

1) Définir de nouveaux nombres

Définition

Soit a et b deux nombres, b non nul.

Le **quotient** $\frac{a}{b}$ est le nombre qui, multiplié par b , donne a .

$$\frac{a}{b} \times b = a$$

↳ Entraîne-toi à Déterminer un quotient

■ Énoncé

- Quel est le nombre qui, multiplié par 7, donne 9 ?
- Quel est le nombre qui, multiplié par 3, donne 36 ?

Correction :

$$7 \times \frac{9}{7} = 9.$$

Le nombre qui multiplié par 7 donne 9 est $\frac{9}{7}$

$$\frac{36}{3} = 12. \text{ Le nombre qui multiplié par 3 donne } 36 \text{ est } 12$$

Définitions

Un nombre **rationnel** est un nombre qui peut s'écrire sous forme d'un quotient.

Une **fraction** est un quotient de deux nombres entiers (donc un nombre rationnel).

Une **écriture fractionnaire** est une écriture d'un quotient avec un trait de fraction, mais le numérateur ou le dénominateur ne sont pas entiers.

Un **pourcentage** est une écriture fractionnaire de dénominateur 100.

» Exemples :

- $2 = \frac{2}{1}$; $0,5 = \frac{1}{2}$; $10 : 3 = \frac{10}{3}$ sont rationnels. π ne l'est pas. $\frac{2}{10}$ est une fraction, $\frac{8}{0,5}$ une écriture fractionnaire. $5\% = \frac{5}{100}$ ou $2,5\% = \frac{2,5}{100}$ sont des pourcentages.

» Remarque

Une fraction peut être utilisée pour représenter un partage à parts égales. Alors,

- son dénominateur « dénomine » : il donne le nom de la part ou « sa taille »
- son numérateur « numère » : il donne le nombre de parts.

» Exemple



La partie coloriée ne représente pas la moitié du disque car le partage n'est pas équitable

2) Simplifier une écriture fractionnaire

Propriété

Deux fractions sont **égales** quand leurs numérateurs et dénominateurs sont proportionnels..

Pour tous nombres a , b et k où b et k sont non nuls :

$$\frac{a \times k}{b \times k} = \frac{a}{b} \text{ et } \frac{a \div k}{b \div k} = \frac{a}{b}.$$

↳ Entraîne-toi à Déterminer deux fractions égales

■ Énoncé

Détermine le nombre manquant dans l'égalité

$$\frac{1,2}{6} = \frac{\dots}{18}$$

Correction

$$\frac{1,2}{6} = \frac{\dots}{18} \text{ donc } \frac{1,2}{6} = \frac{3,6}{18}$$

■ Énoncé

Les nombres $\frac{2,1}{-3,5}$ et $\frac{-4,1}{6,9}$ sont-ils égaux ?
Justifie.

Correction

$2,1 \times 6,9 = 14,49$ et $(-3,5) \times (-4,1) = 14,35$
Les produits en croix ne sont pas égaux donc les nombres ne sont pas égaux.

↳ Entraîne-toi à Simplifier une fraction

Il s'agit de trouver une fraction égale ayant un dénominateur (entier) plus petit.

■ Énoncé

Simplifie le quotient $\frac{15}{21}$

Correction

$$\frac{15}{21} = \frac{5 \times 3}{7 \times 3} = \frac{5}{7}$$

■ Énoncé

Simplifie la fraction $\frac{42}{-140}$

$$\frac{42}{-140} = -\frac{3 \times 2 \times 7}{10 \times 7 \times 2}$$

$$\frac{42}{-140} = -\frac{3}{10}$$

Correction

$$\frac{+42}{-140} = -\frac{42}{140}$$

3) Comparer deux écritures fractionnaires

Règle

Pour comparer des nombres en écriture fractionnaire, on peut les écrire avec le même dénominateur positif puis les ranger dans le même ordre que leurs numérateurs.

↳ Entraîne-toi à Comparer deux nombres en écriture fractionnaire

■ Énoncé

Compare les nombres $\frac{1,2}{4}$ et $\frac{5,7}{20}$.

Correction

$$\frac{1,2}{4} = \frac{1,2 \times 5}{4 \times 5} = \frac{6}{20} \text{ Or, } 6 > 5,7$$

$$\text{d'où } \frac{6}{20} > \frac{5,7}{20} \text{ donc } \frac{1,2}{4} > \frac{5,7}{20}$$

■ Énoncé

Compare les quotients $\frac{-2}{7}$ et $\frac{3}{-8}$.

Correction

$$\frac{-2 \times 8}{7 \times 8} = \frac{-16}{56} \text{ et } \frac{-3 \times 7}{8 \times 7} = \frac{-21}{56}$$

$$\text{Or, } -16 > -21 \text{ donc } \frac{-16}{56} > \frac{-21}{56}$$

$$\text{et par suite } \frac{-2}{7} > \frac{3}{-8}$$

4) Additionner, soustraire

Règle

Pour **additionner (ou soustraire)** des nombres en écriture fractionnaire **ayant le même dénominateur**,

- on additionne (ou on soustrait) les numérateurs et
- on garde le dénominateur commun.

