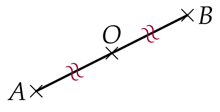
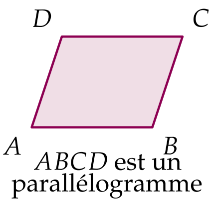
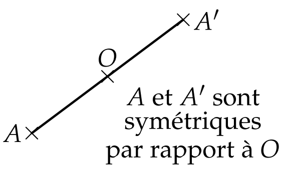
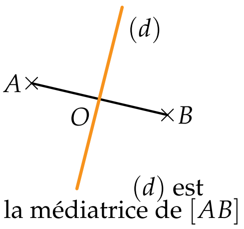
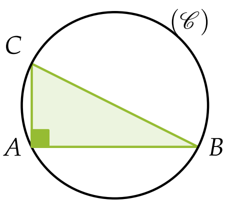
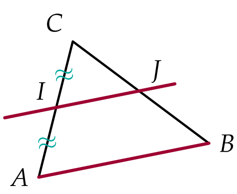
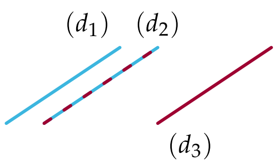
page vide pour attaquer en page paire !

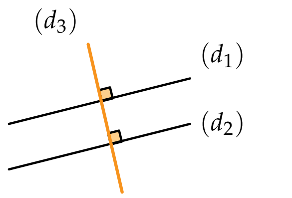
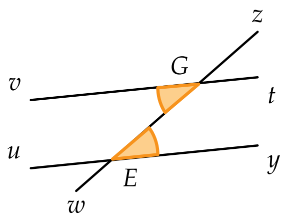
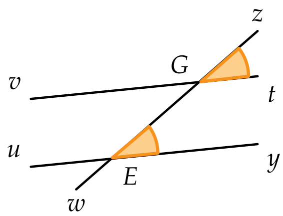
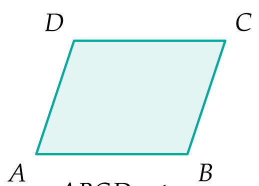
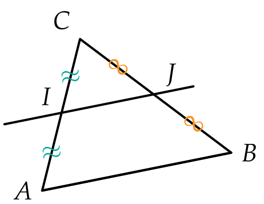
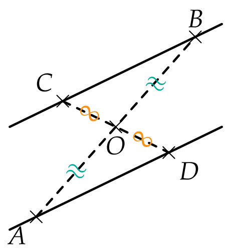
PROPRIÉTÉS POUR DÉMONTRER EN GÉOMÉTRIE

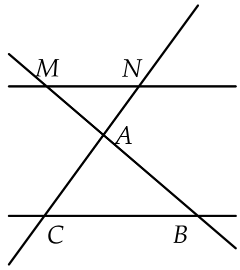
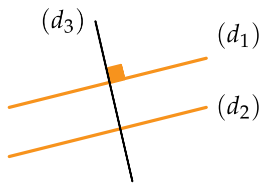
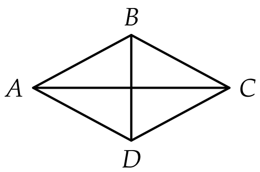
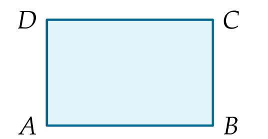
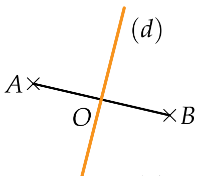
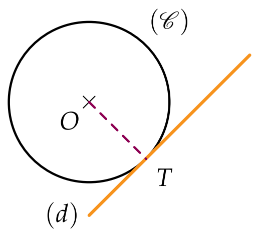
Pour démontrer en géométrie, quelques astuces :

