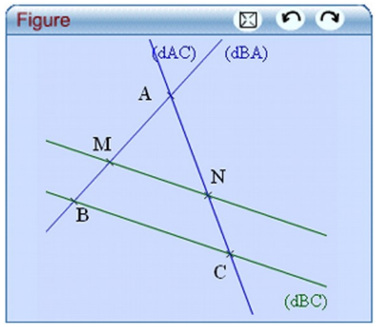
Activités de découverte

Activité 1 Théorème de Thalès



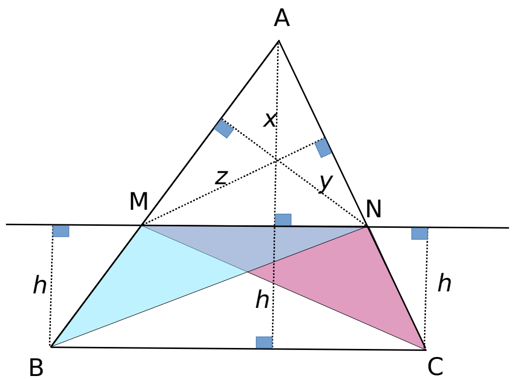
1. Place trois points distincts A, B et C, non alignés.
Trace les droites (AB), (BC) et (CA).
Place un point M sur la droite (AB) puis construis la droite parallèle à la droite (BC) passant par le point M. Appelle N le point d'intersection de cette droite avec la droite (AC).

2. Quelles sont les différentes possibilités pour la position du point M ? Pour chacune d'elles, fais un dessin sur ton cahier.

3. Affiche les longueurs AM, AB, AN, AC, MN et BC sur la figure. Affiche le résultat du calcul des rapports $\frac{AM}{AB}$, $\frac{AN}{AC}$ et $\frac{MN}{BC}$. Compare-les et émets une conjecture.

4. Déplace les points libres A, B, C et le point lié M l'un après l'autre à la souris.
La conjecture se confirme-t-elle ?

Activité 2 Un nouveau théorème



Sur la figure ci-contre : ABC est un triangle quelconque et **(MN) est parallèle à (BC).**
On a tracé plusieurs hauteurs et on a repéré leurs longueurs par les lettres x, y, z et h.

1. En considérant le triangle AMN prouve que :
$AM \times y = AN \times z$

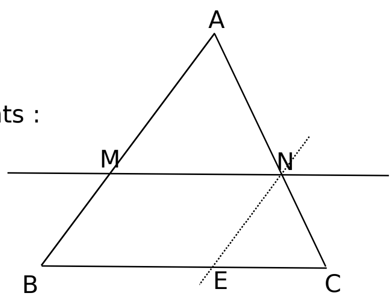
2. Prouve que les triangles BMN et CMN ont des aires égales.

3. Déduis-en que les triangles ANB et AMC ont des aires égales.

4. Déduis-en que : $AB \times y = AC \times z$

5. En divisant membre à membre les égalités de **1.** et de **4.** prouve que $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$.

6. On veut étudier le troisième rapport $\frac{MN}{BC}$.
On trace la parallèle à (AB), elle coupe [BC] en E.



7. D'après la propriété du **5.** que peut-on dire des rapports suivants :
$\frac{CN}{AC}$ et $\frac{CE}{CB}$?

8. En exprimant CN avec AC et AN et CE avec BC et BE :
a. Que deviennent les rapports précédents ?
b. Montre qu'on a l'égalité : $\frac{AC}{AC} - \frac{AN}{AC} = \frac{BC}{BC} - \frac{BE}{BC}$
c. Comme $\frac{AC}{AC} = \frac{BC}{BC} = 1$ que peut-on en déduire pour $\frac{AN}{AC}$ et $\frac{BE}{BC}$?

9. Quelle est la nature du quadrilatère MNEB ?
Que peut-on en déduire pour BE et MN ?

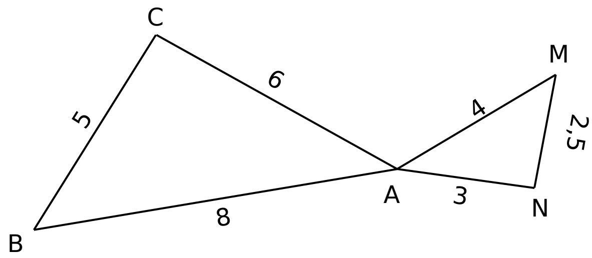
10. En déduire que $\frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$ et donc en reprenant le résultat de **5.**
que $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$.

Activité 3 Réciproque ?

On va se demander s'il suffit que deux triangles aient des longueurs de côtés proportionnelles pour obtenir des droites parallèles.

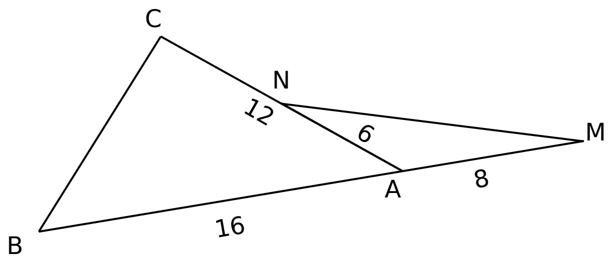
1. Situation 1

A-t-on $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{AN}{AC}$? Les droites (MN) et (BC) sont-elles parallèles ?



