



Narration de recherche

On dispose de deux cercles et d'un rectangle, tous de dimensions quelconques. Comment pourrais-tu les placer les uns par rapport aux autres, pour obtenir le maximum de points d'intersection entre eux ?

Activité 1 : Une première approche

1. À vue d'œil

- À vue d'œil, indique des droites qui te semblent former un **angle droit**.
- Cite des couples de droites qui se coupent. Comment les appelle-t-on ?
- Cite des couples de droites qui semblent ne pas se couper. Comment les appelle-t-on ?

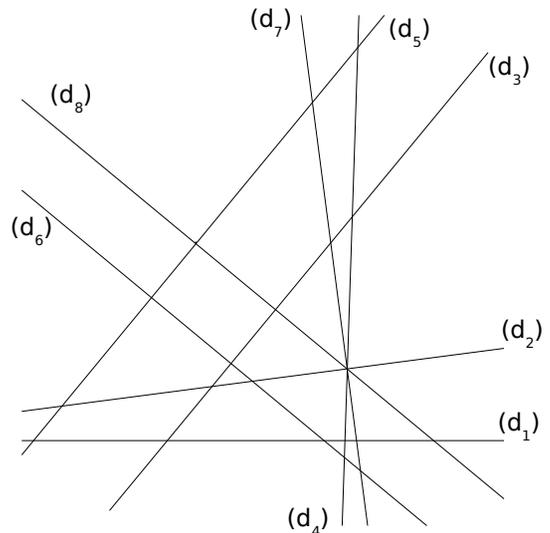
2. Avec des symboles

- Sous la figure, il est noté :

$$\ll (d_8) \perp (d_5) \text{ et } (d_8) \parallel (d_6). \gg$$

Que veulent dire les symboles \perp et \parallel ?

- En utilisant les droites du dessin, écris d'autres relations de ce type.
- Comment pourrait-on inscrire ces informations directement sur la figure ?



3. À toi de jouer

Voici un autre énoncé :

- Place trois points A, B et C non alignés.
- Trace une droite (d) telle que : $(d) \parallel (AB)$ et $C \in (d)$.
- Trace une droite (d') telle que : $(d') \perp (AB)$ et $C \in (d')$.

Réalise ce tracé à main levée et code le dessin.

Activité 2 : Repérer des droites perpendiculaires

1. Éric a oublié son équerre !

« Pas de souci, lui dit son professeur, prends une feuille blanche non quadrillée. Tu devrais pouvoir obtenir un angle droit en pliant deux fois cette feuille. »

Réalise une telle équerre.

Qu'obtiens-tu si tu déplies ta feuille ?

2. Éric utilise sa nouvelle équerre...

Éric doit replacer l'équerre dans la position qui a permis de construire les droites (d_4) et (d_7) .

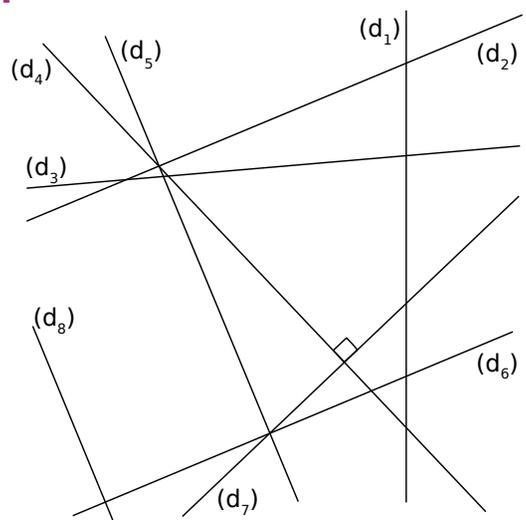
Place l'équerre dans cette position.

Trouve alors un autre couple de droites **perpendiculaires** sur cette figure en t'aidant de ton équerre.

3. Utilisation de l'équerre d'Éric

Trace deux droites sécantes (d) et (d') .

À l'aide de l'équerre que tu as fabriquée, construis une droite perpendiculaire à (d) et une autre perpendiculaire à (d') . Tu n'oublieras pas d'ajouter les codages nécessaires.



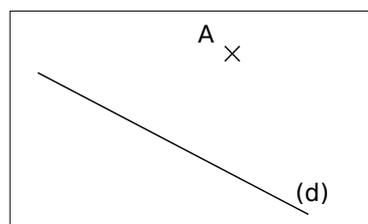
Activité 3 : Droites parallèles

1. Deux droites perpendiculaires

- Place deux points A et B.
- Trace une droite (d) ne passant ni par A, ni par B et qui coupe (AB).
- Trace (d₁) la perpendiculaire à (d) passant par A, puis la droite (d₂) perpendiculaire à (d₁) passant par B. Que remarques-tu ?
- Trace (d₃) la perpendiculaire à (d) passant par B et (d₄) la perpendiculaire à (d₃) passant par A.
Que peux-tu dire de (d₂) et (d₄) ?
Quelles autres remarques du même type peux-tu faire ?

2. Construction à la règle et à l'équerre

La première vignette d'une bande dessinée est représentée ci-contre. On y a placé une droite (d) et un point A n'appartenant pas à (d). Complète cette bande dessinée pour expliquer comment, à l'aide de la règle et de l'équerre, tu traces la **parallèle** à (d) passant par A.



Activité 4 : Des triangles rectangles et des rectangles

1. Un triangle rectangle

Avec le logiciel TracenPoche, on va tracer ABC, un **triangle rectangle** en A.

