

En lien avec d'autres disciplines

1 En géographie

Actuellement, 1,5 milliard d'êtres humains n'ont pas accès à l'eau potable et 2,6 milliards n'ont pas droit à un réseau d'assainissement des eaux usées (toilettes, égouts, ...).

Si l'on considère que la planète compte 6,6 milliards d'individus, donne :

- La proportion d'êtres humains qui n'ont pas accès à l'eau potable ;
- La proportion d'êtres humains qui ne disposent pas d'un réseau d'assainissement. (Tu écriras chaque proportion à l'aide d'une fraction la plus simple possible.)

2 En éducation civique

Lors d'une élection avec 5 autres candidats, Michel a obtenu 35 % des voix, tandis qu'Irina a obtenu 70 voix. Peut-on savoir lequel des deux a obtenu le meilleur score ?

3 En éducation civique

Lors d'une élection, les deux candidats ont obtenu respectivement : 40 % des voix exprimées pour Aziz et 20 voix pour Bertrand. Peut-on savoir lequel des deux a obtenu le meilleur score ?

4 En éducation civique

Dans les parkings, la loi exige que, sur 50 places, au moins une soit réservée aux personnes handicapées.

Un parking de 600 places contient 10 places pour handicapés.

- Traduis cet énoncé à l'aide de deux fractions puis compare-les.
- Le gérant du parking respecte-t-il la loi ?

5 En chimie

On vide le tiers d'un litre de sirop de menthe et on remplace ce tiers par de l'eau. On vide ensuite les trois quarts de ce mélange.

Quelle quantité de pur sirop de menthe reste-t-il dans la bouteille ?

Exprime celle-ci en fraction de litre.

6 En économie

Un primeur a vendu les $\frac{2}{3}$ de ses salades le matin et les $\frac{7}{8}$ du reste l'après-midi.

- Quelle fraction de ses salades lui reste-t-il à midi ?
- Quelle fraction de ses salades le primeur a-t-il vendue l'après-midi ?

7 En français

Voici un extrait de MARIUS, une œuvre de Marcel Pagnol (Acte II) :

César : « ...Eh bien, pour la dixième fois, je vais t'expliquer, le picon-citron-curaçao. Approche-toi ! Tu mets d'abord un tiers de curaçao. Fais attention : un tout petit tiers. Bon. Maintenant, un tiers de citron. Un peu plus gros. Bon. Ensuite, un bon tiers de Picon. Regarde la couleur. Regarde comme c'est joli. Et à la fin un grand tiers d'eau. Voilà.

Marius : - Et ça fait quatre tiers.

César : - Exactement. J'espère que cette fois, tu as compris.

Marius : - Dans un verre, il n'y a que trois tiers.

César : - Mais imbécile, ça dépend de la grosseur des tiers !...

Marius : - Eh non, ça ne dépend pas. Même dans un arrosoir, on ne peut mettre que trois tiers.

César (trionphal) : - Alors, explique-moi comment j'en ai mis quatre dans ce verre. »

- Que penses-tu de cette scène ? Comment expliques-tu la réaction de Marius ?
- Pourquoi est-il indiqué « César (trionphal) » à la fin du texte ?

8 En électricité

a. Effectue le calcul et donne le résultat sous forme d'une fraction irréductible :

$$A = \frac{1}{9} + \frac{1}{12}.$$

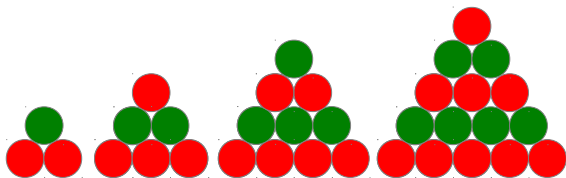
b. En électricité, pour calculer des valeurs de résistances, on utilise la formule :

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}.$$

Sachant que $R_1 = 9$ ohms et que $R_2 = 12$ ohms, déterminer la valeur exacte de R.

Problèmes

9 On considère ces pyramides.



a. Exprime la proportion de boules vertes dans chaque pyramide puis simplifie chaque fraction.

b. Construis les quatre pyramides qui prolongent cette série puis reprends la question **a.** pour chacune d'elles.

c. Dans quels cas les proportions de boules vertes sont-elles égales ?

