



Axes de symétrie

G5



Narration de recherche

Voilà une liste de figures :

- une figure avec exactement deux axes de symétrie,
- une figure avec exactement deux axes de symétrie qui ne se coupent pas,
- une figure avec exactement trois axes de symétrie,
- une figure avec exactement trois axes de symétrie qui ne se coupent pas.

Parmi celles-ci, certaines existent et d'autres pas.

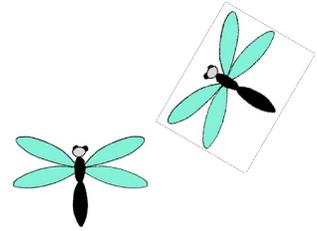
Retrouve celles qui existent et dessines-en un ou plusieurs exemples.

Tu devras bien sûr expliquer pourquoi les autres figures n'existent pas.

Activité 1 : À la recherche de l'axe perdu...

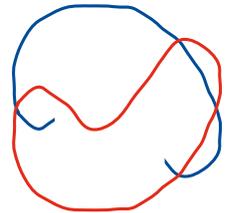
1. Trouver l'axe

- Dans la figure ci-contre, que remarques-tu de particulier ?
- Donne plusieurs méthodes possibles pour construire l'**axe de symétrie** : sans autre instrument de géométrie qu'une règle graduée...



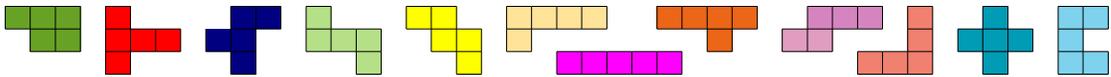
2. En plus dur...

- Les figures rouge et bleue ci-contre sont symétriques l'une de l'autre. Une partie de la figure bleue a été effacée. Peut-on construire l'axe de symétrie avec une règle non graduée ? Pourquoi ?
- On peut facilement construire de nouveaux points de la figure bleue. Comment et pourquoi ?



3. À la recherche des axes disparus

- Reproduis sur du papier quadrillé les douze pentaminos suivants.



- Indique le nombre d'axes de symétrie de chaque pentamino puis trace-les s'il y en a.

Activité 2 : Tout savoir sur la médiatrice !

1. Axes de symétrie d'un segment

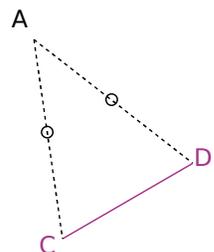
- Sur une feuille blanche, trace un segment $[AB]$.
- Plie cette feuille pour faire apparaître les axes de symétrie de ce segment. Le symétrique de A par rapport à l'un des axes est B. Comment s'appelle cet axe ? Repasse-le en couleur.
- Quelles sont ses caractéristiques ?

2. Propriété d'un point appartenant à la médiatrice d'un segment

- Place un point M sur cette médiatrice. Que dire des longueurs AM et BM ? Justifie à l'aide d'une propriété de la symétrie axiale.
- Que dire alors d'un point qui appartient à la médiatrice d'un segment ?

3. Ensemble de points

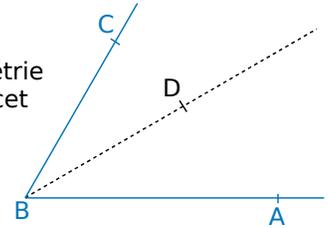
- Construis un segment $[CD]$ de longueur 5 cm.
- Place A, **équidistant** de C et de D. Place trois autres points équidistants de C et de D.
- Où semblent se trouver tous les points équidistants de C et D ?
- Que dire d'un point équidistant des extrémités d'un segment ?
- Déduis-en une façon de construire la médiatrice d'un segment sans l'équerre.



Activité 3 : Bissectrice, qui es-tu ?

1. Définition

- Sur une feuille blanche, trace un angle \widehat{ABC} .
- Plie cette feuille de façon à faire apparaître l'axe de symétrie de l'angle. Repasse-le en couleur. Place un point D sur cet axe.
- Cet axe fait apparaître deux nouveaux angles. Nomme-les.
- Que peut-on dire de la mesure de ces deux angles ? Justifie. Comment nomme-t-on cette droite ?



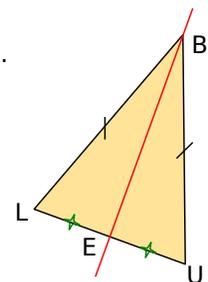
2. Construction au compas

- Construis le point A' symétrique du point A par rapport à la bissectrice de l'angle \widehat{ABC} . Que dire des longueurs BA et BA' ? Justifie.
- Que représente la bissectrice de l'angle \widehat{ABC} pour le segment [AA'] ? Justifie.
- Déduis-en une façon de construire la bissectrice d'un angle sans rapporteur.