Pour tous nombres a, b et c où b est non nul :

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$$

↳ Entraîne-toi à Additionner deux nombres en écriture fractionnaire

■ Énoncé

Calcule l'expression : $A = \frac{7}{3} - \frac{5}{3}$.

Correction

$$A = \frac{7-5}{3} = \frac{2}{3}$$

■ Énoncé

Calcule l'expression :

$$A = \frac{7}{3} + \frac{6}{12}$$

Correction

$$A = \frac{7}{3} + \frac{6}{12}$$

$$A = \frac{7 \times 4}{3 \times 4} + \frac{6}{12}$$

$$A = \frac{28}{12} + \frac{6}{12}$$

$$A = \frac{34}{12}$$

$$A = \frac{17}{6}$$

■ Énoncé

Calcule l'expression $A = -1 + \frac{13}{-30} - \frac{-11}{12}$.

Correction

$$A = -1 + \frac{13}{-30} - \frac{-11}{12}$$

$$A = -\frac{1 \times 60}{1 \times 60} - \frac{13 \times 2}{30 \times 2} + \frac{11 \times 5}{12 \times 5}$$

$$A = -\frac{60}{60} - \frac{26}{60} + \frac{55}{60}$$

$$A = \frac{-60 - 26 + 55}{60}$$

$$A = \frac{-31}{60}$$

5) Multiplier

Règle

Pour **multiplier des nombres en écriture fractionnaire**, on multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux.

Pour tous nombres a, b, c et d où b et d sont non nuls :

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$$

» Remarque

Il est judicieux de simplifier les fractions avant d'effectuer les calculs afin d'obtenir plus facilement une fraction simplifiée.

↳ Entraîne-toi à Multiplier deux nombres en écriture fractionnaire

■ Énoncé

Calcule et simplifie le résultat :

$$D = \frac{8}{7} \times \frac{5}{3} \text{ et}$$

$$F = \frac{4}{15} \times \frac{25}{16}$$

Correction

$$D = \frac{8}{7} \times \frac{5}{3}$$

$$D = \frac{8 \times 5}{7 \times 3}$$

$$D = \frac{40}{21}$$

$$F = \frac{4}{15} \times \frac{25}{16}$$

$$F = \frac{4 \times 25}{15 \times 16}$$

$$F = \frac{4 \times 5 \times 5}{3 \times 5 \times 4 \times 4}$$

$$F = \frac{5}{3 \times 4}$$

$$F = \frac{5}{12}$$

» **Remarque** : En présence de signes $-$, on commence par déterminer le signe du résultat.

■ Énoncé

Calcule l'expression $B = -\frac{35}{33} \times \frac{-39}{-80}$

Correction

$$B = -\frac{35}{33} \times \frac{-39}{-80}$$

$$B = -\frac{35 \times 39}{33 \times 80}$$

$$B = -\frac{7 \times 5 \times 13 \times 3}{11 \times 3 \times 2 \times 5 \times 8}$$

$$B = -\frac{7 \times 13}{11 \times 2 \times 8}$$

$$B = -\frac{91}{176}$$

6) Diviser

Définition

Deux nombres sont inverses l'un de l'autre si leur produit est égal à 1.

Propriétés

- Tout nombre x non nul admet un inverse (noté x^{-1}) qui est le nombre $\frac{1}{x}$.
- Tout nombre en écriture fractionnaire $\frac{a}{b}$ ($a \neq 0$ et $b \neq 0$) admet un inverse qui est le nombre $\frac{b}{a}$.

» Remarques

- Un nombre et son inverse ont toujours le même signe.
En effet, leur produit 1 est positif et seul le produit de deux nombres de même signe est positif.
- Zéro est le seul nombre qui n'admet pas d'inverse.
En effet, tout nombre multiplié par 0 donne 0 et ne donnera jamais 1.

» **Exemple** : L'inverse de 3 est $3^{-1} = \frac{1}{3}$ et l'inverse de $\frac{-7}{3}$ est $\left(\frac{-7}{3}\right)^{-1} = -\frac{3}{7}$.

Propriété

Diviser par un nombre non nul revient à multiplier par l'inverse de ce nombre.

Pour tous nombres a, b, c et d où b, c et d sont non nuls :

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} \text{ ou } \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}.$$

» Entraîne-toi à Diviser deux nombres en écriture fractionnaire

■ Énoncé

Calcule $C = \frac{-8}{7} \div \frac{5}{-3}$;

$$D = \frac{-\frac{32}{21}}{\frac{-48}{-35}} \text{ et donne les}$$

résultats en simplifiant le plus possible.

Correction

$$C = \frac{-8}{7} \div \frac{5}{-3}$$

$$C = + \left(\frac{8}{7} \div \frac{5}{3} \right)$$

$$C = \frac{8}{7} \times \frac{3}{5}$$

$$C = \frac{8 \times 3}{7 \times 5}$$

$$C = \frac{24}{35}$$

$$D = \frac{-\frac{32}{21}}{\frac{-48}{-35}}$$

$$D = -\frac{32}{48} = -\frac{32}{21} \times \frac{35}{48}$$

$$D = -\frac{8 \times 2 \times 2 \times 7 \times 5}{7 \times 3 \times 3 \times 2 \times 8}$$

$$D = -\frac{10}{9}$$