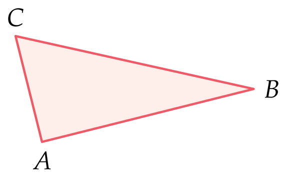
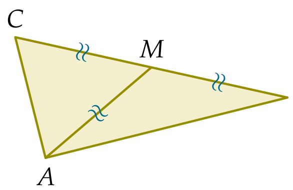
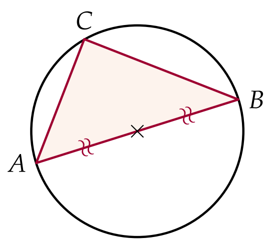
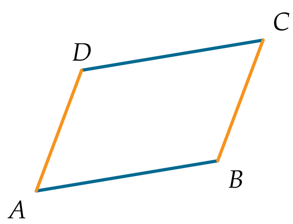
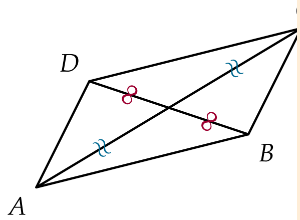
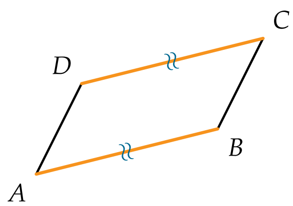
- commencer par réaliser un schéma représentant la situation de l'énoncé ;
- penser à coder les milieux, les angles droits et à repasser en couleur les droites ou segments parallèles ;
- parmi les propriétés qui correspondent à la question posée, choisir celle dont la figure de la **première colonne** s'apparente à celle du schéma.

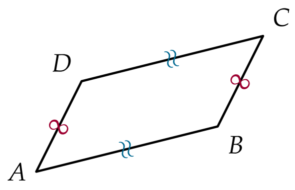
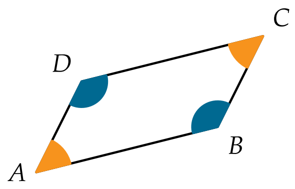
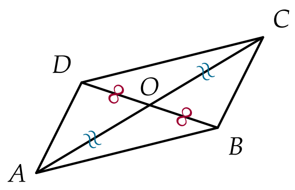
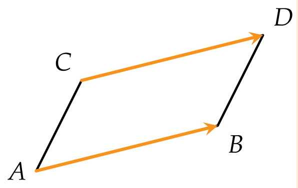
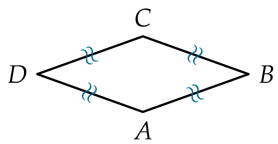
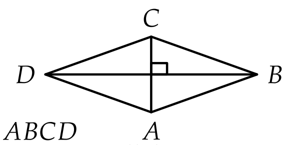
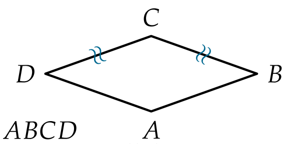
Pour rédiger au propre, il suffit de réciter la propriété choisie (comme dans la **deuxième colonne**) puis vérifier les hypothèses et conclure en adaptant le texte de la **troisième colonne** avec les lettres de l'énoncé.