Activité 4 : Triangles et axe(s) de symétrie

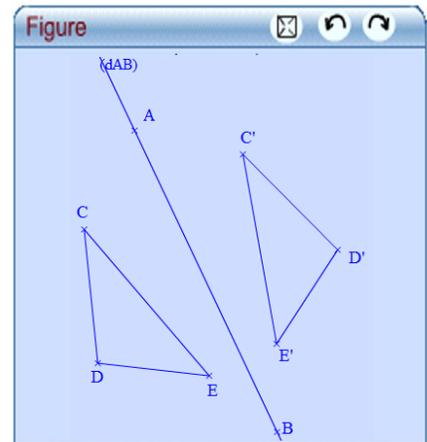
1. Axe(s) de symétrie des triangles isocèle et équilatéral

- Construis un triangle BLU isocèle en B et place le milieu E de [LU]. On va démontrer que (BE) est l'axe de symétrie du triangle. On appelle U' l'image de L par rapport à la droite (BE).
 - Quels sont les symétriques des points E et B ? Pourquoi ?
 - Que peux-tu dire de l'image du segment [LB] ? Où se situe le point U' ? Trace-le.
 - Que peux-tu dire du segment [EL] ? Où se situe le point U' ? Trace-le.
 - Que peux-tu dire de U et de U' ?
- Que représente cet axe pour la base [LU] ? Et pour l'angle \widehat{LBU} ?
- Que dire des mesures des angles \widehat{BLE} et \widehat{BUE} ? Justifie.
- Que peut-on en déduire pour les angles à la base d'un triangle isocèle ?
- Trace un triangle équilatéral.
 - Quelle est sa particularité ?
 - Combien a-t-il d'axes de symétrie ? Pourquoi ?
 - Trace les axes de symétrie de ton triangle équilatéral.
 - Que peut-on en déduire pour les angles d'un triangle équilatéral ? Justifie.



2. Avec TracenPoche

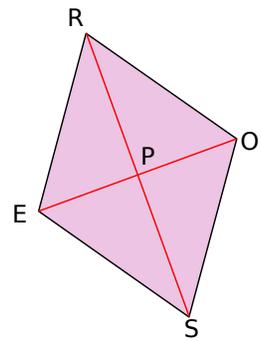
- Construis une droite (AB) puis trois points C, D et E d'un même côté de (AB). Construis le triangle CDE.
- Construis les points C', D' et E', symétriques respectifs des points C, D et E par rapport à la droite (AB). Construis le triangle C'D'E'.
- Déplace les points pour que les deux triangles se superposent complètement. Que peux-tu dire alors de la droite (AB) pour ce triangle ?
- Conjecture alors la nature d'un triangle qui a un axe de symétrie.



Activité 5 : Quadrilatères et axes de symétrie

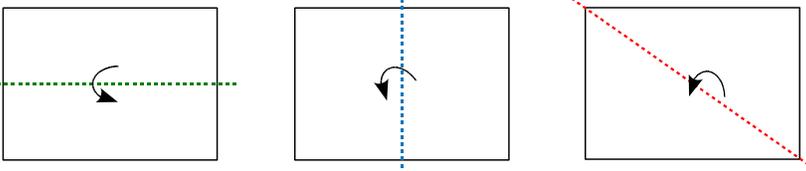
1. Losange

- Construis un losange ROSE et trace ses axes de symétrie qui sont sécants en P. Que représentent-ils pour le losange ROSE ?
- Que dire des longueurs RP et PS ? Puis de EP et PO ? Justifie.
- Que dire des droites (RS) et (OE) ? Justifie.
- Que peux-tu en déduire pour les diagonales d'un losange ?



2. Rectangle

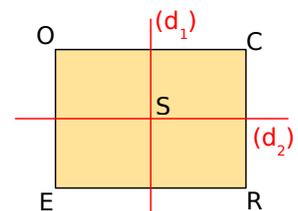
- Prends une feuille rectangulaire (type A4) et plie-la comme indiqué ci-dessous.



- Que représentent les plis vert et bleu pour le rectangle ?

- Qu'en est-il du pli rouge ? Pourquoi ?

- Construis un rectangle OCRE et trace ses axes de symétrie qui sont sécants en S.
- Que dire des longueurs OS et SC ? Justifie.
- Quelles autres égalités de longueur peux-tu écrire ? Justifie.
- Que peut-on en déduire pour les diagonales d'un rectangle ?



3. Carré

- Un carré est-il un losange particulier ? Un rectangle particulier ? Justifie.
- Déduis-en le nombre d'axes de symétrie d'un carré.
- Trace un carré VERT et tous ses axes de symétrie.
- Que peut-on en déduire pour les diagonales d'un carré ?

Méthode 1 : Repérer un axe de symétrie d'une figure

À connaître

On dit qu'une figure admet un **axe de symétrie** quand son symétrique par rapport à cet axe est elle-même.

Exemple : Ces figures ont-elles un (ou des) axe(s) de symétrie ?



