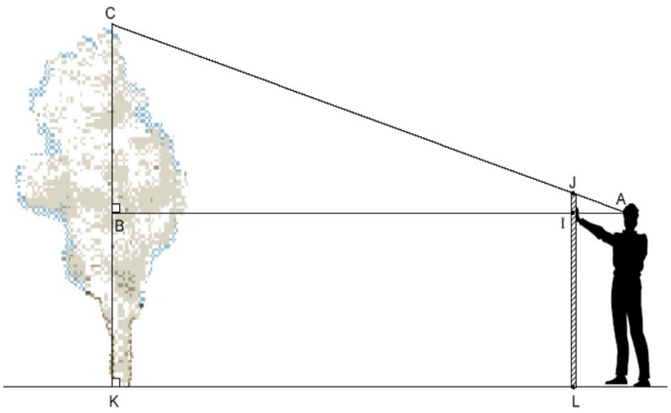
1 *D'après sujet d'examen*

En Islande, on peut observer des geysers. Ce sont des colonnes d'eau chaude qui jaillissent de la terre verticalement. On cherche à évaluer la hauteur de ces colonnes.

Pour cela, on utilise un bâton de 2 m de long que l'on tient verticalement, à bout de bras, comme l'indique la figure ci-dessous.



Par visée optique, l'extrémité du bâton coïncide avec le sommet du geyser.

Données :
JL = 2 m ; IL = 1,75 m ;
AI = 0,875 m ; BI = 7 m.

Calculer :

a. La longueur AB :

A,B et I alignés donc AB=AI+BI=0,875+7=7,875 m

b. La longueur IJ :

J, I et L alignés donc JL=IJ+IL donc IJ=2-1,75=0,25 m

c. L'angle $\widehat{BAC}$ arrondi au centième de degré :

dans AIJ est rectangle en I, tan $\widehat{BAC}=\frac{IJ}{AI}=\frac{0,25}{0,75}$

$\widehat{BAC}=18.43°$

d. La longueur BC arrondie au centimètre :

(CK) et(JL) sont parallèles donc dans le triangle ABC : $\frac{AI}{AB}=\frac{IJ}{BC}$ alors $\frac{0,875}{7,875}=\frac{0,25}{BC}$

d'où BC= $\frac{7,875\times0,25}{0,875}$ =2,25 m

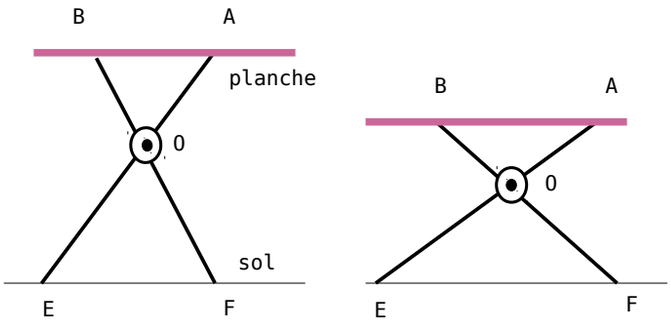
e. La hauteur CK du geyser arrondie au centimètre :

BK=IL et et C,B et K alignés
donc CK=2,25+1,75=4 m.
le geyser a une hauteur de 4 m.

2 *D'après sujet d'examen*

Une table à repasser est constituée d'une planche et de deux pieds articulés.

Elle est modélisée ci-dessous.



Données :
OA = 40 cm; OB = 37,5 cm;
OE = 64 cm et OF = 60 cm.

a. Calculer les rapports $\frac{OA}{OE}$ et $\frac{OB}{OF}$.

$\frac{OA}{OE}=\frac{40}{64}=0,625$ et $\frac{OB}{OF}=\frac{37,5}{60}=0,625$

b. Que constatez-vous ?

$\frac{OA}{OE}=\frac{OB}{OF}$

c. Préciser les positions relatives des droites (AB) et (EF).

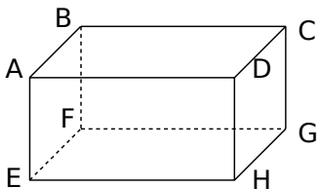
D'après la réciproque de Thalès, (AB) et (EF) sont parallèles.

d. Expliquer la raison pour laquelle la planche reste parallèle au sol quand la mesure de l'angle formé par les deux pieds varie.