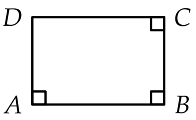
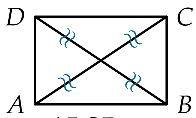
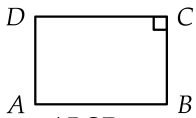
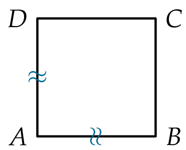
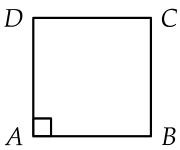
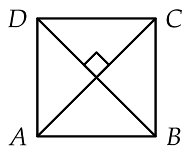
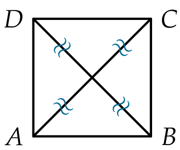
	**PROPRIÉTÉ 1** Si un point, sur un segment, est à égale distance des deux extrémités, alors ce point est le milieu du segment.	Ici, $O \in [AB]$ et $OA = OB$. Donc O est le milieu de $[AB]$.
	**PROPRIÉTÉ 2** Si un quadrilatère est un parallélogramme alors ses diagonales se coupent en leur milieu. (C'est aussi vrai pour les losanges, rectangles et carrés qui sont des parallélogrammes particuliers.)	Ici $ABCD$ est un parallélogramme. Donc ses diagonales $[AC]$ et $[BD]$ se coupent en leur milieu.
	**PROPRIÉTÉ 3** Si deux points sont symétriques par rapport à un point alors le centre de symétrie est le milieu du segment d'extrémités les deux symétriques	Ici A et A' sont symétriques par rapport au point O. Donc O est le milieu du segment $[AA']$.
	**PROPRIÉTÉ 4** Si une droite est la médiatrice d'un segment alors elle coupe ce segment en son milieu.	Ici la médiatrice de $[AB]$ coupe $[AB]$ en O. Donc O est le milieu de $[AB]$.
	**PROPRIÉTÉ 5** Si un triangle est rectangle alors son cercle circonscrit a pour centre le milieu de son hypoténuse.	Ici, ABC est un triangle rectangle en A. Donc le centre de son cercle circonscrit est le milieu de son hypoténuse $[AB]$.
	**PROPRIÉTÉ 6** Si, dans un triangle, une droite passe par le milieu d'un côté et est parallèle à un deuxième côté alors elle passe par le milieu du troisième côté.	Ici, dans le triangle ABC, I est le milieu de $[AC]$ et la parallèle à $[AB]$ passant par I coupe $[BC]$ en J. Donc J est le milieu du segment $[BC]$.
	**PROPRIÉTÉ 7** Si deux droites sont parallèles alors toute droite parallèle à l'une est parallèle à l'autre.	Ici, $(d_1)//(d_2)$ et $(d_2)//(d_3)$. Donc $(d_1)//(d_3)$

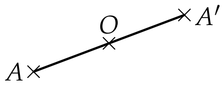
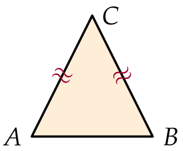
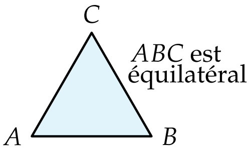
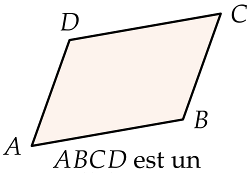
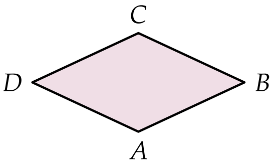
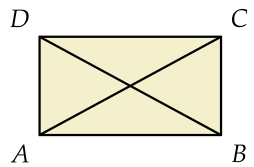
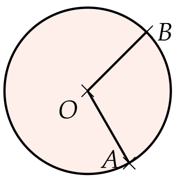
	**PROPRIÉTÉ 8** Si deux droites sont perpendiculaires à la même droite alors elles sont parallèles entre elles.	Ici $(d_1) \perp (d_3)$ et $(d_2) \perp (d_3)$. Donc $(d_1)//(d_2)$.
	**PROPRIÉTÉ 9** Si deux droites coupées par une sécante forment deux angles alternes-internes de même mesure alors elles sont parallèles	Ici, les droites (vt) et (uy) sont coupées par la sécante (zw), et les angles $\widehat{vGw}$ et $\widehat{zEy}$ sont alternes-internes de même mesure donc $(vt)//(uy)$.
	**PROPRIÉTÉ 10** Si deux droites coupées par une sécante forment deux angles correspondants de même mesure alors elles sont parallèles	Ici, les droites (vt) et (uy) sont coupées par la sécante (zw), et les angles $\widehat{zGt}$ et $\widehat{zEy}$ sont correspondants et de même mesure donc $(vt)//(uy)$.
 $ABCD$ est un parallélogramme	**PROPRIÉTÉ 11** Si un quadrilatère est un parallélogramme alors ses côtés opposés sont parallèles. (C’est aussi vrai pour les losanges, rectangles et carrés qui sont des parallélogrammes particuliers.)	Ici, $ABCD$ est un parallélogramme. Donc $(AB)//(CD)$ et $(AD)//(BC)$.
	**PROPRIÉTÉ 12** Si, dans un triangle, une droite passe par les milieux de deux côtés alors elle est parallèle au troisième côté.	Ici, dans le triangle ABC, I est le milieu de $[AC]$ et J est le milieu de $[BC]$. Donc (IJ) est parallèle à (AB).
	**PROPRIÉTÉ 13** Si deux droites sont symétriques par rapport à un point alors elles sont parallèles.	Ici, (AD) et (BC) sont symétriques par rapport à O. Donc $(AD)//(BC)$.