 <p>Cette figure a un axe de symétrie.</p>	 <p>Cette figure n'a pas d'axe de symétrie.</p>	 <p>Toute droite passant par le centre des deux cercles est un axe de symétrie de cette figure.</p>
---	--	--

Exercice « À toi de jouer »

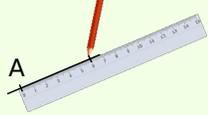
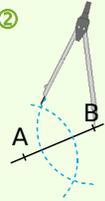
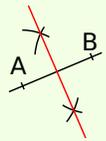
1 Reproduis les lettres suivantes de l'alphabet : A ; C ; F ; H ; M ; N ; Q.
Trace leur(s) axe(s) de symétrie si elles en ont.

Méthode 2 : Construire médiatrice et bissectrice au compas

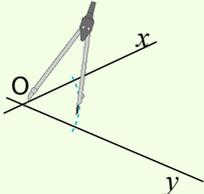
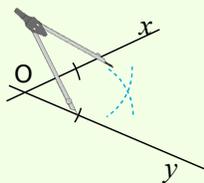
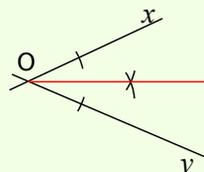
À connaître

La **médiatrice** d'un segment est un axe de symétrie de ce segment.
La **bissectrice** d'un angle est l'axe de symétrie de cet angle.

Exemple 1 : Trace un segment [AB] de longueur 6 cm. Construis sa médiatrice au compas.

<p>①</p> 	<p>②</p> 	<p>③</p> 	<p>① On trace le segment [AB]. ② On trace deux arcs de cercle de centres A et B, de même rayon. (On choisit un rayon suffisamment grand pour que ces arcs se coupent en deux points.) ③ La médiatrice de [AB] est la droite qui passe par ces deux points.</p>
--	--	--	--

Exemple 2 : Trace un angle \widehat{xOy} . Construis sa bissectrice au compas.

 <p>Au compas, on trace un arc de cercle de centre O qui coupe chaque côté de l'angle en un point.</p>	 <p>On trace deux arcs de cercle de même rayon ayant ces deux points pour centres. Ces arcs se coupent en un point.</p>	 <p>La bissectrice de l'angle \widehat{xOy} est la demi-droite d'origine O passant par ce point.</p>
---	--	--

Exercice « À toi de jouer »

- 2 Trace un triangle LAS tel que $AS = 3$ cm, $LA = 8$ cm et $LS = 6$ cm. Au compas, trace en rouge la médiatrice du côté $[AS]$ et en vert la bissectrice de l'angle \widehat{LAS} .

Méthode 3 : Utiliser les axes de symétrie des figures usuelles

À connaître

Un **triangle isocèle** a un axe de symétrie qui est à la fois la médiatrice de sa base et la bissectrice de l'angle au sommet principal.

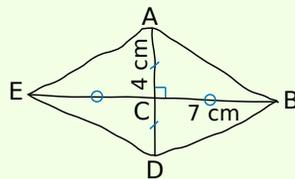
Un **triangle équilatéral** a trois axes de symétrie qui sont à la fois les médiatrices de ses côtés et les bissectrices de ses angles.

Un **rectangle** a deux axes de symétrie qui sont les médiatrices de ses côtés.

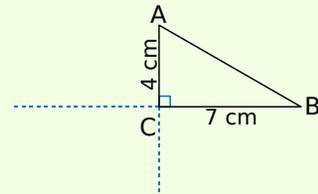
Un **losange** a deux axes de symétrie qui sont ses diagonales.

Un **carré** a quatre axes de symétrie qui sont les médiatrices de ses côtés et ses diagonales (Un carré est à la fois un rectangle et un losange).

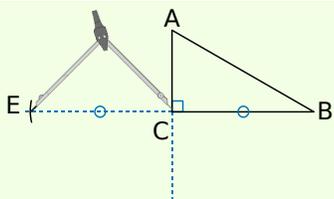
Exemple : Construis un losange ABDE de centre C tel que $AC = 4$ cm et $BC = 7$ cm.



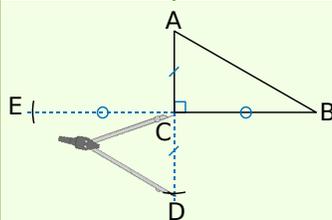
On fait une figure à main levée sachant que les diagonales d'un losange sont perpendiculaires et se coupent en leur milieu.



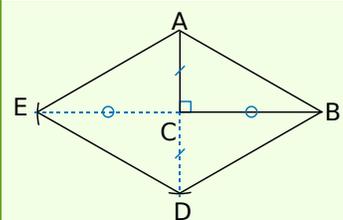
On trace un triangle ABC rectangle en C et on prolonge les côtés de l'angle droit qui sont les diagonales du losange.



On reporte la longueur CB au compas pour obtenir le point E.