10 Encadrement

a. On considère le nombre $\frac{56}{21}$. Effectue la division euclidienne de 56 par 21 et déduis-en un encadrement du nombre par deux nombres entiers consécutifs.

b. Encadre $\frac{-89}{15}$ puis $\frac{47}{59}$ par deux nombres entiers consécutifs.

c. Encadre respectivement $\frac{-47}{25}$ et $\frac{13}{-4}$ par deux nombres entiers consécutifs et déduis-en la comparaison de ces deux nombres.

Peux-tu appliquer la même méthode pour comparer $\frac{25}{3}$ et $\frac{90}{11}$?

11 Multiple commun

a. Quels sont les dix premiers multiples de 12 ? Ceux de 18 ? Déduis-en le plus petit multiple non nul commun à 12 et 18, puis un dénominateur commun positif pour les fractions $\frac{-7}{12}$ et $\frac{-11}{18}$.

Compare alors ces deux nombres.

b. La méthode précédente permet-elle de trouver rapidement un dénominateur commun aux nombres : $\frac{8}{11}$ et $\frac{10}{13}$?

Comment en trouver un alors rapidement ? Compare ces deux nombres.

12 Calcule et donne le résultat sous la forme d'une fraction la plus simple possible.

$$A = 5 \times \frac{2}{3} - \frac{1}{3}$$

$$B = \frac{7}{4} - \frac{3}{4} \times \frac{3}{2}$$

$$C = \left(\frac{5}{6} + \frac{7}{12} \right) \times \frac{3}{5}$$

$$D = \frac{3}{4} \times \frac{2}{9} + \frac{28}{15} \times \frac{25}{14}$$

13 Effectue les calculs en respectant les priorités opératoires.

$$A = \frac{1}{5} \times \frac{-4}{3} + \frac{7}{2} \quad B = \left(\frac{3}{2} + \frac{3}{5} \right) \left(\frac{5}{4} - \frac{4}{3} \right)$$

$$C = \frac{13}{7} + \left(-\frac{8}{7} \right) \times \left(-\frac{5}{4} \right) \quad D = \frac{7}{3} + \frac{3}{2} \times \frac{-10}{21}$$

14 Parenthèses et fractions

a. Calcule de deux manières différentes les expressions.

$$A = -2 \left(\frac{3}{4} + \frac{2}{5} \right) + \frac{3}{2}$$

$$B = 4 \left(\frac{3}{4} - \frac{-1}{2} \right) - \left(\frac{1}{2} + \frac{5}{-6} \right)$$

b. Donne l'arrondi au centième puis la troncature au centième de chaque résultat.

15 Extrait du Brevet

a. Soit $A = \frac{8}{3} - \frac{5}{3} \div \frac{20}{21}$. Calcule A en détaillant les étapes du calcul et écris le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

b. Effectue le calcul suivant. Le résultat sera donné sous la forme d'un entier.

$$B = \left(2 + \frac{2}{3} \right) \div \left(\frac{4}{5} - \frac{2}{3} \right).$$

Je résous des problèmes

16 Après avoir fait un footing, j'ai bu tout le contenu d'une petite bouteille d'eau d'un demi litre. J'ai ensuite bu le quart du contenu d'une bouteille de $\frac{3}{4}$ L. Quelle quantité d'eau ai-je bue en tout ?

17 Lilou et Paolo doivent répondre au problème suivant : « Manu voudrait une tablette pour son anniversaire. Le modèle qu'il souhaite acquérir coûte 255€. Papi Jean lui donne un cinquième du prix. Ses parents lui donnent les trois quarts du reste. Combien manque-t-il encore à Manu ? »

Voici le brouillon de Lilou :

$$\frac{1}{5} \times 255 = 51 \qquad 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$$

$$\frac{4}{5} - \frac{3}{4} = \dots$$

- a. Explique à quoi correspondent les deux premiers calculs.
- b. Pourquoi Lilou n'a-t-elle pas fini le dernier calcul ?

Voici le brouillon de Paolo :



- c. Légende son schéma.
- d. Rédige la réponse à ce problème.

18 Un fleuriste a vendu les $\frac{3}{5}$ de ses bouquets le matin et les $\frac{3}{10}$ du reste l'après-midi.

- a. Quelle fraction des bouquets lui reste-t-il en fin de journée ?
- b. Sachant qu'il lui reste 7 bouquets en fin de journée, quel était le nombre initial de bouquets ?

19 Trois frères veulent acheter un jeu vidéo. Le premier possède les $\frac{3}{5}$ du prix de ce jeu vidéo, le deuxième en possède les $\frac{4}{15}$ et le troisième $\frac{1}{3}$. Ils souhaitent l'acheter ensemble.