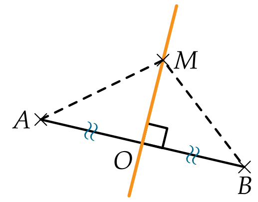
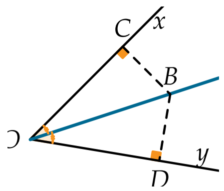
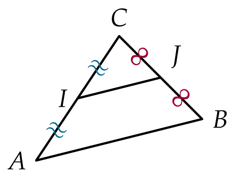
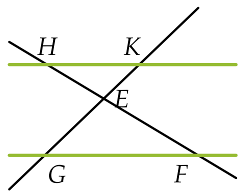
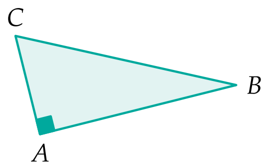
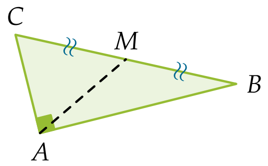
	**PROPRIÉTÉ 14** **Réciproque du théorème de Thalès** Si les points A, B, M d'une part et les points A, C, N d'autre part sont alignés dans le même ordre et si $\dfrac{AB}{AM} = \dfrac{AC}{AN}$ alors les droites (BC) et (MN) sont parallèles.	Ici, les points M, A, B d'une part et les points N, A, C d'autre part sont alignés dans cet ordre. Si, de plus, $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{AN}{AC}$ alors $(MN)//(BC)$.
	**PROPRIÉTÉ 15** Si deux droites sont parallèles alors toute droite perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre.	Ici, $(d_1)//(d_2)$ et $(d_1) \perp (d_3)$ Donc $(d_2) \perp (d_3)$
 $ABCD$ est un losange	**PROPRIÉTÉ 16** Si un quadrilatère est un losange alors ses diagonales sont perpendiculaires. (C'est aussi vrai pour le carré qui est un losange particulier.)	Ici, $ABCD$ est un losange. Donc $(AC) \perp (BD)$
 $ABCD$ est un rectangle	**PROPRIÉTÉ 17** Si un quadrilatère est un rectangle alors ses côtés consécutifs sont perpendiculaires. (C'est aussi vrai pour le carré qui est un rectangle particulier.)	Ici, $ABCD$ est un rectangle. Donc $(AB) \perp (AD)$, $(AD) \perp (DC)$, $(DC) \perp (BC)$ et $(BC) \perp (AB)$.
 (d) est la médiatrice de $[AB]$	**PROPRIÉTÉ 18** Si une droite est la médiatrice d'un segment alors elle est perpendiculaire à ce segment.	Ici, (d) est la médiatrice du segment $[AB]$. Donc $(d) \perp (AB)$.
	**PROPRIÉTÉ 19** Si une droite est tangente à un cercle en un point alors elle est perpendiculaire au rayon de ce cercle qui a pour extrémité ce point.	Ici, la droite (d) est la tangente en T au cercle de centre O. Donc $(d) \perp (OT)$.

