

I - Grandeurs proportionnelles

→ ex 1

Définition

Deux grandeurs sont **proportionnelles** lorsque les valeurs de l'une s'obtiennent en multipliant (ou en divisant) par un même nombre non nul les valeurs de l'autre.

Exemple :

Le mille international (symbole : *mi*) ou mile (en anglais) est une unité anglo-saxonne de longueur. Le mille international vaut exactement 1 609,344 mètres. Une longueur exprimée en mille est-elle proportionnelle à cette même longueur exprimée en mètres ?

On obtient la longueur en mètres en multipliant la longueur en mille par le nombre 1 609,344. Les deux grandeurs sont donc **proportionnelles**. 1 609,344 est appelé **coefficient de proportionnalité**.

Remarque :

Deux grandeurs ne sont pas toujours proportionnelles. En voici quelques-unes qui ne le sont pas :

- la **taille** d'une personne et son **âge** ;
- l'**aire d'un carré** et la longueur de son **côté**.

II - Calculs dans une situation de proportionnalité

→ ex 2 à 4

Pour illustrer une situation de proportionnalité, on utilise souvent un tableau appelé tableau de proportionnalité. Dans un tel tableau, on obtient les nombres de la seconde ligne en multipliant ceux de la première ligne par le coefficient de proportionnalité.

Exemple : Complète le tableau de proportionnalité suivant.

Masse de pommes (en kg)	2	8			24
Prix (en €)		7,68	9,60	15,36	

Première méthode : À l'aide du coefficient de proportionnalité

8 kg de pommes coûtent 7,68 €. On cherche le coefficient de proportionnalité, c'est-à-dire le nombre manquant dans la multiplication : $8 \times \dots = 7,68$. Ce nombre est égal à $7,68 \div 8 = 0,96$.

Masse de pommes (en kg)	2	8	10	16	24
Prix (en €)	1,92	7,68	9,60	15,36	23,04

Diagramme illustrant le calcul du coefficient de proportionnalité : $\times 0,96$ et $\div 0,96$ sont indiqués avec des flèches pointant vers les cellules complétées.

Deuxième méthode : À l'aide de la règle de trois

8 kg de pommes coûtent 7,68 € donc 1 kg de pommes coûte $7,68 \div 8 = 0,96$ €.

2 kg de pommes coûtent donc $0,96 \times 2 = 1,92$ €.

On peut effectuer directement le calcul (règle de trois) : $(7,68 \div 8) \times 2$ ou $(2 \times 7,68) \div 8$.

Masse de pommes (en kg)	2	8	$(8 \times 9,60) \div 7,68 = 10$	$(8 \times 15,36) \div 7,68 = 16$	24
Prix (en €)	$(2 \times 7,68) \div 8 = 1,92$	7,68	9,60	15,36	$(7,68 \times 24) \div 8 = 23,04$

Remarque : Pour le calcul de la dernière colonne, on peut également utiliser les règles de linéarité dans un tableau de proportionnalité, en remarquant par exemple que : $24 = 3 \times 8$ ou $24 = 12 \times 2$.

III - Pourcentage

→ ex 5

Définition

Un **pourcentage** traduit une situation de proportionnalité où la quantité totale est ramenée à 100.

Exemple : Sur une tablette de chocolat noir, on lit : « 54 % de cacao ». Calcule la masse de cacao contenue dans une tablette de 250 g.

« 54 % de cacao » signifie que 100 g de chocolat contiennent 54 g de cacao, la masse de cacao étant proportionnelle à la masse de chocolat. Pour connaître la masse de cacao contenue dans une tablette de 250 g, on peut utiliser deux méthodes.

Première méthode : À l'aide d'un tableau de proportionnalité

Masse de chocolat (en g)	100	250
Masse de cacao (en g)	54	135

Diagramme illustrant la proportionnalité :
 - Un cercle « × 2,5 » est au-dessus de la colonne 250, avec des flèches pointant vers 100 et 250.
 - Un cercle « × 2,5 » est en dessous de la colonne 250, avec des flèches pointant vers 100 et 250.
 - Un cercle « × $\frac{54}{100}$ » est à droite de la colonne 250, avec une flèche pointant vers 135.

Deuxième méthode : À l'aide d'un calcul direct

Calculer 54 % d'un nombre, c'est multiplier ce nombre par $\frac{54}{100}$.

$$\frac{54}{100} \times 250 = 0,54 \times 250 = 54 \times 2,5 = 135 \text{ ou } \frac{54}{100} \times 250 = 54 \times \frac{250}{100} = 135.$$

Il y a donc **135 g** de cacao dans cette tablette de chocolat.

Exercices "À toi de jouer"

1 Lors d'une vente promotionnelle, on peut lire sur une affiche :

2 torchons pour 6,40 €
 5 torchons pour 16 €
 7 torchons pour 22 €

S'agit-il d'une situation de proportionnalité ? Explique ta réponse.

2 Le tableau ci-dessous est un tableau de proportionnalité. Recopie-le sur ton cahier et complète-le de la façon la plus astucieuse possible.

Masse (en kg)	3	9	30		39
Prix payé (en €)	12,7			1270	

3 La voiture de Marie consomme 4,5 L d'essence sur 100 km.

a. Quelle est sa consommation d'essence si elle parcourt 150 km ? 250 km ? 1 250 km ?

b. Quelle distance Marie parcourt-elle si elle consomme 13,5 L d'essence ? 135 L d'essence ?

4 Complète ce tableau de proportionnalité qui indique les tarifs à l'entrée d'un cinéma.

Nombre de personnes	7	13	5		
Prix payé (en €)	45,50			65	71,50

5 Un ordinateur est vendu 450 € HT. À ce prix s'ajoute la TVA qui représente 19,6 % du prix HT. Quelle TVA doit être ajoutée au prix HT de cet ordinateur ?