quadrilatères	Les rectangles sont tous des losanges	Les carrés sont tous des losanges
2	 AEFG est un parallélogramme avec AO = 3 cm et $\widehat{AGF} = 60°$	AEFG a pour autre nom possible : GAEF	(AE) et (GF) sont parallèles	EO = OF	$\widehat{GAE} = 60°$
3		AO = OF	AEFG a pour autre nom possible : AEGF	AE = EF	$\widehat{AEF} = 60°$
4	ABCD est un quadrilatère de centre I...	Si AI = IC et IB = ID alors c'est un parallélogramme	Si AC = BD alors c'est un parallélogramme	Si (AB) et (DC) sont parallèles alors c'est un parallélogramme	Si AD = BC alors c'est un parallélogramme
5	 STUV est un rectangle tel que PU = 3,2 cm.	$\widehat{STU} = 90°$	SP = 3,2 cm	TU = ST	$\widehat{VSP} = 30°$
6		Le cercle de centre P passant par S passe aussi par T, U et V	(SU) et (VT) sont perpendiculaires	VT = 6,4 cm	PTU est un triangle rectangle
7	Pour que je sois un carré, il suffit que je sois un...	rectangle dont les diagonales sont perpendiculaires	parallélogramme avec un centre de symétrie	losange avec un angle droit	quadrilatère avec 3 angles droits

Récréation mathématique

Le quadrigolo !

Hugo et Laura ont construit, à partir du patron ci-contre, trois dés identiques. Ils ont inventé un nouveau jeu, le « quadrigolo » dont la règle est la suivante :

a. Lancer les trois dés en même temps.

b. Additionner les faces supérieures de chaque dé sachant que :

- un quadrilatère rapporte 1 point ;
- un triangle rapporte 3 points ;
- un parallélogramme rapporte 6 points ;
- un rectangle rapporte 10 points ;
- un losange rapporte 15 points ;
- un carré rapporte 21 points.

Hugo lance les trois dés, fait les comptes et dit : « J'ai 82 points ! ». Hugo ne s'est pas trompé et n'a pas triché. Mais qu'y avait-il sur les faces supérieures des trois dés ?