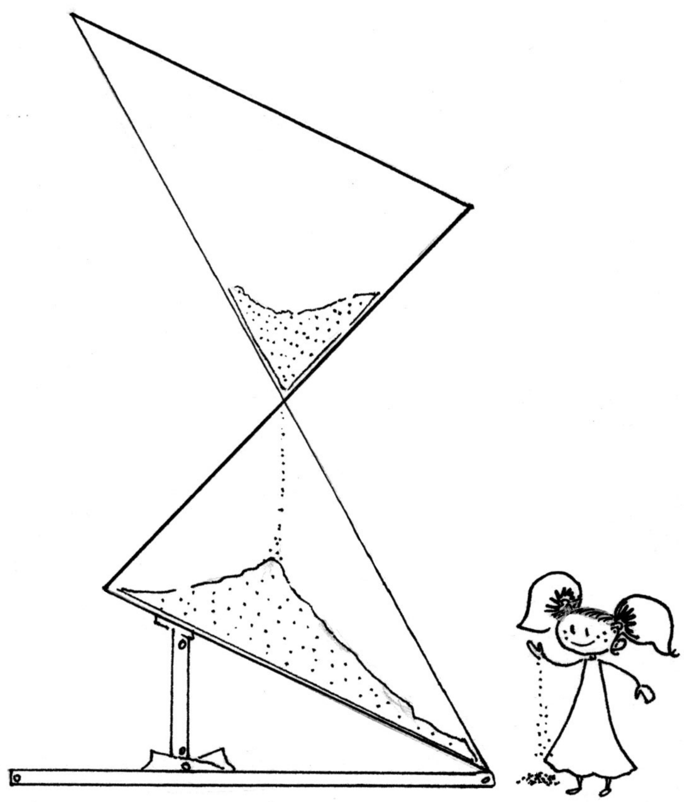
G1

Théorème de Thalès



Le cours avec les aides animées

Q1. Dans quel cas peut-on appliquer le théorème de Thalès ?

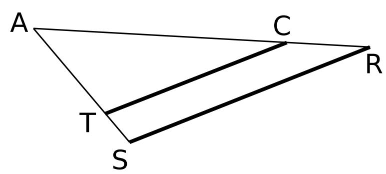
Q2. Pourquoi, selon toi, Thalès a-t-il dit : « *Le rapport que j'entretiens avec mon ombre est le même que celui de la pyramide avec la sienne.* » ?

Les exercices d'application

1 *Appliquons le théorème de Thalès*

Dans chacun des cas suivants, applique le théorème de Thalès. Les droites en gras sont parallèles.

Figure 1



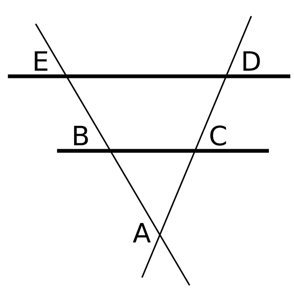
Les droites (.......) et (.......) sont sécantes en ....

Les droites (.......) et (.......) sont parallèles.

D'après le théorème de Thalès, on a donc :

$$\frac{A....}{A....} = \frac{A....}{A....} = \frac{.......}{.......}.$$

Figure 2



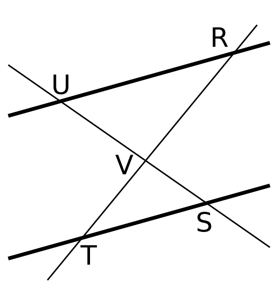
Les droites (.......) et (.......) sont sécantes en ....

Les droites (.......) et (.......) sont parallèles.

D'après le théorème de Thalès, on a donc :

$$\frac{.......}{.......} = \frac{.......}{.......} = \frac{.......}{.......}.$$

Figure 3



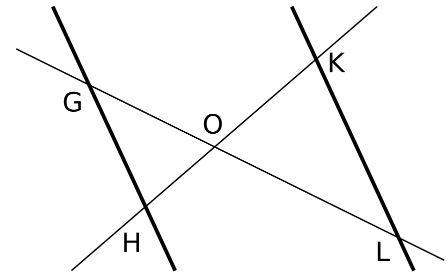
Les droites (.......) et (.......) sont sécantes en ....

Les droites (.......) et (.......) sont parallèles.