On reporte la longueur AC au compas pour obtenir le point D.

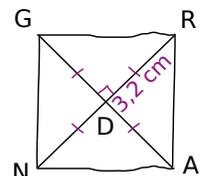
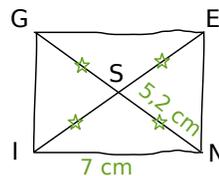
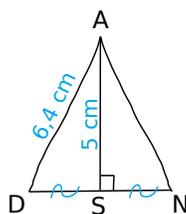


Il ne reste plus qu'à relier les sommets du losange.

Exercices « À toi de jouer »

- 3 Construis un losange ABCD de centre O tel que $AC = 7$ cm et $\widehat{OAB} = 66^\circ$.

- 4 Construis ces figures en vraie grandeur.

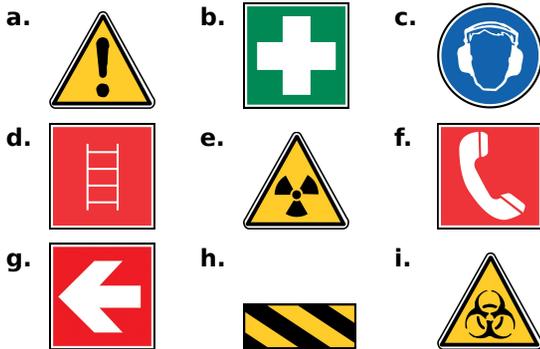




Axes de symétrie

1 Hygiène et sécurité

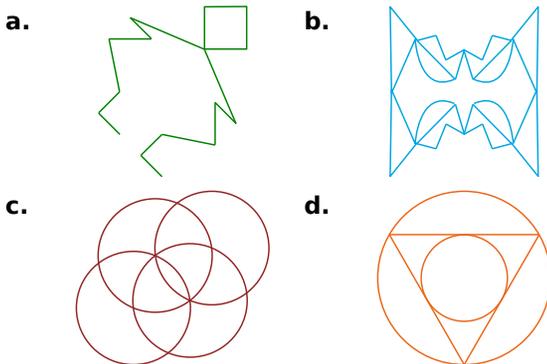
Pour chaque panneau, indique s'il admet ou non un (ou des) axe(s) de symétrie. Quand c'est le cas, précise leur nombre et leur position.



(Source : www.inrs.fr)

2 Axes à trouver

Sur les figures suivantes, trouve le(s) axe(s) de symétrie s'il(s) existe(nt).



3 Le code de la route

Cherche des panneaux du code de la route :

- qui n'ont pas d'axe de symétrie ;
- qui ont un seul axe de symétrie ;
- qui ont deux axes de symétrie ;
- qui ont plusieurs axes de symétrie ;
- qui ont une infinité d'axes de symétrie.

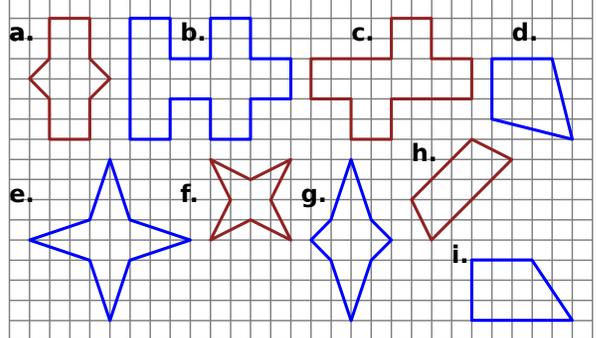
4 Les chiffres

Reproduis les chiffres écrits comme ci-dessous puis trace leur(s) axe(s) de symétrie s'ils en ont.



5 Avec un quadrillage

Reproduis les figures sur papier quadrillé puis trace leur(s) axe(s) de symétrie si elles en ont.



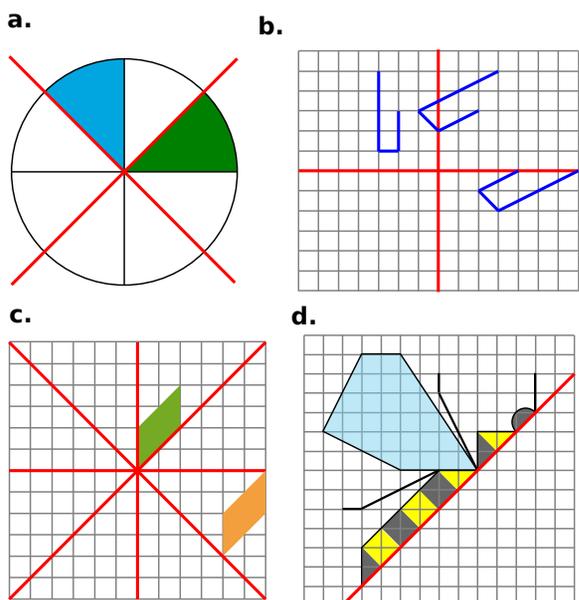
6 Le jeu des erreurs

La figure ci-dessous devrait avoir un axe de symétrie mais 15 erreurs se sont glissées. Retrouve-les.