Quand la mesure de l'angle formé par les deux pieds varie les longueurs OA, OB, OE et OF ne changent pas donc les droites (AB) et (EF) restent parallèles : la planche est parallèle au sol.

3 *Colis postal*

La taille d'un colis ayant la forme d'un pavé droit est autorisée à condition que la somme de la longueur, la largeur et de la hauteur ne dépasse pas 1,5 m.



a. Une boîte a pour longueur 60 cm, largeur 40 cm. Quelle peut être sa hauteur afin qu'elle puisse servir pour un colis ?

150 – 40 – 60 = 50 donc la hauteur doit être comprise entre 0 et 50 cm.

b. On veut savoir si une telle boîte permettrait d'envoyer une canne à pêche mesurant 80 cm. Qu'en pensez-vous ?

Elle ne passera pas en longueur, elle passera en diagonale.

c. Calculer FH^2.

Dans le triangle FHE rectangle en E, d'après le théorème de Pythagore, on a $FH^2 = FE^2 + EH^2$

$FH^2 = 60^2 + 40^2$ donc $FH^2 = 5200$

d. Calculer FD.

Dans le triangle FHD rectangle en H, d'après le théorème de Pythagore, on a $FD^2 = FH^2 + HD^2$

$FD^2 = 5200 + 50^2 = 7700$

donc $FH = \sqrt{7700}$. Ainsi $FH \approx 87,7$

e. Cela confirme-t-il votre première impression ?

Oui.

f. Quelles pourraient être les dimensions du colis pour envoyer une canne à pêche mesurant 1,40 m ?

Il faut que l'hypoténuse soit plus grand que 1,40 m et $140^2 = 19\,600$

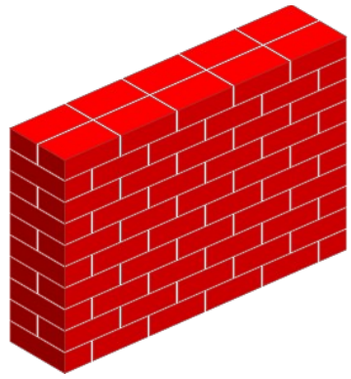
On constate que $FD^2 = FE^2 + EH^2 + FD^2$ pour faciliter les recherches.

Si on choisit 140, 5 et 5 comme dimension :

$FD^2 = 140^2 + 5^2 + 5^2 = 19650$ donc $FD \approx 140,2$.

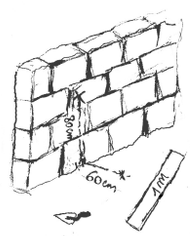
La somme ne dépasse pas 150 cm et la canne à pêche rentre dans le colis.

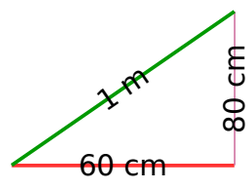
4 *Maçonnerie*



Pour savoir si son mur est bien vertical, un maçon utilise une règle de 1 m et fait une marque à 60 cm sur le sol et une autre à 80 cm du sol sur le mur. Le sol est horizontal.

a. Représenter la situation par un schéma.





b. En plaçant la règle, il vérifie la verticalité du mur. Expliquer pourquoi.

Vérifier la verticalité du mur revient à vérifier que le triangle dont les côtés mesurent 60 cm, 80 cm et 1 m soit bien rectangle. Le plus grand côté est celui mesurant 1 m ou 100 cm.

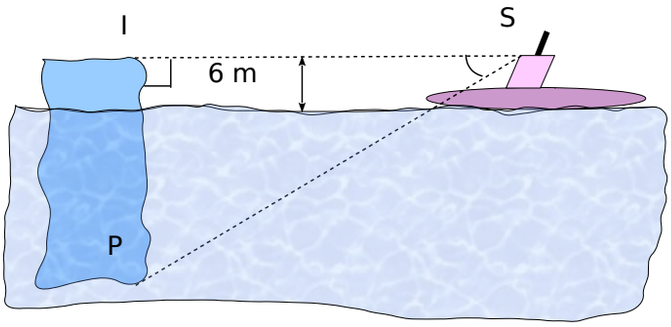
On calcule séparément :

$100^2 = 10\,000$

$80^2 + 60^2 = 6400 + 3600 = 10\,000$

$80^2 + 60^2 = 100^2$ donc, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle est rectangle et le mur vertical.

