

Modéliser une situation

1 On considère le programme de calcul :

- Choisis un nombre ;
- Multiplie le nombre choisi par lui même ;
- Soustrais le triple du nombre choisi au produit obtenu.

a. En notant x le nombre choisi au départ, détermine la fonction f qui, à x , fait correspondre le résultat obtenu avec ce programme.

b. Applique ce programme de calcul avec le nombre -2 . Traduis ce calcul par une phrase contenant le mot « image » puis par une égalité.

2 Soit la fonction h telle que

$$h : x \mapsto 4x - 7.$$

a. Écris un programme de calcul traduisant le calcul de l'image de x par la fonction h .

b. Donne une autre écriture de la fonction h .

3 Traduis chaque égalité par une phrase contenant le mot « image ».

a. $f(3) = 4$ **c.** $h(x) = 3x^2 - 4$

b. $g(0) = -2$ **d.** $p(x) = -x$

4 Traduis chaque phrase par une égalité.

a. Par la fonction g , $-5,3$ est l'image de 6 .

b. $2,5$ a pour image $4,2$ par la fonction f .

c. L'image de 3 par la fonction h est 7 .

d. Par la fonction p , -4 a pour image $-6,5$.

e. L'image de 5 par la fonction m est nulle.

5 Traduis chaque phrase par une égalité puis par une correspondance de la forme $x \mapsto \dots$.

a. x a pour image $4x - 5$ par la fonction f .

b. L'image de x par la fonction g est $x(x + 1)$.

c. Par la fonction h , $-3x$ est l'image de x .

d. Par la fonction r , x a pour image $2x - 5x^2$.

e. La fonction k associe, à tout nombre x , le nombre $3(x - 2)$.

6 Traduis chaque notation par une phrase contenant le mot « image » et par une égalité.

a. $f : 7 \mapsto -17$ **c.** $h : x \mapsto -4x^2$

b. $g : -5 \mapsto 3,2$ **d.** $v : x \mapsto -3$

7 On considère la fonction h définie par : $h : x \mapsto 5x^2 - 4x + 3$.

Calcule l'image de chacun des nombres suivants.

a. 2 **b.** -3 **c.** **d.** 0 **e.** $1,4$

8 On considère la fonction f définie par :

$$f(x) = 2\sqrt{x} + 1.$$

Calcule, lorsque cela est possible, l'image de chacun des nombres suivants.

Lorsque ce n'est pas possible, explique pourquoi.

a. 0 **c.** -9 **e.** $0,25$

b. 4 **d.** 3

9 Parmi les fonctions f , g , h et m définies ci-dessous, indique celles qui sont linéaires.

a. $f(x) = 2x$

c. $g(x) = x^2$

b. $h(x) = 3x - 4$

d. $m(x) = (5 - 2x) - 5$

10 Parmi les fonctions n , p , k et d définies ci-dessous, indique celles qui sont affines.

a. $n(x) = 5x$

c. $p(x) = \frac{1}{x}$

b. $k(x) = 2x + 7$

d. $d(x) = (4x - 7) - 4x$

11 Parmi les fonctions t , u , w et z définies ci-dessous, indique celles qui sont affines (en précisant celles qui sont linéaires) et celles qui ne sont ni linéaires ni affines.

a. $t(x) = -x$

c. $w(x) = (x + 9)^2 - x^2$

b. $u(x) = \frac{1}{2x + 3}$

d. $z(x) = (3x - 1)^2 - 3x^2$

12 Un rectangle a pour longueur 7 cm et pour largeur x cm.

a. Exprime le périmètre $p(x)$, en cm, et l'aire $a(x)$, en cm^2 , de ce rectangle en fonction de x .

b. Les fonctions p et a sont-elles linéaires ? Sont-elles affines ?