(Source : fr.wikipedia.org/wiki/Jeu_des_erreurs)

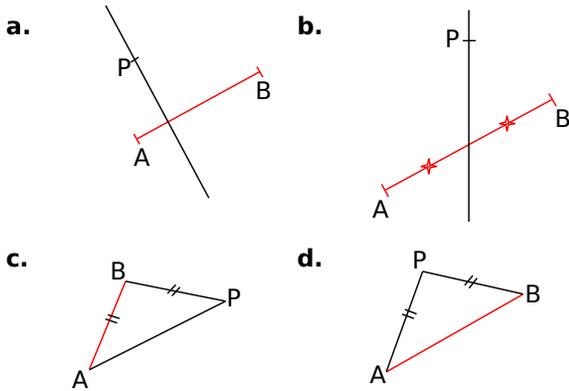
7 Reproduis puis termine ces figures pour que les axes rouges soient leurs axes de symétrie.



Médiatrices

8 Reconnaître

Sur chacune des figures ci-dessous, indique si P est sur la médiatrice de [AB]. Justifie ta réponse.



9 Construction

- Trace un segment [AB] de longueur 6 cm.
- Construis la médiatrice (d) du segment [AB] au compas.
- Place un point M sur (d) à 7 cm de A.
- Quelle est la longueur de [BM] ? Tu la justifieras en utilisant une propriété.

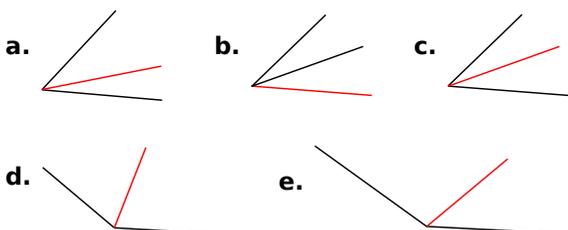
10 Concours de médiatrices

- Place trois points A, B et C non alignés.
- Trace sans l'équerre les médiatrices des segments [AB], [AC] et [BC].
- Que constates-tu ?

Bissectrices

11 Reconnaître

Pour quelle(s) figure(s) la demi-droite rouge semble être la bissectrice de l'angle ?



12 Bissectrice et construction

Dans chaque cas, trace un angle dont la mesure est donnée puis construis sa bissectrice au compas.

- $\widehat{ABC} = 32^\circ$
- $\widehat{UST} = 180^\circ$
- $\widehat{ZXY} = 67^\circ$
- $\widehat{WZD} = 90^\circ$
- $\widehat{PRT} = 127^\circ$
- $\widehat{LKI} = 154^\circ$

13 Mesure d'angles

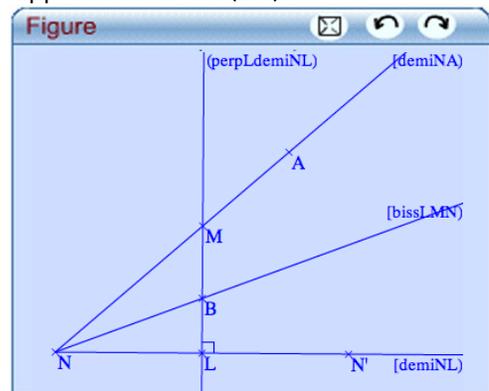
- Trace un angle \widehat{EDF} qui mesure 28° .
- Construis la bissectrice de \widehat{EDF} et place un point G sur celle-ci.
- Calcule la mesure de l'angle \widehat{GDF} . Justifie.
- Reprends les questions précédentes avec un angle de 133° .

14 Triangle

- Trace un triangle UST tel que $UT = 3$ cm ; $US = 5$ cm et $ST = 7$ cm.
- Construis les bissectrices des angles \widehat{UST} , \widehat{UTS} et \widehat{TUS} .
- Que constates-tu ?

15 Avec TracenPoche

- Trace un angle de sommet N. Place un point L sur l'un des côtés de l'angle. Trace la droite perpendiculaire en L à (LN). Elle coupe le deuxième côté de l'angle en M.
- Construis la bissectrice de l'angle \widehat{LNM} . Elle coupe [LM] en B. Trace le symétrique N' de N par rapport à la droite (LM).



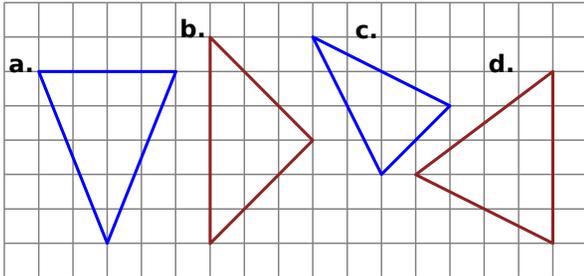
- Dans la fenêtre *Analyse*, fais afficher la mesure des angles \widehat{LNM} et $\widehat{LN'M}$? Que remarques-tu ? Justifie-le.
- Trace la bissectrice de l'angle $\widehat{LN'M}$? Que remarques-tu ? Justifie-le.