D'après le théorème de Thalès, on a donc :

$$\frac{V....}{V....} = \frac{V....}{V....} = \frac{.......}{.......}.$$

Figure 4



Les droites (.......) et (.......) sont sécantes en ....

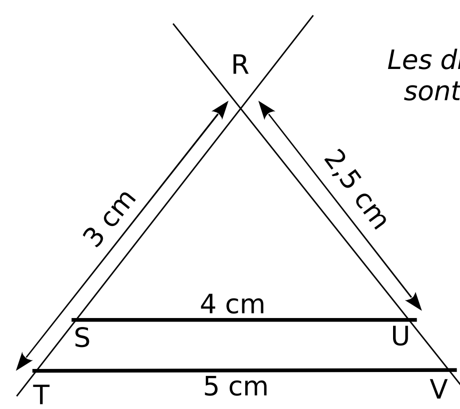
Les droites (.......) et (.......) sont parallèles.

D'après le théorème de Thalès, on a donc :

$$\frac{.......}{.......} = \frac{.......}{.......} = \frac{.......}{.......}.$$

2 *Compléter une démonstration*

Sur la figure ci-dessous, les points R, S, T d'une part et les points R, U, V d'autre part sont alignés. Calcule RS et RV.



Les droites en gras sont parallèles.

Les droites (.......) et (.......) sont sécantes en ....

Les droites (.......) et (.......) sont parallèles.

D'après ....

$$\frac{.......}{RT} = \frac{.......}{.......} = \frac{SU}{.......}.$$

En remplaçant par les données numériques, on a :

$$\frac{.......}{3} = \frac{.......}{.......} = \frac{4}{.......}.$$

<u>Calcul de RS</u> :

$$\frac{RS}{.......} = \frac{.......}{5}$$

d'où RS × .... = ... × .... ;

soit $RS = \frac{....... \times ....}{.......}$.

Donc RS = ... cm.

<u>Calcul de RV</u> :

$$\frac{.......}{RV} = \frac{4}{.......}$$

d'où RV × .... = ... × .... ;

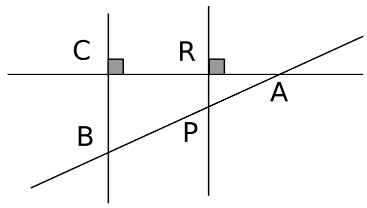
soit $RV = \frac{....... \times ....}{.......}$.

Donc RV = ... cm.

3 *Raisonnement à justifier*

Dans tout l'exercice, on suppose que les points A, P et B sont alignés ainsi que les points A, R et C. Pour chacun des cas suivants, explique pourquoi tu peux appliquer le théorème de Thalès. Écris alors les rapports égaux dans ces figures.

a.



Les droites (.......) et (.......) sont ....

à la même droite (.......).

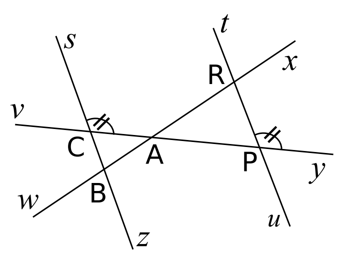
Donc (.......) et (.......) ....

De plus, ... sécantes ....

Ainsi, d'après ....,

on a $\frac{.......}{.......} = \frac{.......}{.......} = \frac{.......}{.......}$.

b.



$\widehat{sCy}$ et $\widehat{tPy}$ étant .... et

.................................., on en déduit que (.......) et

(.......) sont ....

De plus, (.......) et (.......) ....

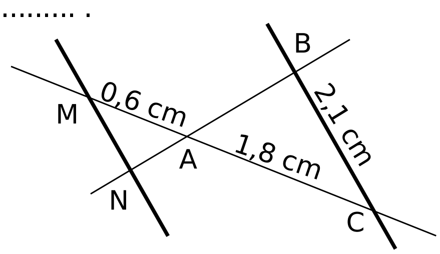
Ainsi, d'après ....,

on a $\frac{.......}{.......} = \frac{.......}{.......} = \frac{.......}{.......}$.

4 *Dans une autre configuration*

Les points M, A, C sont alignés et les points N, A, B aussi. Les droites (MN) et (BC) sont parallèles.

Dans cette situation, on peut calculer la longueur ....



