# Cours et méthodes

Lorsque l'on cherche à établir des relations liant plusieurs grandeurs, à vérifier des propriétés valables pour n'importe quel nombre, nous utilisons une lettre (ou plusieurs) afin de représenter les nombres inconnus.

Les calculs deviennent alors génériques.

Les expressions produites peuvent se calculer pour des valeurs du nombre (ou des nombres) inconnu(s).

## 1) Déterminer une expression littérale

### A. Écrire en fonction de $x$

**Définition**

Usuellement, la première inconnue s'appelle $x$.
Produire une expression littérale se dit aussi « écrire en fonction de $x$ » c'est-à-dire produire une expression contenant $x$.

**Entraîne-toi à** **Exprimer en fonction de $x$**

Il s'agit de bien repérer, dans le texte, les termes à traduire en expression littérale.

**Énoncé**

Sur internet, une BD manga coûte 6,90 € avec 10 € de frais de port.
Exprime le prix à payer en fonction du nombre de livres achetés.

**Correction**

J'appelle $x$ le nombre de livres achetés.
6,90 € l'un font $6{,}90 \times x$.
Avec les frais de port on obtient $6{,}90 \times x + 10$.
Le prix de $x$ livres est $6{,}90\,x + 10$.

### B. Simplifier l'écriture d'un produit

**Conventions d'écriture**

Pour **alléger l'écriture d'une expression littérale**, on peut supprimer le signe $\times$
- devant une lettre ou une parenthèse ;
- entre deux lettres (on écrira alors les lettres dans l'ordre alphabétique) ;

Entre deux lettres identiques on écrira :
- $\boldsymbol{a \times a = a^2}$ (qui se lit « $a$ au carré »)
- $\boldsymbol{a \times a \times a = a^3}$ (qui se lit « $a$ au cube »).

» **Remarque :** On ne peut pas supprimer le signe × entre deux nombres : $2 \times 3 \neq 23$

**Entraîne-toi à** **Utiliser les conventions d'écriture**

**Énoncé**

Simplifie l'expression suivante en supprimant les signes $\times$ lorsque c'est possible :
$A = 5 \times x + 7 \times (3 \times x + 2 \times 4)$.

**Correction**

$A = 5 \times x + 7 \times (3 \times x + 2 \times 4)$

$A = 5 \times x + 7 \times (3 \times x + 2 \times 4)$

$A = 5x + 7(3x + 8)$

## C. Simplifier l'écriture d'une somme algébrique

**Entraîne-toi à Réduire une somme algébrique**

**Énoncé**

Réduis A = $5x + 2x$ et B = $4x - 9x$

**Correction**

A = $5x + 2x = 7x$

B = $4x - 9x = -5x$

### Définition

**L'opposé d'une somme algébrique** est égal à la somme des opposés de chacun de ses termes.

» **Exemple :** L'opposé de $a + b - 2ab$ est $-a - b + 2ab$.

» **Remarque :** Cette propriété permet de supprimer des parenthèses précédées d'un signe « – » dans une expression.

**Entraîne-toi à Supprimer des parenthèses**

**Énoncé**

Réduis l'expression :

G = $5x^2 + (3x - 4) - (2x^2 - 3) + 2x$.

**Correction**

G = $5x^2 + (3x - 4) - (2x^2 - 3) + 2x$.

G = $5x^2 + 3x - 4 - 2x^2 + 3 + 2x$

G = $\mathbf{5x^2 - 2x^2 + 3x + 2x - 4 + 3}$

G = $\mathbf{(5 - 2)\,x^2 + (3 + 2)\,x - 1}$

G = $\mathbf{3x^2 + 5x - 1}$

## 2 Déterminer la valeur d'une expression

**Entraîne-toi à Substituer une lettre par une valeur**

Pour **calculer une expression littérale pour certaines valeurs des lettres**, il suffit de remplacer les lettres par ces valeurs. Il faut souvent faire apparaître quelques signes × sous-entendus, en particulier ceux entre deux nombres.

**Énoncé**

Calcule l'expression A = $5x(y + 2)$ pour $x = 3$ et $y = 4$ .