13 Le côté d'un carré mesure x cm.

a. Exprime le périmètre $p(x)$, en cm, et l'aire $a(x)$, en cm^2 , de ce carré en fonction de x .

b. Les fonctions p et a sont-elles linéaires ? Sont-elles affines ?

- 14** La fonction f est définie par $f(x) = 8x$.
- Détermine $f(2)$; $f(-3)$ et $f(0)$.
 - Quelle est l'image de -5 par la fonction f ?
Et celle de $\frac{1}{8}$?
 - Détermine les antécédents, par la fonction f , des nombres -16 ; 0 et 28 .

- 15** La fonction g est définie par $g(x) = 5x + 1$.
- Quelle est l'image de 5 par la fonction g ?
 - Détermine $g(0)$; $g(-2,1)$ et $g(7)$.
 - Détermine les antécédents, par la fonction g , des nombres 21 ; -14 et 0 .

- 16** La fonction h est définie par $h : x \mapsto -6x$.
- Détermine les images, par la fonction h , des nombres 0 ; -5 et $\frac{1}{3}$.
 - Calcule $h(-1)$ et $h(3,5)$.
 - Détermine les antécédents, par la fonction h , des nombres 24 ; -42 et $-\frac{3}{4}$.

- 17** k est définie par $k : x \mapsto 2x - 5$.
- Détermine l'image, par la fonction k , de $\frac{1}{3}$.
 - Calcule $k(-4)$.
 - Résous l'équation $k(x) = \frac{5}{3}$. Que peux-tu dire de la solution de cette équation ?

- 18** La fonction g est une fonction linéaire telle que $g(3) = 4$.
En utilisant les propriétés d'une telle fonction, calcule les images des nombres $1,5$; 6 et $7,5$.

- 19** La fonction f est une fonction linéaire telle que $f(4) = 5$. Détermine la fonction f .

- 20** La fonction m est une fonction linéaire telle que $m(0) = 0$.
Peux-tu déterminer la fonction m ?

- 21** La fonction h est une fonction linéaire telle que $h\left(\frac{6}{7}\right) = \frac{3}{14}$.
Détermine la fonction h .

- 22** La fonction h est une fonction affine telle que $h(2) = -1$ et $h(-1) = 5$.
Détermine l'image de 7 et l'antécédent du nombre -7 , par la fonction h .

Tableaux de valeurs

- 23** Réalise le tableau de valeurs de la fonction g telle que $g(x) = -3x^2 + 4$ pour les valeurs entières de x comprises entre -6 et 6 .

- 24** Voici un tableau de valeurs correspondant à une fonction f .

| | | | | | | | | | |
|--------|----|----|----|----|----|---|---|---|----|
| x | -4 | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| $f(x)$ | 5 | 2 | 1 | -3 | -4 | 5 | 3 | 4 | -4 |

- Quelle est l'image de 3 par la fonction f ?
- Quel nombre a pour image -3 par la fonction f ?
- Quels sont les nombres qui ont la même image par la fonction f ?

- 25** Voici un tableau de valeurs correspondant à une fonction g .

| | | | | | | | |
|--------|------|------|---|------|-----|-----|-----|
| x | -0,5 | -0,1 | 0 | 0,7 | 0,9 | 1,1 | 1,3 |
| $g(x)$ | 5 | 2 | 1 | -0,1 | -4 | 5 | 3,4 |

Recopie et complète les égalités suivantes.

- $g(-0,1) = \dots$
- $g(\dots) = 1$
- $g(0,9) = \dots$
- $g(\dots) = -4$
- $g(0,7) = \dots$
- $g(\dots) = 5$

- 26** Réalise un tableau de valeurs d'une fonction f vérifiant :

- $f(0) = -1,5$
- $f(4) = -\frac{1}{6}$
- $f(1) = -1$
- $f(-0,5) = \frac{4}{3}$
- L'image de -1 par la fonction f est -1 .
- -2 a pour image $-0,5$ par la fonction f .