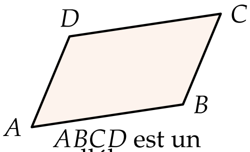
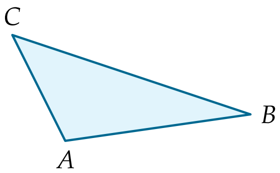
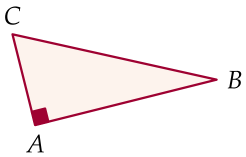
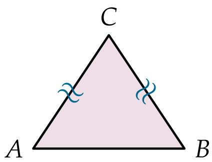
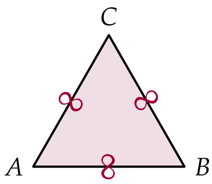
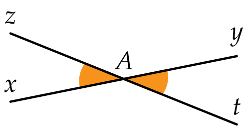
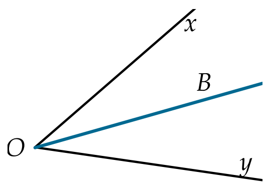
	**PROPRIÉTÉ 20** **Réciproque du théorème de Pythagore :** Si, dans un triangle, le carré de la longueur du plus grand côté est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés alors le triangle est rectangle et il a ce côté pour hypoténuse.	Si dans le triangle ABC, $BC^2 = BA^2 + AC^2$ alors le triangle ABC est rectangle d'hypoténuse $[BC]$.
	**PROPRIÉTÉ 21** Si, dans un triangle, la longueur de la médiane relative à un côté est égale à la moitié de la longueur de ce côté alors ce triangle est rectangle et il admet ce côté pour hypoténuse.	Ici, $[AM]$ est la médiane relative à $[BC]$ et $AM = BC \div 2$. Donc ABC est rectangle en A.
	**PROPRIÉTÉ 22** Si un triangle est inscrit dans un cercle de diamètre l'un de ses côtés alors il est rectangle et il admet ce diamètre pour hypoténuse.	Ici, C appartient au cercle de diamètre $[AB]$. Donc ABC est rectangle en C.
	**PROPRIÉTÉ 23** Si un quadrilatère a ses côtés opposés parallèles deux à deux alors c'est un parallélogramme.	Ici, $(AB)//(DC)$ et $(AD)//(BC)$. Donc $ABCD$ est un parallélogramme.
	**PROPRIÉTÉ 24** Si un quadrilatère a ses diagonales qui se coupent en leur milieu alors c'est un parallélogramme.	Ici, $[AC]$ et $[BD]$ se coupent en leur milieu. Donc, $ABCD$ est un parallélogramme.
	**PROPRIÉTÉ 25** Si un quadrilatère non croisé a deux côtés opposés parallèles de même longueur alors c'est un parallélogramme.	Ici, $ABCD$ est non croisé avec $AB = DC$ et $(AB)//(CD)$. Donc, $ABCD$ est un parallélogramme.

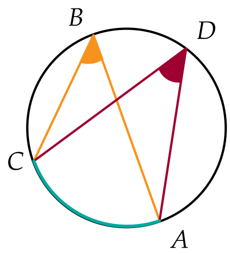
	**PROPRIÉTÉ 26** Si un quadrilatère a ses côtés opposés de la même longueur deux à deux alors c’est un parallélogramme.	Ici, $AB = CD$ et $AD = BC$. Donc, $ABCD$ est un parallélogramme.
	**PROPRIÉTÉ 27** Si un quadrilatère a ses angles opposés de la même mesure alors c’est un parallélogramme.	Ici, $\widehat{ADC} = \widehat{ABC}$ et $\widehat{DAB} = \widehat{BCD}$. Donc, $ABCD$ est un parallélogramme.
	**PROPRIÉTÉ 28** Si un quadrilatère a un centre de symétrie alors c’est un parallélogramme.	Ici, A et C d’une part et B et D d’autre part sont symétriques par rapport à O. Donc, $ABCD$ est un parallélogramme.
	**PROPRIÉTÉ 29** Si $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ alors $ABDC$ est un parallélogramme.	Ici, $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$. Donc, $ABDC$ est un parallélogramme.
	**PROPRIÉTÉ 30** Si un quadrilatère a ses quatre côtés de même longueur alors c’est un losange.	Ici, $AB = BC = CD = DA$. Donc $ABCD$ est un losange.
 $ABCD$ est un parallélogramme	**PROPRIÉTÉ 31** Si un parallélogramme a ses diagonales perpendiculaires alors c’est un losange.	Ici, $ABCD$ est un parallélogramme et $(AC) \perp (BD)$. Donc $ABCD$ est un losange.
 $ABCD$ est un parallélogramme	**PROPRIÉTÉ 32** Si un parallélogramme a deux côtés consécutifs de la même longueur alors c’est un losange.	Ici, $ABCD$ est un parallélogramme avec $CD = CB$. Donc $ABCD$ est un losange.