**Correction**

A = $5x(y + 2)$

A = $5 \times x \times (y + 2)$

A = $5 \times \mathbf{3} \times (\mathbf{4} + 2)$

A = $15 \times 6$

A = $90$

**Énoncé**

Calcule l'expression G = $x^3 + 3x^2 - x$ pour $x = -4$.

**Correction**

G = $x^3 + 3x^2 - x$

G = $\mathbf{(-4)}^3 + 3 \times \mathbf{(-4)}^2 - \mathbf{(-4)}$

G = $-64 + 3 \times 16 + 4$

G = $-60 + 48$

G = $-12$

» **Remarque :** Avant la substitution, il est judicieux de choisir la forme la plus simple pour effectuer les calculs.

# Cours et méthodes

**Entraîne-toi à** Choisir la forme la plus judicieuse

**Énoncé**

On donne J = $(x + 3)(3x - 1) + 5(x + 3)$.

**a.** Développe et réduis J.

**b.** Factorise et réduis J.

**c.** Calculer J pour $x = 0$ et $x = -3$, en choisissant à chaque fois la forme la plus judicieuse.

**Correction**

**a.** $J = (x + 3)(3x - 1) + 5(x + 3)$

$J = x \times 3x + x \times (-1) + 3 \times 3x + 3 \times (-1) + 5 \times x + 5 \times 3$

$J = 3x^2 - x + 9x - 3 + 5x + 15$

$J = 3x^2 + 13x + 12$

**b.** $J = \mathbf{(x + 3)}(3x - 1) + 5\mathbf{(x + 3)}$

$J = (x + 3)[(3x - 1) + 5]$

$J = (x + 3)(3x + 4)$

**c.** Pour $x = 0$, je choisis la forme réduite.

$J = 3x^2 + 13x + 12 = 3 \times 0^2 + 13 \times 0 + 12$

$J = 12$.

Pour $x = -3$, Je choisis la forme factorisée :

$J = (x + 3)(3x + 4)$

$J = (-3 + 3)(3x + 4)$

$J = 0 \times (3x + 4)$

$J = 0$

## 3) Déterminer si une égalité ou une inégalité est vraie

**Entraîne-toi à** Tester une égalité ou une inégalité

On calcule séparément dans chaque membre de l'(in)égalité et on compare les résultats.

**Énoncé**

- 3 rend-il vrai l'égalité $2x^2 - 5 = x + 10$ ?
- 2 rend-il vrai l'inégalité $3x + 5 > 2x - 8$ ?

**Correction**

- pour $x = 3$ :
  $2x^2 - 5 = 2 \times 3^2 - 5 = 2 \times 9 - 5 = 13$
  $x + 10 = 3 + 10 = 13$
  3 rend vrai l'égalité $2x^2 - 5 = x + 10$.
- pour $x = 2$.
  $3x + 5 = 3 \times 2 + 5 = 6 + 5 = 11$
  $2x - 8 = 2 \times 2 - 8 = 4 - 8 = -4$
  $11 > -4$ donc 2 rend vrai l'inégalité
  $3x + 5 < 2x - 8$.

**Entraîne-toi à** Vérifier si un nombre est solution d'équation ou d'inéquation

**Énoncé**

- – 5 est-il solution de l'équation
  $6 - 3x = 2x + 4$ ?

**Correction**

- pour $x = -5$ :
  $6 - 3x = 6 - 3 \times (-5) = 6 + 15 = 21$
  $2x + 4 = 2 \times (-5) + 4 = -10 + 4 = -6$
  – 5 n'est pas solution de $6 - 3x = 2x + 4$.

**Énoncé**

- – 2 est-il solution de l'inéquation
  $3x + 5 < -2x - 8$ ?

- $x = -2$.
  $3x + 5 = 3 \times (-2) + 5 = -6 + 5 = -1$
  $2x - 8 = -2 \times (-2) - 8 = 4 - 8 = -4$
  $-1 > -4$ donc $-2$ n'est pas solution de l'inéquation $3x + 5 < -2x - 8$.