27 On considère la fonction p définie par :
 $p : x \mapsto 5x^2 - 4x + 3$.

Calcule l'image par la fonction p de chacun des nombres suivants.

- a. 2 c. $\frac{2}{3}$ d. 0
 b. -3 e. 1,4

28 On considère la fonction h définie par :
 $h(x) = -5x^2 + 1$. Calcule.

- a. $h(-2)$ b. $h(2)$ c. $h(10^2)$ d. $h\left(\frac{3}{5}\right)$

29 Soit la fonction g définie par $g(x) = \frac{2}{x}$.

- a. Quel nombre n'a pas d'image par g ?
 b. Recopie et complète le tableau suivant.

| | | | | |
|--------|---|---|-----|----|
| x | 4 | 3 | | |
| $g(x)$ | | | 0,2 | -1 |

- c. Traduis chaque colonne par deux phrases utilisant les mots « image » ou « antécédent ».

30 Réalise un tableau de valeurs d'une fonction w vérifiant :

- a. $w(0) = 0$ b. $w(-0,5) = 0,75$
 c. Un antécédent de 0 par la fonction w est 1.
 d. -2 a pour antécédent 6 par la fonction w .

31 Soit un tableau de valeurs d'une fonction f .

| | | | | | |
|--------|----|----|----|----|----|
| x | -4 | -2 | -1 | 1 | 4 |
| $f(x)$ | 1 | 2 | 4 | -4 | -1 |

Dans chaque cas, indique, d'après le tableau, l'antécédent du nombre donné par la fonction f .

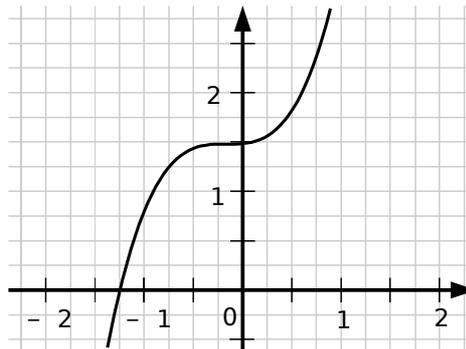
- a. 4 b. 2 c. -4 d. -1

32 La fonction k est définie par $k(x) = 4x^2 - 3$.

- a. Quelle est l'image de -0,5 par k ?
 b. Quel nombre a pour antécédent 1 par k ?
 c. Quel est l'antécédent de -3 par k ?
 d. Quels nombres ont pour image -2 par k ?
 e. Pour quelles valeurs de x a-t-on $k(x) = 0$?
 Interprète la (ou les) solution(s) de cette équation pour la fonction k .

Représentation graphique

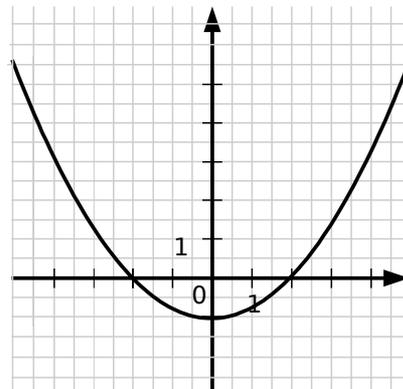
33 Ce graphique représente une fonction k .



Recopie et complète le tableau suivant.

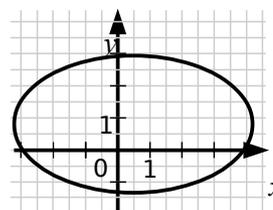
| | | | | |
|--------|-------|-----|----|------|
| x | -1,25 | | -1 | |
| $k(x)$ | | 1,5 | | 1,25 |

34 Ce graphique représente une fonction h .



- a. Quelle est l'image de 0 par la fonction h ?
 b. Quels nombres ont pour image 0 par la fonction h ?
 c. Donne une valeur approchée de :
 • l'image de 4 par la fonction h ;
 • l'image de -3 par la fonction h .