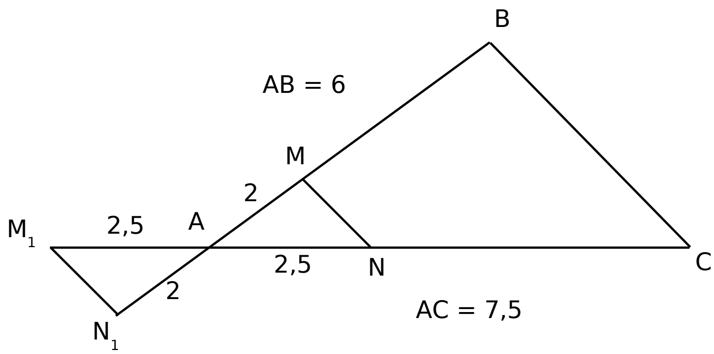
2. Situation 2

A-t-on $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{AN}{AC}$? Les droites (MN) et (BC) sont-elles parallèles ?



3. Situation 3

A-t-on $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{AN}{AC}$?
Les droites (MN) et (BC) sont-elles parallèles ?



4. Conjecture un énoncé de la réciproque du théorème de Thalès.

5. Démonstration

On suppose que les points O, M, A d'une part et les points O, N, B d'autre part sont alignés dans le même ordre et que $\dfrac{OM}{OA} = \dfrac{ON}{OB}$.

On appelle K le point d'intersection de (OB) et de la parallèle à (AB) passant par M.

a. Si M appartient à [OA], où se trouve le point K ? Fais un dessin.
Et si M appartient à (OA) mais pas à [OA] ? Fais un dessin.

b. Dans quelle configuration peux-tu appliquer le théorème de Thalès ? Écris alors les égalités de quotients.

c. Qu'en déduis-tu pour les rapports $\dfrac{ON}{OB}$ et $\dfrac{OK}{OB}$? Justifie.

d. Que peux-tu conclure pour les points K et N ?

e. Que peux-tu dire alors des droites (MN) et (AB) ?

f. Qu'en conclus-tu ?

Activités de découverte

Activité 4 Le même dessin ?

On considère un triangle POT tel que $\widehat{POT} = 47°$, $\widehat{PTO} = 33°$ et $\widehat{TPO} = 100°$.

a. Explique pourquoi un tel triangle est constructible.

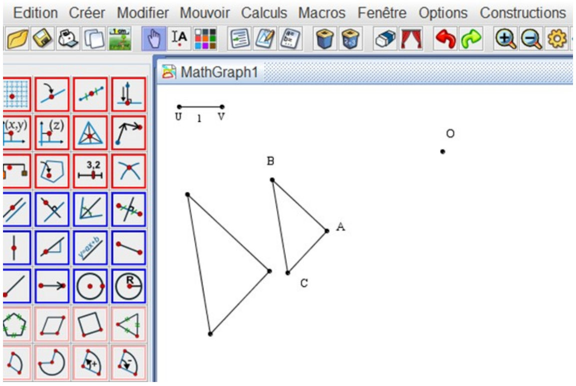
b. Construis un triangle correspondant à ces données.

c. Compare ta figure avec celle d'un voisin. Tu pourras utiliser du papier calque et/ou organiser les mesures prises sur vos figures respectives dans un tableau.

d. Les deux triangles construis sont-ils identiques ? Que peut-on dire des mesures de leurs côtés ?

Activité 5 Une nouvelle transformation.

On va utiliser un logiciel de géométrie dynamique comme Mathgraph 32 par exemple. (http://www.mathgraph32.org/)



1. Construis trois points A, B et C puis le triangle ABC.
2. Construis un point O à l'extérieur du triangle.
3. Active le bouton de l'homothétie.

4. Clique sur le point O, puis choisis comme rapport 2.
5. Clique alors sur le triangle ABC. Tu obtiens alors l'image de ABC par l'homothétie de centre O et de rapport 2.
6. Déplace le point O pour observer ce qui se passe. Modifie également la position des points A, B et C.
7. Que remarques-tu sur les côtés du triangle homothétique par rapport à ceux de ABC ? (longueur, position ...)
8. Si on superpose le point O à l'un des sommets du triangle on retrouve une configuration déjà étudiée précédemment, laquelle ?
9. A ton avis quelle est la fonction du rapport 2 ?
10. Refais l'expérience avec un rapport inférieur à 1.
11. Qu'est-ce qui change dans ce cas ?
12. « Une homothétie est une transformation géométrique qui produit des agrandissements ou des réductions. » Es-tu d'accord avec cette définition ?
13. Que se passe-t-il lorsqu'on choisit un rapport négatif ? (Pour mieux observer on pourra tracer les droites passant par le centre O et par les sommets du polygone ABCD.)
14. Quelle transformation connue retrouve-t-on avec le rapport -1 ?