....

....

....

$\frac{.......}{.......} = \frac{.......}{.......} = \frac{.......}{.......}$.

En remplaçant par les données numériques, on a :

$\frac{.......}{.......} = \frac{.......}{.......} = \frac{.......}{.......}$.

<u>Calcul</u> : $\frac{.......}{.......} = \frac{.......}{.......}$ d'où ..... × ..... = ... × ..... ;

soit MN = $\frac{....... \times ....}{.......}$ donc .... = ... cm.

5 *Avec une construction*

Soit EFG un triangle tel que EF = 5 cm ; EG = 4 cm et FG = 3,3 cm. On appelle M le point de [EG) tel EM = 6 cm. Trace la parallèle à (FG) passant par le point M. Elle coupe [EF] en N.

a. Construis et code la figure.

b. Calcule EN et MN.

....

....

....

....

....

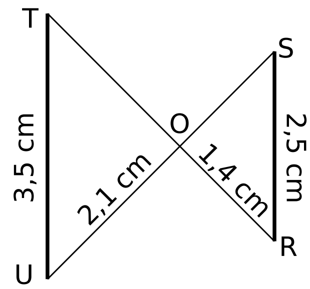
....

<u>Calcul de EN</u> :	<u>Calcul de MN</u> :
....	....
....	....
....	....
....	....
....	....
....	....

6 *À toi de jouer*

Les droites (RT) et (US) sont sécantes au point O.

(RS) et (UT) sont deux droites parallèles.
Calcule OT et OS, en justifiant ta réponse.



....

....

....

....

....

....

....

....

....

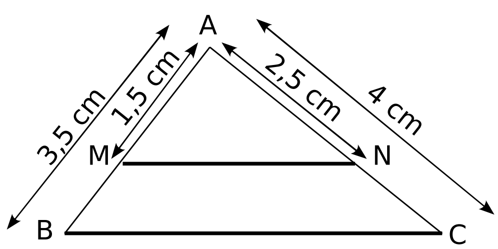
....

....

....

7 *Démontrer que deux droites ne sont pas parallèles*

On sait que les points A, M, B d'une part et les points A, N, C d'autre part sont alignés.



a. On veut montrer que les droites (MN) et (BC) ne sont pas parallèles. On écrit séparément les rapports $\frac{A....}{A....}$ et $\frac{A....}{A....}$.

$\frac{A....}{A....} = \frac{.......}{.......}$ | $\frac{.......}{.......} = \frac{.......}{.......}$

b. On compare les deux écritures fractionnaires ainsi obtenues.

....

....

c. Si les droites (MN) et (BC) étaient parallèles, d'après le théorème de Thalès, on aurait $\frac{.......}{.......} = \frac{.......}{.......} = \frac{.......}{.......}$. Or $\frac{.......}{.......} \neq \frac{.......}{.......}$.

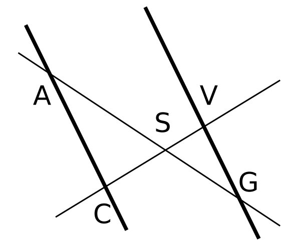
Ainsi, on en déduit que (.......) et (.......) ....

....

8 *À ton tour*

Sur le schéma ci-dessous, les points C, S, V d'une part et les points A, S, G d'autre part sont alignés.

En t'aidant de l'exercice précédent, montre que les droites (GV) et (CA) ne sont pas parallèles.
On a SV = 0,6 cm ; SG = 0,9 cm ; SA = 2,1 cm et SC = 1 cm.



On calcule séparément $\frac{.......}{.......}$ et $\frac{.......}{.......}$.

$\frac{.......}{.......}$ = ... | $\frac{.......}{.......}$ = ...

On compare les deux écritures fractionnaires.

....

....

....

Donc ....

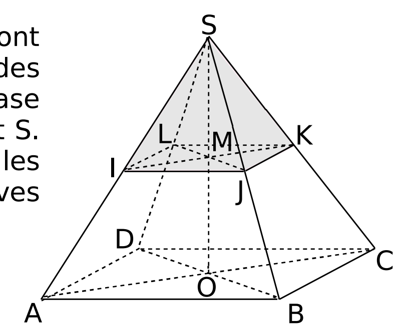
....

....

....