5 Un sous-marin (S), situé à 728 m d'un iceberg (I), veut plonger pour passer sous celui-ci.



a. La partie immergée de l'iceberg est 8 fois plus grande que sa partie émergée. Calculer la hauteur de la partie immergée de l'iceberg puis sa hauteur totale.

Pour 6 m au dessus de l'eau, il y a environ $6 \times 8 = 48$ m immergés. La hauteur totale de l'iceberg est donc $48 + 6 = 54$ m environ.

b. Calculer la longueur SP en justifiant.

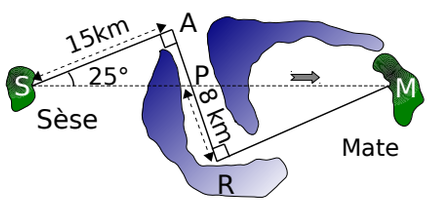
Le triangle ISP est rectangle en I. D'après le théorème de Pythagore, on a : $SP^2 = IP^2 + IS^2$; $SP^2 \approx 54^2 + 728^2 \approx 532\ 900$; $SP \approx \sqrt{532\ 900} \approx 730$ m

c. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{ISP}$ de plongée du sous-marin arrondie au degré.

Dans le triangle ISP rectangle en I : $\cos \widehat{ISP} = \frac{IS}{SP}$

$\cos \widehat{ISP} \approx \frac{728}{730}$ d'où $\widehat{ISP} \approx 4°$.

6 *À vol d'oiseau*



Alexandre voudrait aller de l'île de Sèse à celle de Mate avec son ULM qui a une autonomie maximale de 40 km. Jean-louis lui a prêté la carte ci-dessus.

a. Calculer la distance SP arrondie au mètre.

Le triangle SAP est rectangle en A donc : $\cos \widehat{ASP} = \frac{SA}{SP}$;

$\cos 25° = \frac{15}{SP}$

$SP = \frac{15}{\cos 25°}$; $SP \approx 16{,}551$ km.

b. Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{RPM}$? Justifier.

Dans le triangle SAP rectangle en A, $\widehat{SPA} = 90 - 25 = 65°$.

$\widehat{RPM}$ et $\widehat{SPA}$ sont opposés par le sommet et donc de même mesure : $\widehat{RPM} = 65°$.

c. Calculer la distance PM arrondie au mètre.

Le triangle RPM est rectangle en R donc : $\cos \widehat{RPM} = \frac{PR}{PM}$; $\cos 65° = \frac{8}{PM}$

$PM = \frac{8}{\cos 65°}$;

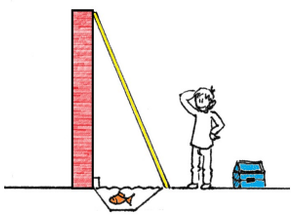
$PM \approx 18{,}930$ km.

d. Alexandre réussira-t-il sa traversée ?

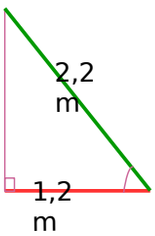
$SP + PM \approx 16{,}551 + 18{,}930 \approx 35{,}481$ km. C'est inférieur à 40 km donc il réussira sa traversée.

7 Pour effectuer une réparation sur un toit, Esteban doit poser son échelle contre un mur. Pour qu'elle soit suffisamment stable et pour éviter de glisser, cette dernière doit former un angle d'au moins 65° avec le sol.

L'échelle mesure 2,20 m. Gêné par un bassin à poissons rouges, Esteban n'a pu poser son échelle qu'à 1,20 m du mur.



a. Représenter la situation par un schéma.



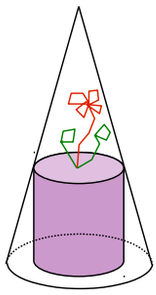
b. Cette échelle sera-t-elle suffisamment stable ? Justifier.

Soit α l'angle formé par le sol et l'échelle

On a : $\cos \alpha = \frac{1{,}2}{2{,}2}$ donc $\alpha = \cos^{-1}\left(\frac{1{,}2}{2{,}2}\right) \approx 57°$

Comme $57° < 65°$, alors l'échelle ne sera pas stable

8 Une cloche conique transparente sert à protéger une plante.



La hauteur de la cloche est 30 cm, le diamètre de sa base est 18 cm et celui du pot de fleur cylindrique est 12 cm.

a. Calculer le volume, en cm³, de la cloche. Donner la valeur arrondie à l'unité.