Triangles

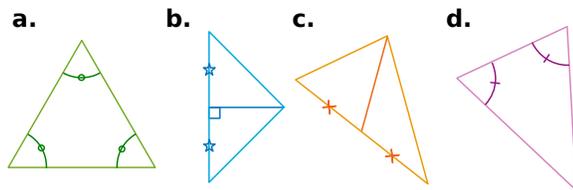
16 Dans un quadrillage

Reproduis les triangles isocèles sur papier quadrillé puis trace leur axe de symétrie.



17 Reconnaître

Donne, en justifiant, la nature de chacun des triangles s'il est particulier.



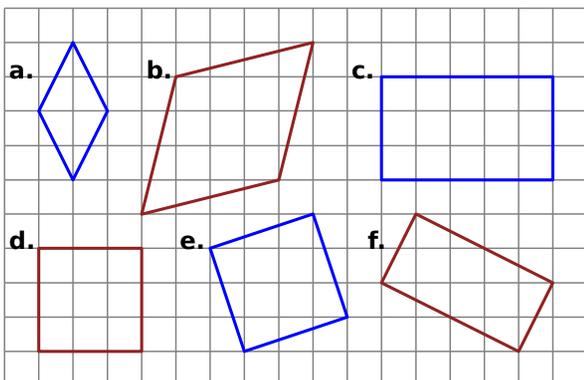
18 Propriété

- Construis un cercle de centre O et de rayon 3,5 cm. Place un point A sur ce cercle. Place un point B sur ce cercle tel que $\widehat{OAB} = 20^\circ$.
- Quelle est la nature de OAB ? Justifie.
- Quelle est la mesure de \widehat{OBA} ? Justifie.

Quadrilatères

19 Dans un quadrillage

Reproduis puis trace les axes de symétrie.

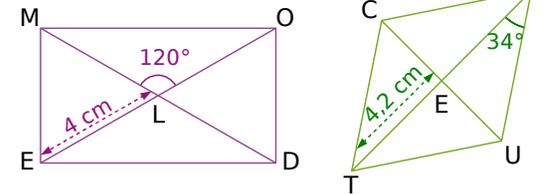


20 Constructions

- Construis un losange RSTU tel que $RT = 8$ cm et $SU = 3,2$ cm.
- Construis un carré IJKL tel que $IK = 6,4$ cm.

21 Constructions (bis)

Trace en vraie grandeur le rectangle MODE et le losange CHUT.



22 Reconnaître (bis)

Conjecture la nature de chaque quadrilatère ABCD.

fig.1

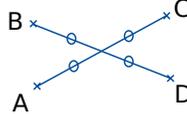


fig.2

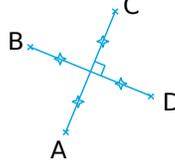
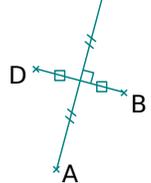


fig.3



23 Deux droites sécantes et un cercle

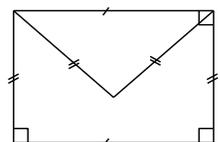
- Trace deux droites (d) et (d') sécantes en O sans qu'elles soient perpendiculaires. Place un point A sur (d). Trace le cercle de centre O, de rayon OA. Il recoupe (d) en A' et (d') en B et B'.
- Quelle semble être la nature du quadrilatère ABA'B' ? Et si (d) et (d') sont perpendiculaires ?

24 Une droite et un point

- Trace une droite (d) et place un point R qui n'appartient pas à (d).
- Construis un carré de sommet R ayant pour axe de symétrie la droite (d). Combien y a-t-il de solution ?

25 Une enveloppe plus grande

- Construis une figure trois fois plus grande en utilisant uniquement ta règle non graduée et ton compas.



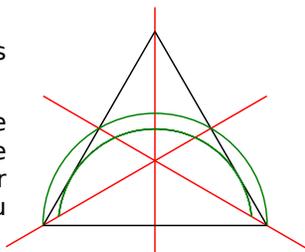
- Complète la figure en traçant le minimum de segments pour qu'elle admette exactement deux axes de symétrie.

26 À partir d'un triangle équilatéral

a. Trace un triangle équilatéral de 8 cm de côté.

b. Construis ses trois axes de symétrie.