9 *Dans l'espace*

SABCD et SIJKL sont deux pyramides régulières à base carrée et de sommet S.
[SM] et [SO] sont les hauteurs respectives de SIJKL et SABCD.
On a SM = 1,5 cm ; SO = 4,5 cm et DB = 5 cm.



a. Que peux-tu dire de (MJ) et (OB) ? Pourquoi ?

....

....

....

....

b. Calcule la valeur exacte de MJ en justifiant ta réponse.

....

....

....

....

....

....

....

....

Le cours avec les aides animées

Q1. Que permet de démontrer la réciproque du théorème de Thalès ?

Q2. Quelles informations faut-il connaître pour appliquer la réciproque du théorème de Thalès ?

Q3. Soient a, b, c et d quatre nombres relatifs avec a et c non nuls. Comment peut-on montrer que les quotients $\frac{b}{a}$ et $\frac{d}{c}$ sont égaux ?

Les exercices d'application

1 *Égalités de quotients*

Vérifie que les quotients suivants sont égaux.

$\frac{18}{5}$ et $\frac{72}{20}$	$\frac{2}{3}$ et $\frac{7}{10,5}$
....	....
....	....
....	....
....	....

2 *Phrases à trous*

a. Si $\frac{GN}{GU} = \frac{GP}{GL}$

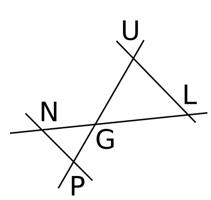
et si les points .... d'une part

et les points .... d'autre part sont

alignés dans .... alors les droites

(.......) et (.......) sont ....

b. Si $\frac{.....}{.....} = \frac{.....}{.....}$



et si les points ....

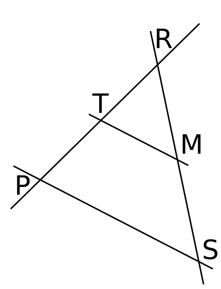
d'une part

et les points ....

d'autre part sont ....

alors les droites ....

3 *Application directe*



Sur la figure ci-contre, RM = 4,5 cm ; RS = 6 cm ; RT = 6 cm et RP = 8 cm. Les points R, T et P sont alignés ainsi que les points R, M et S.

On veut montrer que les droites (MT) et (SP) sont parallèles.

a. Quel théorème pourrais-tu utiliser ?

....

....

b. Calcule les rapports $\frac{RM}{RS}$ et $\frac{RT}{RP}$.

$\frac{RM}{RS} = \frac{4,5}{6} = \frac{.........}{6 \times 4} =$ ....

$\frac{RT}{RP} = \frac{6}{8} = \frac{.........}{8 \times 3} =$ ....

Donc $\frac{RM}{RS}$ et $\frac{RT}{RP}$ sont ....

c. Complète la conclusion ci-dessous.

Les rapports $\frac{RM}{RS}$ et $\frac{RT}{RP}$ sont ....

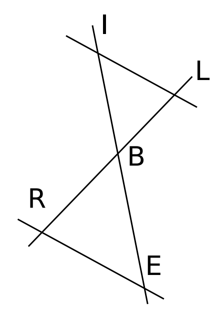
Par ailleurs, les points R, T, P d'une part et R, M, S d'autre part sont ....

Donc d'après ....

...................................., les droites (.......) et (.......)

....

4 *Dans une autre configuration*



Sur la figure ci-contre, BR = 2,5 cm ; BL = 15 cm ; BE = 1,5 cm et BI = 9 cm.

Les points I, B et E sont alignés de même que L, B et R.

a. Quel théorème pourrais-tu utiliser pour démontrer que les droites (IL) et (RE) sont parallèles ?

....

....

b. Calcule les rapports $\frac{BE}{BI}$ et $\frac{BR}{BL}$ puis montre qu'ils sont égaux.

$\frac{BE}{BI} =$	$\frac{BR}{BL} =$ ....

....

....

Donc ....

c. Complète la conclusion ci-dessous.

Les rapports .... et .... sont ....

Par ailleurs, les points .... d'une part et .... d'autre part sont ....

....

Donc d'après ....

...................................., les droites .... et ....

sont ....