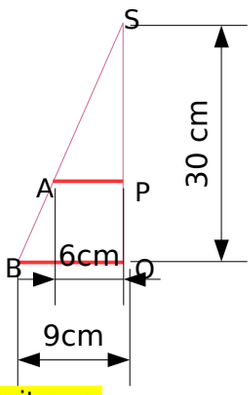
Aire de la base :

$\pi \times 9^2 = 81 \times \pi$ cm²

Volume du cône :

$\frac{81 \times 30\pi}{3} = 2\,545$ cm³

b. Observer le schéma ci-contre pour calculer la hauteur du pot de fleur. [SO] est la hauteur du cône et [BO] est un rayon de sa base. [AP] est un rayon du cylindre.



Coder la figure puis calculer les longueurs SP et PO.

Dans le triangle SOB , on sait que (AP) // (OB) donc d'après Thalès :

$\frac{SA}{SB} = \frac{SP}{SO} = \frac{AP}{OB}$ soit $\frac{SP}{30} = \frac{6}{9}$ d'où $SP = \frac{30 \times 6}{9} = 20$ cm et PO=30-20=10 cm

c. Calculer le volume du pot de fleur. Donner la valeur arrondie à l'unité.

Aire de la base :

$\pi \times 6^2 = 36 \times \pi$ cm²

Volume du cylindre :

$36 \times \pi \times 10 = 1\,131$ cm³

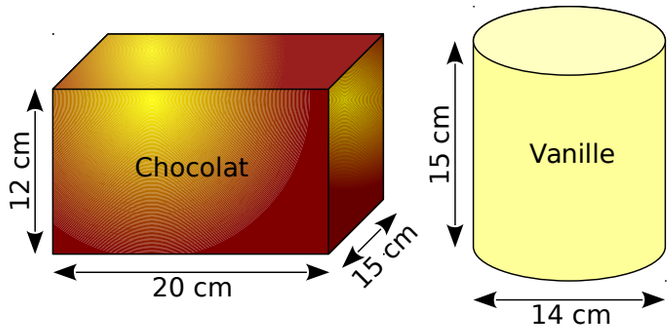
d. Calculer le volume d'air sous la cloche dont dispose la plante. Donner la valeur arrondie à l'unité.

Volume d'air = Volume cloche – volume pot

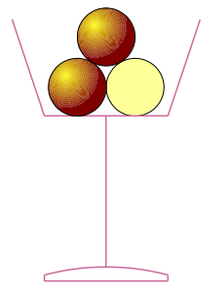
V = 2 545 - 1 131= 1 414 cm³

9 *Extrait de brevet*

Un restaurant propose en dessert des coupes de glace composées de trois boules supposées parfaitement sphériques, de diamètre 4,2 cm.



Le pot de glace au chocolat ayant la forme d'un parallélépipède rectangle est plein, ainsi que le pot de glace cylindrique à la vanille.
Le restaurateur veut constituer des coupes avec deux boules au chocolat et une boule à la vanille.



a. Montrer que le volume d'un pot de glace au chocolat est 3 600 cm³.

V = L × l × h = 12 × 20 × 15 = 3 600 cm³

b. Calculer la valeur arrondie au cm³ du volume d'un pot de glace à la vanille.

$V = \pi \times R^2 \times h = \pi \times 7^2 \times 15 = 2309$ cm³

c. Calculer la valeur arrondie au cm³ du volume d'une boule de glace contenue dans la coupe.

$V_{boule} = \frac{4}{3} \times \pi \times r^3 = \frac{4}{3} \times \pi \times 2{,}1^3 = 39$ cm³

d. Sachant que le restaurateur doit faire 100 coupes de glace, combien doit-il acheter de pots au chocolat et de pots à la vanille ?

Pour 100 coupes de » glaces, il faut 3 900 cm³ de vanille et 7 800 cm³ de chocolat.

$\frac{3900}{2309} = 1{,}7$

$\frac{7800}{3600} = 2{,}2$

Il doit acheter 2 pots de vanille et 3 de chocolats.