	**PROPRIÉTÉ 33** Si un quadrilatère possède trois angles droits alors c'est un rectangle.	Ici, $(AD) \perp (AB)$, $(AB) \perp (BC)$ et $(BC) \perp (DC)$. Donc $ABCD$ est un rectangle.
 $ABCD$ est un parallélogramme	**PROPRIÉTÉ 34** Si un parallélogramme a ses diagonales de la même longueur alors c'est un rectangle.	Ici, $ABCD$ est un parallélogramme avec $AC = BD$. Donc $ABCD$ est un rectangle.
 $ABCD$ est un parallélogramme	**PROPRIÉTÉ 35** Si un parallélogramme possède deux côtés consécutifs perpendiculaires alors c'est un rectangle.	Ici, $ABCD$ est un parallélogramme avec $(BC) \perp (CD)$. Donc $ABCD$ est un rectangle.
 $ABCD$ est un rectangle	**PROPRIÉTÉ 36** Si un rectangle possède deux côtés consécutifs de même longueur alors c'est un carré.	Ici, $ABCD$ est un rectangle avec $AB = AD$. Donc $ABCD$ est un carré.
 $ABCD$ est un losange	**PROPRIÉTÉ 37** Si un losange possède deux côtés consécutifs perpendiculaires alors c'est un carré.	Ici, $ABCD$ est un losange avec $(AB) \perp (AD)$. Donc $ABCD$ est un carré.
 $ABCD$ est un rectangle	**PROPRIÉTÉ 38** Si un rectangle a ses diagonales perpendiculaires alors c'est un carré.	Ici, $ABCD$ est un rectangle avec $(AC) \perp (BD)$. Donc $ABCD$ est un carré.
 $ABCD$ est un losange	**PROPRIÉTÉ 39** Si un losange a ses diagonales de même longueur alors c'est un carré.	Ici, $ABCD$ est un losange avec $AC = BD$. Donc $ABCD$ est un carré.

 O est le milieu de $[AA']$	**PROPRIÉTÉ 40** Si un point est le milieu d'un segment alors sa distance aux extrémités du segment est la moitié de la mesure du segment.	Ici, O est le milieu de $[AA']$. Donc $OA = OA' = AA' \div 2$.
	**PROPRIÉTÉ 41** Si un triangle est isocèle alors il a deux côtés de même longueur.	Ici, ABC est isocèle en C. Donc $CA = CB$.
	**PROPRIÉTÉ 42** Si un triangle est équilatéral alors il a tous ses côtés de la même longueur.	Ici, ABC est équilatéral. Donc $AB = BC = CA$.
 $ABCD$ est un parallélogramme	**PROPRIÉTÉ 43** Si un quadrilatère est un parallélogramme alors ses côtés opposés ont la même longueur. (C'est également vrai pour les rectangles, les losanges et les carrés qui sont des parallélogrammes particuliers.)	Ici, $ABCD$ est un parallélogramme. Donc $AB = DC$ et $AD = BC$.
 $ABCD$ est un losange	**PROPRIÉTÉ 44** Si un quadrilatère est un losange alors tous ses côtés sont de la même longueur. (C'est également vrai pour les carrés qui sont des losanges particuliers.)	Ici, $ABCD$ est un losange. Donc $AB = BC = CD = DA$.
 $ABCD$ est un rectangle	**PROPRIÉTÉ 45** Si un quadrilatère est un rectangle alors ses diagonales ont la même longueur. (C'est également vrai pour les carrés qui sont des rectangles particuliers.)	Ici, $ABCD$ est un rectangle. Donc $AC = BD$.
	**PROPRIÉTÉ 46** Si deux points appartiennent à un cercle alors ils sont équidistants du centre de ce cercle.	Ici, A et B appartiennent à un cercle de centre O. Donc $OA = OB$.