5 *En construisant d'abord*

On considère le triangle RST tel que RS = 6 cm ; ST = 9 cm et RT = 8 cm. Place le point P sur [RS] tel que SP = 4 cm et le point M sur [ST] tel que TM = 3 cm.

a. Construis la figure.

b. Détermine les rapports utiles puis compare-les.

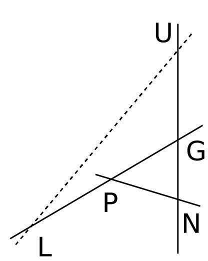
.... | ....
.... | ....
....
....
....

c. Démontre que les droites (MP) et (RT) sont parallèles.

....
....
....
....
....
....

6 *À vos ordres !*

Sur la figure ci-contre, G, P et L d'une part et G, N et U d'autre part sont alignés.
On donne GP = 2,5 cm ; GU = 9 cm ; GN = 3 cm et GL = 7,5 cm.



a. Calcule $\frac{GP}{GL}$ et $\frac{GN}{GU}$. Que constates-tu ?

....
....
....

b. Pourquoi ne peux-tu pas utiliser ici la réciproque du théorème de Thalès ?

....
....
....

7 *Une autre construction*

Soit VOU un triangle tel que OV = 2,5 cm ; OU = 3,5 cm et VU = 5 cm.
Place sur [VO) le point T tel que VT = 5,5 cm et sur [UO) le point E tel que UE = 7,7 cm.

a. Construis la figure.

b. Montre que les droites (UV) et (ET) sont parallèles.

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

8 *Extrait du Brevet*

Tracer un segment [EF] de 10 cm de longueur puis un demi-cercle de diamètre [EF]. Placer le point G sur ce demi-cercle, tel que EG = 9 cm.

a. Démontrer que le triangle EFG est rectangle.

....
....
....
....
....

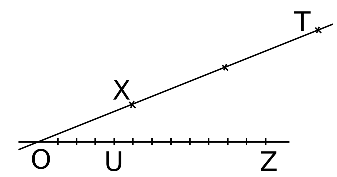
b. Placer le point M sur le segment [EG] tel que EM = 5,4 cm et le point P sur le segment [EF] tel que EP = 6 cm.
Démontrer que les droites (FG) et (MP) sont parallèles.

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

9 *Avec des graduations*

a. On donne la figure ci-contre.

On veut montrer que les droites (XU) et (ZT) sont parallèles, à l'aide de la réciproque du théorème de Thalès.



b. Détermine les rapports utiles puis compare-les.

.... | ....
.... | ....
....
....

c. Conclus.

....
....
....
....
....
....

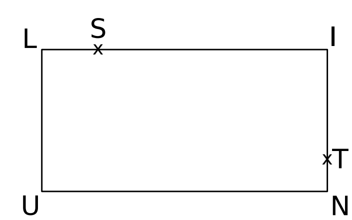
10 *Avec l'aide de Pythagore puis de Thalès*

LINU est un rectangle.
Le point S appartient à [LI] et le point T à [IN].

L'unité est le décimètre.

LI = 24 ; LU = 18;

LS = 4 et TN = $\frac{LU}{6}$.



a. Démontre que LN = 30 dm.

....
....
....
....
....

b. Détermine les longueurs IS et IT.

....
....

c. Démontre que (ST) et (LN) sont parallèles.

....
....
....
....
....
....

Le cours avec les aides animées

Q1. Définis l'agrandissement ou la réduction d'un dessin.

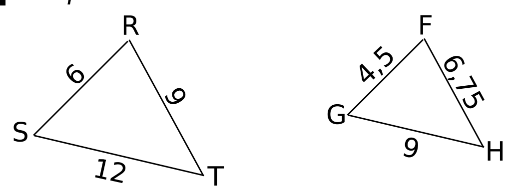
Q2. Cite la propriété relative aux angles et au parallélisme dans un agrandissement ou une réduction.

Q3. Quel lien existe-il entre les dimensions d'un schéma et les dimensions du schéma agrandi ou réduit ?

Les exercices d'application

1 *Proportionnalité et réduction*

a.



Complète le tableau à l'aide des dessins.

Triangle RST	RS		RT		TS	
Triangle FGH	FG		FH		GH	

b. Montre que c'est un tableau de proportionnalité.

....

....

....

c. Déduis-en que le triangle FGH est une réduction du triangle RST. Précise le rapport de réduction.