- a. Ont-ils assez d'argent pour acheter ensemble ce jeu vidéo ?
- b. Peuvent-ils acheter un second jeu vidéo de même prix ?

20 Quatre amis font un voyage en trois jours. Le premier jour, ils parcourent 40 % du trajet total ; le deuxième jour, un quart et le dernier jour, $\frac{7}{20}$ du trajet total.

Quel jour ont-ils parcouru la plus grande distance ?
Peux-tu calculer la distance parcourue chaque jour ?

21 Héritage

Après de longues négociations, il a été convenu que Léa héritera de deux quinzièmes de la fortune de son oncle du bout du monde ; Florian, d'un neuvième de cette fortune ; Jean et Justine se partageront équitablement le reste.

Quelles seront les parts respectives de Jean et Justine ?

22 ABC est un triangle isocèle en A tel que $AB = \frac{5}{7} BC$. Quelle fraction de BC son périmètre représente-t-il ?

23 Un champ rectangulaire a les dimensions suivantes : un demi hectomètre et cinq tiers d'hectomètre. Quelle est son aire ? (Attention à l'unité !)

La longueur et la largeur d'un rectangle ont été multipliées respectivement par $\frac{7}{5}$ et $\frac{2}{3}$.

- a. Par quel nombre l'aire du rectangle initial a-t-elle été multipliée (tu donneras le résultat sous la forme d'une fraction) ?
- b. Par quelle fraction le périmètre du rectangle initial a-t-il été multiplié, sachant que sa longueur mesure 7 cm et sa largeur mesure 4 cm ?

24 Voici un programme de calcul :

Choisis un nombre.

Multiplie-le par $\frac{3}{4}$.

Ajoute $\frac{5}{8}$ au résultat obtenu.

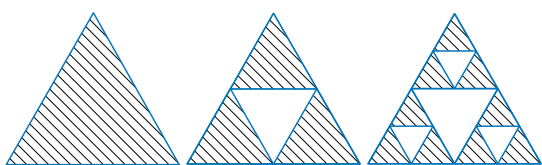
Quel nombre obtient-on en prenant :

- a. 5 comme nombre de départ ?
- b. $\frac{7}{8}$ comme nombre de départ ?

25 Triangle de Sierpinski

Étapes de construction :

- **Étape 1** : On construit un triangle équilatéral qu'on prend pour unité d'aire.
- **Étape 2** : On trace les trois segments joignant les milieux des côtés du triangle et on enlève le petit triangle central. Il reste trois petits triangles qui se touchent par leurs sommets dont les longueurs des côtés sont la moitié de celles du triangle de départ.
- **Étape 3** : On répète la deuxième étape avec chacun des petits triangles obtenus.
- **Étapes suivantes** : On répète le processus.



- Construis les triangles obtenus aux étapes 3 et 4 (on prendra 8 cm de côté pour le triangle équilatéral de départ).
- Détermine quelle fraction d'aire représente la partie hachurée, obtenue aux étapes 1, 2 et 3 ?
- Même question pour l'étape 4, de deux façons différentes : en regardant le schéma puis en faisant un calcul.

d. Sans construire le triangle, indique quelle fraction d'aire la partie hachurée représente à l'étape 5.

e. Et pour l'étape 8 ?

26 Fléchettes harmoniques

Une cible est constituée de deux zones : l'une est gagnante (G) et l'autre perdante (P). Une partie est constituée de trois jets consécutifs de fléchettes. En début de partie, un joueur possède 24 points puis, après chaque jet, il multiplie ces points par :

	1 ^{er} jet	2 ^e jet	3 ^e jet
Gagnante (G)	× 2	× 3	× 4
Perdante (P)	× 1/2	× 1/3	× 1/4

Paul et Mattéo ont effectué trois jets chacun : G, P, P pour Paul et P, G, G pour Mattéo.

- Calcule le score de chacun.
- Quel score maximal peut-on atteindre à ce jeu ?
- Quel score minimal peut-on atteindre à ce jeu ?

En utilisant le numérique

27 Avec un tableur

On souhaite déterminer les dix premières décimales du quotient $\frac{9}{14}$ sans poser de division.

- Compare ce quotient à 1. Justifie.
- Quelle est la définition de $\frac{9}{14}$?
- Dans une feuille de calcul, écris dans une première colonne les nombres de 0 à 1 avec un pas de 0,1 et dans une deuxième leur produit par 14.
- Déduis-en un encadrement de ce quotient au dixième.
- Modifie les nombres de la première colonne pour déterminer un encadrement de ce quotient au centième.
- Continue jusqu'à ce que tu obtiennes les dix premières décimales de ce quotient.