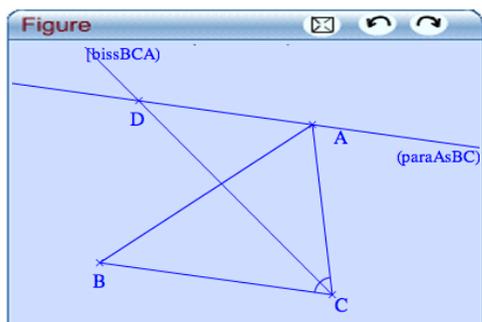
c. Reproduis les arcs de cercle verts de la figure ci-contre. (Ils ont pour centre le milieu du côté.)



d. Termine cette figure pour que les axes rouges soient les axes de symétrie de la figure.

27 Avec TracenPoche

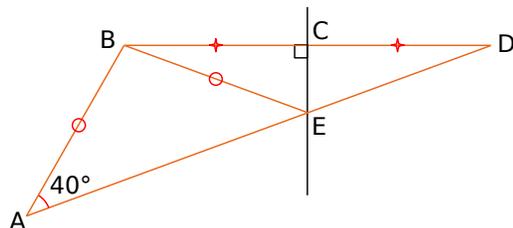
a. Construis un triangle ABC. Trace la bissectrice de l'angle \widehat{ACB} . Trace la droite parallèle à (BC) passant par A. Elle coupe la bissectrice en D.



b. Fais afficher la mesure des angles \widehat{ADC} et \widehat{ACD} .

c. Que peux-tu conjecturer pour la nature du triangle ADC ? Pourquoi ?

28 Petites démonstrations



B, C et D sont alignés ainsi que A, E et D.

a. Que représente la droite (CE) pour le segment [BD] ? Justifie.

b. Que dire du triangle BDE ? Pourquoi ?

c. Que dire de la droite (CE) pour l'angle \widehat{BED} ?

d. Quelle est la mesure de l'angle \widehat{BEA} ?

e. Déduis-en la mesure de l'angle \widehat{DEC} .

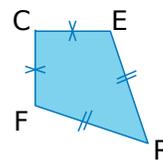
29 Triangles et cercle

a. Construis un triangle LAC isocèle en C tel que $LA = 3$ cm et $LC = 5$ cm.

b. Trace le cercle de centre C passant par A. Que constates-tu ? Justifie-le.

c. Existe-t-il un triangle ABC équilatéral tel que B appartienne à ce cercle ? Tu justifieras ta réponse et, si c'est possible, tu feras la (les) construction(s).

30 Cerf-volant



a. On considère le dessin ci-contre. Reproduis une figure similaire sur ton cahier.

b. Trace les diagonales du quadrilatère CERF. Elles sont sécantes en V.

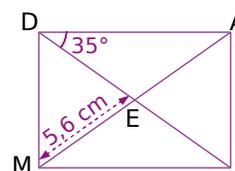
c. Que dire de la droite (CR) pour le segment [EF] ? Justifie.

d. Déduis-en que le point V est le milieu de [EF].

e. Qu'en déduis-tu pour les diagonales de ce quadrilatère ? Justifie.

31 De l'analyse à la construction

On considère le rectangle DAIM. Pour les questions a. à e., justifie la réponse.



a. Quelle est la mesure de l'angle \widehat{EDM} ?

b. Quelle est la nature du triangle DEM ?

c. Déduis-en la mesure de l'angle \widehat{EMD} .

d. Quelle est la longueur du segment [EA] ?

e. Quelle est la longueur du segment [DI] ?

f. Écris un programme de construction de cette figure puis trace-la en vraie grandeur.

32 Quadrilatères inscrits dans un cercle

a. Trace un cercle de centre O et de rayon 5 cm. Trace deux diamètres perpendiculaires qui coupent le cercle en quatre points formant le quadrilatère RIEN. Conjecture sa nature.

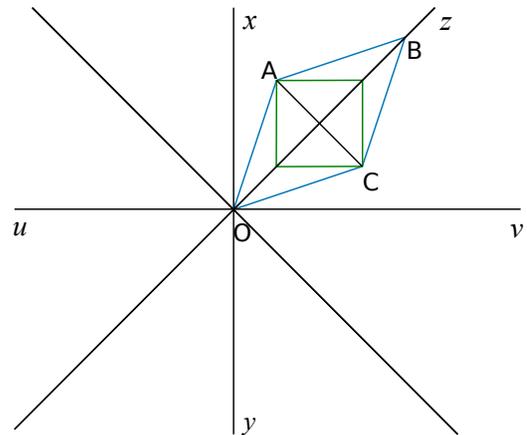
b. Construis les médiatrices de [NO] et de [OI]. Elles coupent le cercle en quatre points formant le quadrilatère TOUS. Conjecture sa nature.

c. Les médiatrices coupent [NI] en deux points M et A. Conjecture la nature de ARME.



33 Figure à construire

- Trace deux droites perpendiculaires (xy) et (uv) sécantes en O .
- Construis les bissectrices des angles \widehat{xOv} , \widehat{uOx} , \widehat{yOu} et \widehat{vOy} . Soit $[Oz)$, celle de \widehat{xOv} .
- Trace le losange $OABC$ tel que B appartienne à $[Oz)$, $OB = 10$ cm et $AC = 5$ cm.
- Construis le carré de diagonale $[AC]$.
- Termine le dessin pour que les droites (xy) et (uv) soient des axes de symétrie de la figure.
- Colorie à ta convenance.