Comme les dimensions du triangle FGH sont

....

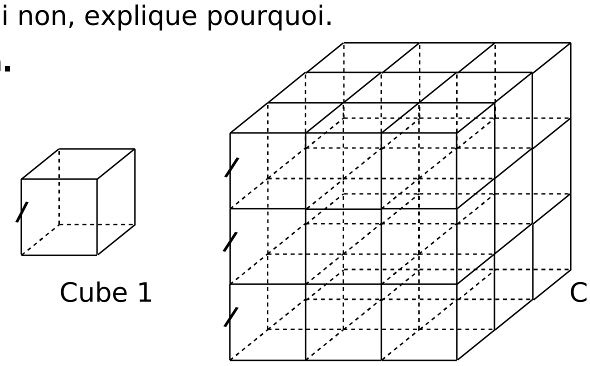
....

....

2 *Agrandissement ?*

Le dessin 2 est-il un agrandissement du dessin 1 ?
Si oui, précise le rapport d'agrandissement.
Si non, explique pourquoi.

a.

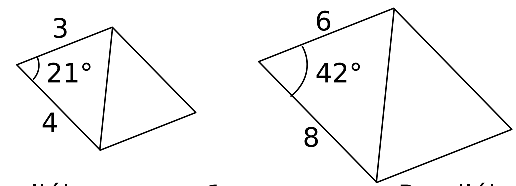


Cube 1 Cube 2

....

....

b.



Parallélogramme 1 Parallélogramme 2

....

....

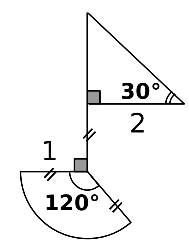
c.

Rectangle 1 Rectangle 2

....

....

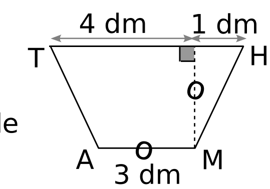
3 *Construction (1)*



Construis un agrandissement de rapport $\frac{3}{2}$ du dessin ci-contre.

L'unité utilisée est le centimètre.

4 *Construction (2)*

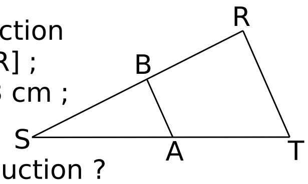


MATH est un trapèze de bases [TH] et [AM].

Construis-en une réduction de rapport $\frac{1}{10}$.

5 *Calcul de longueurs et réduction*

Le triangle SBA est une réduction du triangle SRT. On a B ∈ [SR] ; A ∈ [ST] ; ST = 4 cm ; SB = 3 cm ; AB = 2 cm et RT = 5 cm.



a. Quel est le rapport de réduction ?

....

b. Calcule les longueurs SA et SR.

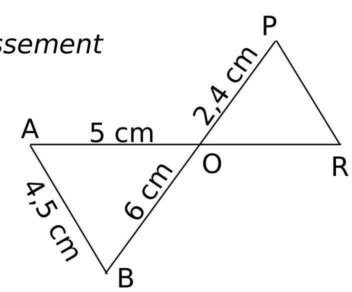
.... | ....
.... | ....
.... | ....

c. Montre que $\widehat{BAS} = \widehat{RTS}$.

....
....
....

6 *Papillon et agrandissement*

Sur le schéma ci-contre, les droites (AR) et (BP) sont sécantes en O. (AB) // (PR)



a. Calcule OR et PR.

....
....
....
....

<u>Calcul de OR</u> : .... | <u>Calcul de PR</u> : ....
.... | ....
.... | ....
.... | ....

b. Déduis-en que le triangle OAB est un agrandissement du triangle OPR. Précise le rapport d'agrandissement.

....
....
....

7 *Basket*

Un terrain de basket est représenté sur un schéma par un rectangle de 11 cm par 21 cm. Le rapport de réduction est 1/130. Retrouve les dimensions réelles du terrain en mètres.

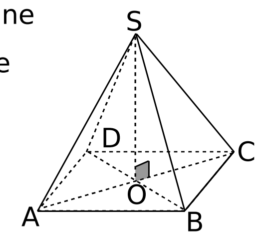
....
....
....