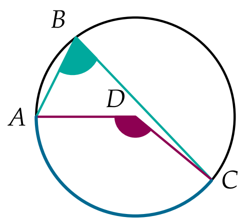
	**PROPRIÉTÉ 47** Si un point appartient à la médiatrice d'un segment alors il est équidistant des extrémités de ce segment.	Ici, M appartient à la médiatrice de $[AB]$. Donc $MA = MB$.
	**PROPRIÉTÉ 48** Si un point appartient à la bissectrice d'un angle alors il est situé à la même distance des côtés de cet angle.	Ici, B appartient à la bissectrice de $\widehat{xOy}$, $(BD) \perp (OD)$ et $(BC) \perp (OC)$. Donc $BC = BD$.
	**PROPRIÉTÉ 49** Si, dans un triangle, un segment joint les milieux de deux côtés alors sa longueur est égale à la moitié de celle du troisième côté.	Ici, dans le triangle ABC, I est le milieu de $[AC]$ et J est le milieu de $[BC]$. Donc, $IJ = AB \div 2$.
	**PROPRIÉTÉ 50** **Théorème de Thalès** : Si $M \in (AB)$, $N \in (BC)$ et $(BC)//(MN)$ alors $\dfrac{AB}{AM} = \dfrac{AC}{AN} = \dfrac{BC}{MN}$.	Ici, $H \in (EF)$, $K \in (EG)$ et $(HK)//(GF)$. Donc $\dfrac{EF}{EH} = \dfrac{EG}{EK} = \dfrac{GF}{HK}$.
	**PROPRIÉTÉ 51** **Théorème de Pythagore** : Si un triangle est rectangle alors le carré de la longueur de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés.	Ici, ABC est rectangle en A. Donc, $BC^2 = BA^2 + AC^2$.
	**PROPRIÉTÉ 52** Si un triangle est rectangle alors la médiane issue de l'angle droit mesure la moitié de l'hypoténuse.	Ici, ABC est rectangle en A et M est le milieu de $[BC]$. Donc $AM = BC \div 2$
figure centre gravité	**PROPRIÉTÉ 53** Dans un triangle, le centre de gravité se situe au 2 tiers des médianes en partant du sommet	Ici, G est le centre de gravité du triangle ABC et $[AA']$ en est une médiane. Donc $AG = \dfrac{2}{3}AA'$.

 $ABCD$ est un parallélogramme	**PROPRIÉTÉ 54** Si un quadrilatère est un parallélogramme alors ses angles opposés ont la même mesure. (C'est également vrai pour les losanges, les rectangles et les carrés qui sont des parallélogrammes particuliers.)	Ici, $ABCD$ est un parallélogramme. Donc $\widehat{DAB} = \widehat{BCD}$ et $\widehat{ADC} = \widehat{ABC}$.
	**PROPRIÉTÉ 55** Dans un triangle, la somme des mesures des angles est égale à 180°.	Ici, ABC est un triangle. Donc $\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180°$.
	**PROPRIÉTÉ 56** Si un triangle est rectangle alors ses angles aigus sont complémentaires.	Ici, ABC est rectangle en A. Donc $\widehat{B} + \widehat{C} = 90°$
	**PROPRIÉTÉ 57** Si un triangle est isocèle alors ses angles à la base ont la même mesure.	Ici, ABC est isocèle en C. Donc $\widehat{A} = \widehat{B}$.
	**PROPRIÉTÉ 58** Si un triangle est équilatéral alors ses angles mesurent 60°.	Ici, ABC est équilatéral. Donc $\widehat{A} = \widehat{B} = \widehat{C} = 60°$.
	**PROPRIÉTÉ 59** Si deux angles sont opposés par le sommet alors ils ont la même mesure.	Ici, $\widehat{xAz}$ et $\widehat{yAt}$ sont opposés par le sommet. Donc, $\widehat{xAz} = \widehat{yAt}$.
 $[OB)$ est la bissectrice de l'angle $\widehat{xOy}$	**PROPRIÉTÉ 60** Si une droite est la bissectrice d'un angle alors elle partage l'angle en deux angles adjacents de même mesure.	Ici, $[OB)$ est la bissectrice de l'angle $\widehat{xOy}$. Donc $\widehat{xOB} = \widehat{BOy} = \widehat{xOy} \div 2$.



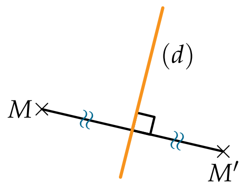
PROPRIÉTÉ 61 Si deux angles sont inscrits dans un même cercle et s'ils interceptent le même arc de cercle alors ils ont la même mesure.