35 Est-ce qu'il s'agit de la représentation graphique d'une fonction ?



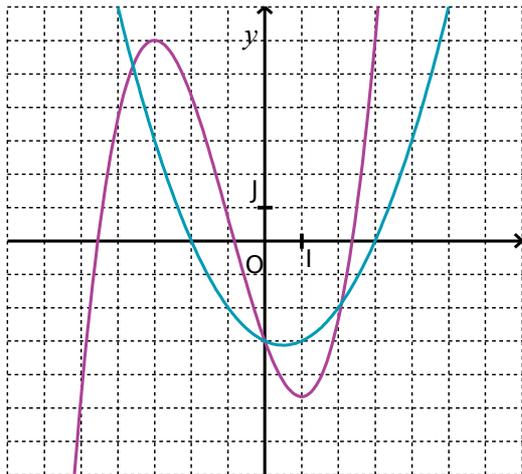
42 Représente les fonctions définies ci-dessous dans un même repère orthogonal avec des couleurs différentes.

- $d : x \mapsto -2x + 1$
- $u : x \mapsto 3x - 4$
- $h : x \mapsto -x + 3$
- $t : x \mapsto 2$
- $k : x \mapsto 2,5x$
- $m : x \mapsto -2x - 3$

Que peux-tu dire des représentations graphiques des fonctions d et m ?
À ton avis, pourquoi ?

43 Un graphique et deux fonctions

Dans le repère (O, I, J) ci-dessous sont représentées deux fonctions f (en violet) et g (en bleu).



a. Recopie et complète le tableau ci-dessous en lisant le graphique. Donne toutes les réponses possibles.

| | | | | | | |
|--------|----|----|---|----|----|---|
| x | -3 | -1 | 0 | | | |
| $f(x)$ | | | | -5 | -3 | 6 |

b. Recopie et complète le tableau ci-dessous en lisant le graphique. Donne toutes les réponses possibles.

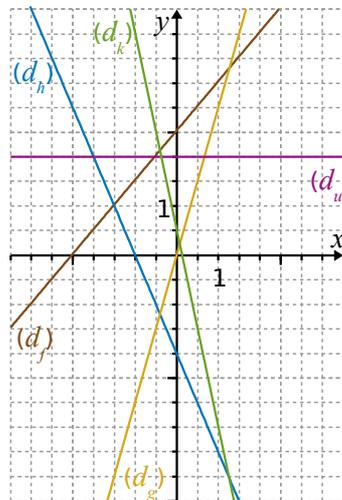
| | | | | | | |
|--------|----|---|---|----|----|---|
| x | -2 | 0 | 3 | | | |
| $g(x)$ | | | | -6 | -2 | 3 |

c. Quelle est l'image maximale par la fonction f pour un nombre compris entre -5 et 0 ?

d. Détermine une valeur approchée du nombre, compris entre -4 et 5 , qui a la plus petite image par la fonction g .

e. Détermine graphiquement les valeurs de x entre -4 et 3 qui ont la même image par les fonctions f et g .

44 Sur le graphique ci-dessous, des fonctions f, g, h, k et u ont été représentées. Détermine chacune des cinq fonctions.



45 Avec le graphique ci-dessous :

a. Identifie les droites (d_f) , (d_g) et (d_h) qui représentent les fonctions f, g et h définies par :

$$f(x) = 3x + 6 ;$$

$$g(x) = 0,5x - 1 ;$$

$$h(x) = -x + 2.$$

b. Détermine les coordonnées du point d'intersection des droites (d_g) et (d_h) par le calcul.

c. Détermine celles du point d'intersection des droites (d_f) et (d_h) également par le calcul.

d. Dédus-en, sans aucun calcul, les solutions de l'équation et de l'inéquation ci-dessous.

$$-x + 2 = 3x + 6 \quad 0,5x - 1 < -x + 2$$

Justifie ta réponse.