8 *Égypte*

La grande pyramide de Gizeh en Égypte est une pyramide régulière à base carrée. Sa hauteur actuelle est de 137 m et le côté de la base est de 230 m.

La pyramide SABCD est une réduction de rapport $\frac{1}{1\,000}$ de cette pyramide (voir schéma).

Quelles sont les dimensions en centimètres de SABCD ?

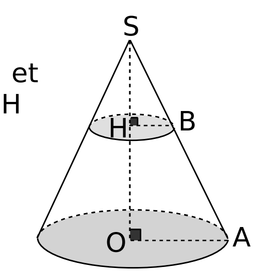


....
....
....
....
....

9 *Cône et réduction*

Le cône ($\mathscr{C}$') a pour sommet S et pour base le disque de centre H et de rayon [HB].

Le cône ($\mathscr{C}$) a pour sommet S et pour base le disque de centre O et de rayon [OA].



On a SH = 2 cm et SO = 6 cm.

Le cône ($\mathscr{C}$') est une réduction du cône ($\mathscr{C}$).

a. Calcule le rapport de réduction.

....

b. Déduis-en le rayon de la base du cône ($\mathscr{C}$) sachant que HB = 1,5 cm.

....
....

a. Calcule la longueur d'une génératrice du cône ($\mathscr{C}$).

Dans le triangle ....
....
....
....
....
....
....
....

b. Déduis-en la longueur d'une génératrice du cône ($\mathscr{C}$').

....
....

Le cours avec les aides animées

Q1. Énonce trois théorèmes (et leurs conditions) qui permettent de calculer une longueur.

Q2. Énonce quatre théorèmes (et leurs conditions) qui permettent de montrer que des droites sont parallèles.

Les exercices d'application

1 *Successivement*

a. Construis un triangle CHS tel que CH = 2,4 cm ; HS = 4,5 cm et SC = 3 cm.
Place sur [CH] le point A tel que CA = 3,2 cm et sur [CS] le point T tel que CT = 4 cm.

b. Montre que les droites (HS) et (AT) sont parallèles.

....
....
....
....
....
....

c. Calcule AT.

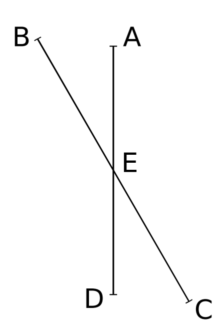
....
....
....
....
....
....

2 *Attention aux rapports*

L'unité est le centimètre.

On sait que EA = 7 ; EB = 13 ; EC = 10 et ED = 9,1.

Les droites (AD) et (BC) sont sécantes au point E.



a. Les droites (AB) et (CD) sont-elles parallèles ?

....
....
....
....
....
....

b. Les droites (AC) et (BD) sont-elles parallèles ?

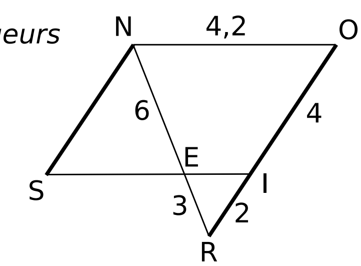
....
....
....
....
....
....

c. Quelle est la nature du quadrilatère ABDC ?

....
....

3 *Attention aux longueurs*

Sur la figure ci-contre, les droites (NS) et (RO) sont parallèles ; le point I appartient à [RO]. (RN) et (IS) sont sécantes en E.



a. Montre que les droites (IE) et (NO) sont parallèles.

....
....
....
....
....
....

b. Déduis-en la nature du quadrilatère NOIS.

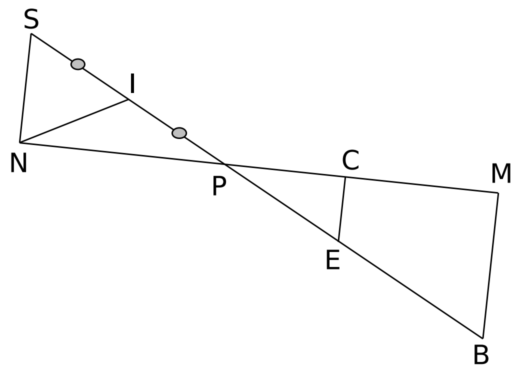
....
....

c. Calcule SE.

....
....
....
....
....
....