28 Avec le tableur

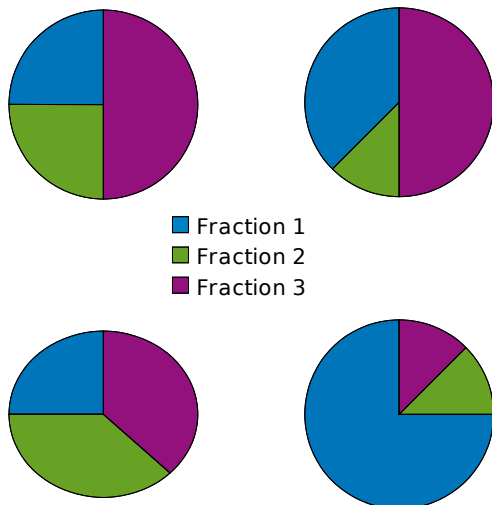
a. Dans un tableur, reproduis la feuille de tableur ci-dessous.

	A	B	C	D
1	Fraction 1	Fraction 2	Fraction 3	Total
2	1/3	1/3	1/3	

- Avant de les remplir, sélectionne les cellules A2, B2 et C2, puis effectue un clic droit. Dans « *Formater les cellules* », choisis « *Nombres* » puis « *Fraction* ».
- Dans la cellule D2, programme une formule permettant de calculer la somme des nombres en A2, B2 et C2.
- Sélectionne l'ensemble des cellules A1, B1, C1, A2, B2, C2. Dans *Insertion*, choisis *Diagramme* puis *Secteur*.

Je résous des problèmes

e. Écris de nouvelles fractions dans les cellules A2, B2 et C2 de sorte que leur somme soit égale à 1 et qu'elles correspondent aux diagrammes ci-dessous.



29 Fractions en tableur

Calcule puis donne le résultat sous forme d'une fraction la plus simple possible :

$$A = \frac{-3}{7} \times \frac{5}{2} ; \quad B = \frac{2}{3} \times \frac{9}{2}$$

$$C = \frac{2}{3} + \frac{3}{4} ; \quad D = \frac{5}{6} + \frac{3}{8}$$

Tu vas créer un modèle de fichier tableur permettant de trouver le produit de deux fractions :

	A	B	C	D	E
1	-3	*	5	=	
2	7		2		

a. Recopie les cellules ci-dessus ;
Dans la cellule E1, tapez « =A1*C1 » ;
Dans la cellule E2, tapez « =A2*C2 » ;

b. Utilise cette feuille de calcul pour vérifier le résultat du calcul B (question a.).
Que remarques-tu ?

c. Sur le même fichier, construis maintenant un outil permettant de calculer la somme de deux fractions.

4	2	+	3	=	
5	3		4		

d. Recopie les cellules ci-dessus ;

e. Que faut-il taper comme formules dans les cellules E4 et E5 ?

f. Utilise cette feuille de calcul pour vérifier le résultat du calcul D (question a.).
Que remarques-tu ?

g. Procède de la même façon pour construire sur le même fichier quatre outils permettant :

- de calculer le produit de trois fractions ;
- de calculer la différence de deux fractions ;
- de calculer la somme de trois fractions ;
- de calculer le quotient de deux fractions.

h. Construis un nouvel outil permettant de calculer la somme de deux fractions en faisant apparaître les étapes intermédiaires.

i. Refais tous les calculs avec le fichier tableur qui se trouve en complément.
Quelle est la nouveauté apportée par ce fichier par rapport au tien ?

j. Dans quels cas, les deux fichiers donnent-ils des résultats identiques ?

30 Écrire un programme qui lit deux

fractions : $\frac{a}{b}$ et $\frac{c}{d}$ (4 nombres non nuls) et

répond « égales » si ces fractions sont égales et « différentes » sinon, sans utiliser la division.

31 Écrire un programme qui illustre par un dessin, la réduction au même dénominateur de deux fractions : a/b et c/d inférieures à 1.

Exemple : Avec $2/3$ et $1/4$ On trace deux rectangles identiques. Et à chaque frappe d'une touche de clavier :

- l'un est coupé horizontalement en 3 parties égales, l'autre verticalement en 4.
- On colorie 2 parts dans le premier, 1 part dans le second.
- On redécoupe les deux rectangles dans l'autre sens, ce qui fait $3*4 = 12$ cases par rectangle.
- On compte les cases coloriées.