Cours et méthodes

1 Utiliser la division euclidienne

Définition

On considère un entier naturel a et un entier naturel non nul b.

$$\begin{array}{c|c} a & b \\ \hline r & q \end{array}$$

Effectuer la division euclidienne de a par b, c'est trouver les deux entiers naturels q et r tels que : $a = b \times q + r$ avec $r < b$ où q est le **quotient** (entier) et r le **reste** de la division euclidienne.

» **Remarque :** Le couple (q ; r) est unique.

Entraîne-toi à Effectuer une division euclidienne

Énoncé

- Effectue la division euclidienne de 183 par 12.
- 278 = 6 × 45 + 8 : quelle(s) division(s) euclidienne(s) cette égalité représente-t-elle ?

Correction

- $$\begin{array}{r|l} 183 & 12 \\ \hline 63 & 15 \\ 3 & \end{array}$$

  On peut donc écrire :
  183 = 12 × 15 + 3
  avec 3 < 12.
- 8 < 45 mais 8 > 6 donc l'égalité représente la division euclidienne de 278 par 45 mais ne peut pas représenter celle de 278 par 6.

Définitions

Quand le reste de la division euclidienne est nul, on dit que :
b **divise** a ou que b est un **diviseur** de a ou que
a est un **multiple** de b ou que a est **divisible** par b.

» **Exemples :** 1 274 = 49 × 26 + 0. 49 et 26 divisent 1 274. On dit alors que :
- **1 274 est divisible par 49** (et par 26) ;
- **49 est un diviseur de 1 274** (et 26 aussi) ;
- **1 274 est donc un multiple de 49** (et de 26).

Règles de divisibilité

- Un nombre entier est **divisible par 2** si son chiffre des unités est 0, 2, 4, 6 ou 8.
- Un nombre entier est **divisible par 5** si son chiffre des unités est 0 ou 5.
- Un nombre entier est **divisible par 3** si la somme de ses « chiffres *» est un multiple de 3.

* Il s'agit des nombres représentés par chacun des chiffres

2 Utiliser les nombres premiers

Définition

Un nombre **premier** est un nombre qui n'a que deux diviseurs : 1 et lui-même.

» **Remarque :** 1 n'est pas premier

» **Exemple**
Voici la liste des 10 premiers nombres premiers : 2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 11 ; 13 ; 17 ; 19 ; 23 ; 29.

Propriété

Tout nombre entier peut se décomposer de manière unique sous la forme d'un produit de nombres premiers.

↘ Entraîne-toi à Effectuer une décomposition en facteurs premiers

Énoncé

Décompose en produit de facteurs premiers le nombre 4680.

Correction

4 680 est pair, donc divisible par 2.
4680 ÷ **2** = 2340 ; nombre pair, divisible par 2
2340 ÷ **2** = 1170 ; nombre pair, divisible par 2
1170 ÷ **2** = 585 ; fini par 5, divisible par 5
585 ÷ **5** = 117 ; 1 + 1 + 7 = 9, divisible par 3
117 ÷ **3** = 39 ; 3 + 9 = 12, divisible par 3
39 ÷ **3** = **13** ; nombre premier

La décomposition de 4 680 est donc :
$4\,680 = \mathbf{2}^3 \times \mathbf{3}^2 \times \mathbf{5} \times \mathbf{13}$

Définition

Une fraction est **irréductible** lorsque son numérateur et son dénominateur ont 1 pour seul diviseur commun.

↘ Entraîne-toi à Rendre une fraction irréductible

Énoncé

Rends la fraction $\frac{280}{448}$ irréductible.

Correction

On commence par décomposer 280 et 448 en facteurs premiers.

$280 = 2^3 \times 7 \times 5$ et $448 = 2^6 \times 7$

$\frac{280}{448} = \frac{2^3 \times 5 \times 7}{2^6 \times 7} = \frac{5}{2^3} = \frac{5}{8}$ qui est irréductible car 5 et 8 n'ont que 1 comme diviseur commun.