4 *Attention aux parallèles*

Sur la figure suivante,
- les droites (MB) et (NS) sont parallèles ;
- PM = 12 cm ; MB = 6,4 cm ; PB = 13,6 cm ; PN = 9 cm ; PE = 3,4 cm et PC = 3 cm ;
- les points S, I, P, E et B sont alignés ;
- les points N, P, C et M sont alignés ;
- I est le milieu de [SP].



a. Calcule NS.

....
....
....
....
....
....

b. Les droites (CE) et (MB) sont-elles parallèles ?

....
....
....
....
....
....

c. Démontre que le triangle PBM est rectangle.

....
....
....
....
....
....

d. Un autre triangle est rectangle. Lequel ? Justifie.

....
....
....
....
....

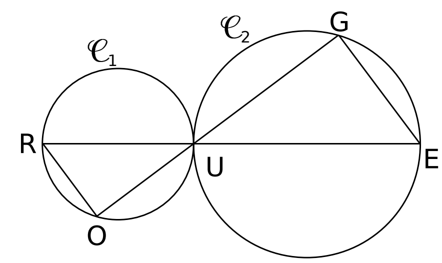
e. Calcule NI.

....
....
....
....

5 *Avec des cercles*

$\mathscr{C}_1$ et $\mathscr{C}_2$ ont pour diamètres respectifs [RU] et [UE].

RU = 2 cm ;
UE = 3 cm et
UG = 2,4 cm.



a. Quelle est la nature des triangles ROU et UGE ? Justifie tes réponses.

....
....
....
....
....
....
....

b. ROU est une réduction de UGE. Quel est le coefficient de réduction ?

....
....
....
....
....
....
....

c. Calcule GE.

....
....
....
....
....
....

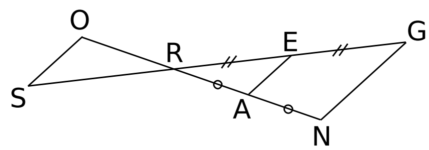
d. En utilisant les questions précédentes, donne les valeurs exactes de UO et de RO.

Calcul de UO : ....

Calcul de RO : ....

6 *Histoire de longueurs et de parallèles*

On sait que
GN = 5 cm ;
OS = 3,2 cm ;
RE = 5 cm ;
$\widehat{REA} = 36°$;
$\widehat{RSO} = 36°$;



les points O, R, A, N d'une part et les points S, R, E, G d'autre part sont alignés.

a. Montre que les droites (GN) et (EA) sont parallèles.

....
....
....
....
....
....

b. Montre que les droites (EA) et (OS) sont parallèles.

....
....
....
....
....
....

c. Montre que les droites (OS) et (GN) sont parallèles.

....
....
....
....
....

d. Calcule EA.

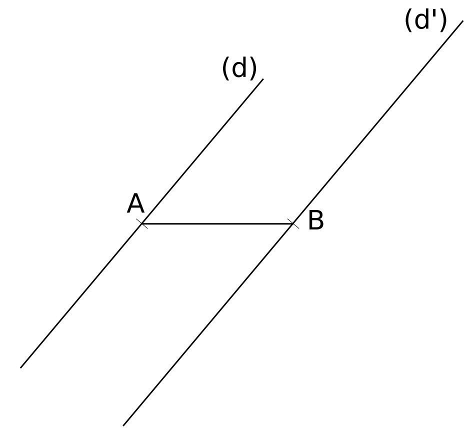
....
....
....
....
....

e. Calcule SR.

....
....
....
....
....

7 *Des points définis par un rapport*

a. Les droites (d) et (d') sont parallèles.
Sur la droite (d), place deux points M_1 et M_2 de part et d'autre de A tel que $AM_1 = AM_2 = 2$ cm.
Sur la droite (d') place un point N tel que BN = 3 cm.



b. Appelle M le point d'intersection des droites (AB) et (M_1N). Donne la valeur exacte de $\frac{MA}{MB}$.

....
....
....
....
....

c. Appelle M' le point d'intersection des droites (AB) et (M_2N). Donne la valeur exacte de $\frac{M'A}{M'B}$.

....
....
....
....
....

d. En utilisant la même méthode, construis tous les points M de la droite (AB) tels que $\frac{MA}{MB} = \frac{3}{4}$.