Travailler en groupe

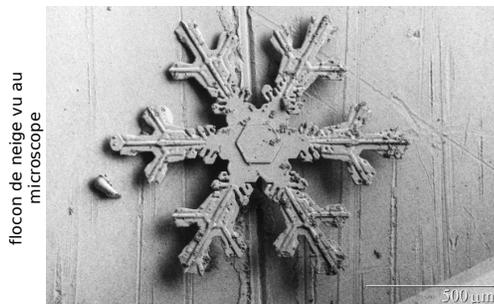


1 À la recherche de la symétrie

L'objectif de ce travail de groupe est de construire une belle affiche, présentant des images trouvées sur Internet en lien avec un thème sur la symétrie axiale.

Chaque groupe choisit un thème parmi :

- la symétrie dans la nature (biologie, géologie...);



- la symétrie dans la peinture et la sculpture (œuvres classiques ou contemporaines, dessins...);
- la symétrie et les différents logos (publicitaires, écussons, drapeaux...);
- la symétrie dans un jeu comme le billard ou en optique (réflexion de la lumière);
- la symétrie et les mosaïques ou pavages;
- la symétrie et la musique (partitions symétriques...).

Répartissez-vous le travail pour réaliser l'affiche la plus jolie et la plus complète possible.

2 Construction d'une frise

Les frises sont des bandes décoratives sur lesquelles un dessin est répété régulièrement.

- Recherchez ou photographiez des images de frises. Essayez de trouver un moyen de les classer par catégorie.
- Parmi les frises suivantes, quelles sont celles qui admettent un ou des axes de symétrie ?



- Recherchez les sept familles de frises qui existent. Parmi celles-ci, trois nécessitent uniquement des symétries axiales. Choisissez chacun un motif simple différent (géométrique ou pas) et tracez une frise appartenant à chacune de ces trois familles.

- Maintenant, vous allez choisir un motif plus complexe et vous répartir le travail pour construire une longue et belle frise appartenant à la famille que vous voulez.

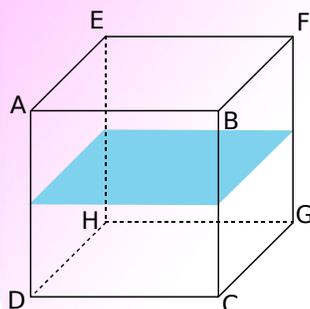
		R1	R2	R3	R4
1	Quelles sont les affirmations exactes ?	Un cercle a une infinité d'axes de symétrie	Un carré a exactement deux axes de symétrie	Un triangle qui a un axe de symétrie est isocèle	Un triangle peut avoir plus de trois axes de symétrie
2	Parmi ces panneaux, quels sont ceux qui ont au moins un axe de symétrie ?				
3	Parmi ces figures, quelle(s) est (sont) celle(s) pour qui toutes les droites rouges sont des axes de symétrie ?				
4		(d) est la médiatrice de [BC]	(d) est la médiatrice de [AC]	(d') est la médiatrice de [AB]	(d') est la médiatrice de [AC]
5	Si Z appartient à la médiatrice de [ST] alors...	$ST = ZT$	$ZS = ZT$	$ZS = TS$	$TZ = SZ$
6	Quelles sont les affirmations exactes ?	La bissectrice d'un angle coupe cet angle en deux angles égaux	La médiatrice d'un segment est le seul axe de symétrie de ce segment	La bissectrice d'un angle est l'axe de symétrie de cet angle	La médiatrice d'un segment est l'ensemble des points équidistants d'une de ses extrémités
7	Dans quel(s) cas est-on sûr que la droite rouge est la bissectrice de l'angle ?				

Récréation mathématique

Plans de symétrie

Dans l'espace, on peut généraliser la notion d'axe de symétrie avec celle de « plan de symétrie ».

Dans le cube ci-dessous, on a dessiné un plan de symétrie.



a. Combien le cube a-t-il de plans de symétrie différents ?

b. Et pour un pavé droit dont les trois dimensions sont distinctes (aucune face carrée) ?

Chiffres magiques...

Christophe et Thomas sont deux frères qui aiment dessiner sur les vitres des fenêtres. Voici comment ils écrivent les dix chiffres :



a. Christophe écrit un nombre de deux chiffres. Son frère le lit de l'autre côté de la fenêtre et constate que c'est le même nombre. Quelles sont les possibilités ?

b. À son tour, Thomas écrit un nombre de deux chiffres. Quand Christophe le lit de l'autre côté, Thomas lui dit qu'il y a une différence de 57 entre les deux nombres. Quels sont-ils ?