Ici,
les angles inscrits $\widehat{ABC}$ et $\widehat{ADC}$ interceptent le même arc $\overset{\frown}{AC}$.
Donc, $\widehat{ABC} = \widehat{ADC}$.



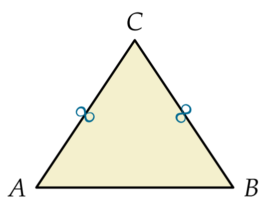
PROPRIÉTÉ 62 Si un angle inscrit dans un cercle et un angle au centre interceptent le même arc de cercle, alors l'angle au centre mesure le double de l'angle inscrit.

Ici,
l'angle inscrit $\widehat{ABC}$ et l'angle au centre $\widehat{ADC}$ interceptent le même arc $\overset{\frown}{AC}$.
Donc, $2\widehat{ABC} = \widehat{ADC}$.



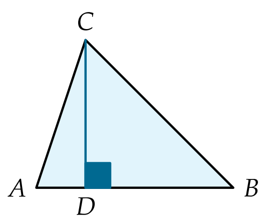
PROPRIÉTÉ 63 Si deux points sont symétriques par rapport à une droite alors cette droite est la médiatrice du segment ayant pour extrémités ces deux points.

Ici, M et M' sont symétriques par rapport à la droite (d).
Donc, (d) est la médiatrice de $[MM']$.



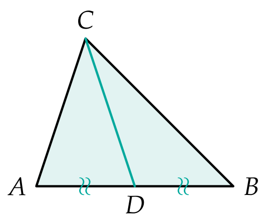
PROPRIÉTÉ 64 Si un point est équidistant des extrémités d'un segment alors il est situé sur la médiatrice de ce segment.

Ici, $AC = CB$.
Donc C appartient à la médiatrice de $[AB]$.



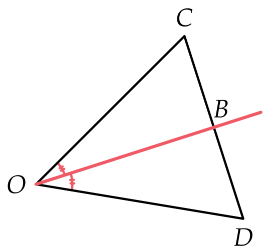
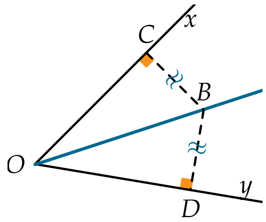
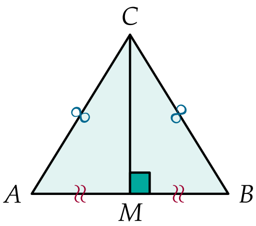
PROPRIÉTÉ 65 Si, dans un triangle, une droite passe par un sommet et est perpendiculaire au côté opposé alors c'est une hauteur du triangle.

Ici, $(CD) \perp (AB)$.
Donc (CD) est la hauteur issue de C du triangle ABC



PROPRIÉTÉ 66 Si, dans un triangle, une droite passe par un sommet et par le milieu du côté opposé alors c'est une médiane du triangle.

Ici, D est le milieu de $[AB]$.
Donc, $[CD]$ est la médiane relative à $[AB]$ du triangle ABC.

	**PROPRIÉTÉ 67** Si une droite partage un angle en deux angles égaux alors cette droite est la bissectrice de l'angle.	Ici, la droite (OB) partage l'angle $\widehat{COD}$ en deux angles égaux. Donc (OB) est la bissectrice de l'angle $\widehat{COD}$.
	**PROPRIÉTÉ 68** Si un point est situé à la même distance des côtés d'un angle alors il appartient à la bissectrice de cet angle.	Ici, $BC = BD$. Donc, $[OB)$ est la bissectrice de l'angle $\widehat{xOy}$
	**PROPRIÉTÉ 69** Si un triangle est isocèle, alors la médiane, la hauteur, la bissectrice issues du sommet principal et la médiatrice de la base sont confondues	Ici, ABC est isocèle en C, M est le milieu de $[AB]$ et $(CM) \perp (AB)$. Donc (CM) est : la médiane relative à $[AB]$, la médiatrice de $[AB]$, la hauteur issue de C, la bissectrice de $\widehat{ACB}$.