- Pour cela, trace un segment [AB] avec le bouton .
- Trace la perpendiculaire (d) à (AB) passant par A avec le bouton .
- Place un point C sur la droite (d) distinct de A en utilisant le bouton .
- Termine ta construction en reliant les points à l'aide du bouton  et en rendant les droites invisibles avec le bouton .

2. Des quadrilatères particuliers

Construis, à l'aide de TracenPoche, un ou plusieurs exemples des quadrilatères suivants. Tu auras notamment besoin du bouton  qui permet de placer le point d'intersection de deux objets.

- Un quadrilatère ayant exactement un angle droit.
- Un quadrilatère ayant exactement deux angles droits.
- Un quadrilatère ayant exactement trois angles droits.
- Que remarques-tu ?

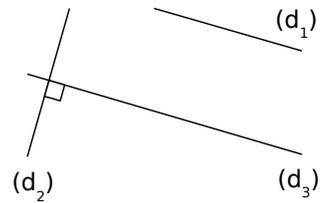
3. Un rectangle

Construis maintenant un **rectangle** EFGH en t'inspirant de la méthode utilisée dans le 2. Tu t'assureras que ta construction reste valable en déplaçant les sommets de ton rectangle.

Activité 5 : Une propriété

1. Sur le papier

Reproduis sur ton cahier la figure ci-contre, où (d_1) et (d_3) sont parallèles.
Que peux-tu dire des droites (d_2) et (d_1) ?



2. Avec TracenPoche

- Construis une droite en utilisant le bouton . Renomme-la (d_1) avec le bouton .
- Trace une droite parallèle à (d_1) en utilisant le bouton . On la note (d_3) .
- Avec le bouton , construis une droite (d_2) perpendiculaire à (d_3) . Que remarques-tu ?
- Déplace les points de ta figure. Ta remarque reste-t-elle valable ?
- Complète la fenêtre Analyse comme ci-contre, puis valide ta saisie en appuyant sur la touche F9. Que se passe-t-il ?

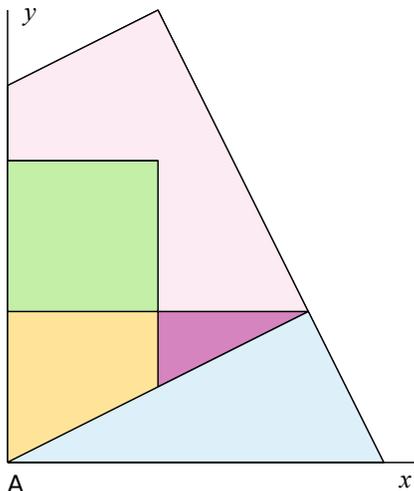
Analyse

position(d1,d2)=

3. Vers une propriété

Écris sur ton cahier la propriété que tu as conjecturée dans les questions précédentes.

Activité 6 : Puzzle de Sam Lloyd



1. Construction du puzzle

- Construis deux demi-droites perpendiculaires $[Ax)$ et $[Ay)$, puis trace le cercle de centre A et de rayon 7,5 cm. Il coupe $[Ax)$ en B et $[Ay)$ en C.
- Sur $[AC]$, place les points E et F tels que $AE = EF = 3$ cm.
- Trace la perpendiculaire à (AE) passant par E et place les points G et H sur cette droite tels que : $EG = GH = 3$ cm.
- Trace (BH) , puis la perpendiculaire à (BH) passant par C. Elle coupe (BH) en J.
- Trace $[AH]$.
- Trace la droite (d_1) perpendiculaire à (AE) passant par F, puis la perpendiculaire à (EH) passant par G qui coupe $[AH]$ en I et (d_1) en K.

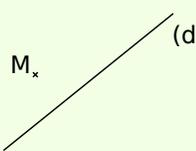
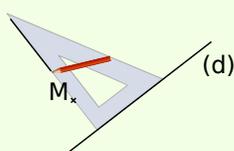
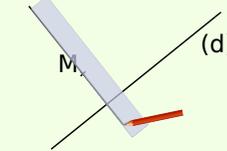
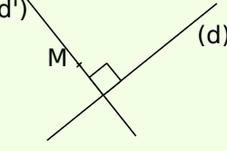
Gomme les traits de construction afin de ne conserver que ceux du modèle ci-dessus.
Découpe les cinq pièces du puzzle.

2. Utilisation du puzzle

Utilise toutes les pièces du puzzle pour former un carré, un rectangle, un triangle rectangle et un parallélogramme.
Construis une solution sur ton cahier pour chacune des formes demandées.

Méthode 1 : Construire la perpendiculaire à une droite passant par un point

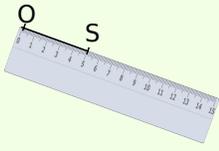
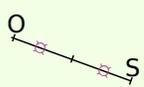
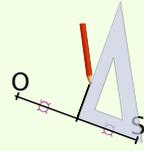
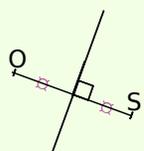
Exemple 1 : Trace une droite (d) et place un point M n'appartenant pas à la droite (d). Trace la droite (d') perpendiculaire à la droite (d) passant par le point M.

 <p>On trace une droite (d) et on place un point M.</p>	 <p>On place l'un des côtés de l'angle droit de l'équerre sur la droite (d) et l'autre côté sur M.</p>	 <p>On prolonge la droite à la règle.</p>	 <p>On nomme la droite (d') et on code l'angle droit par un carré.</p>
--	---	---	---

À connaître

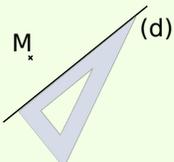
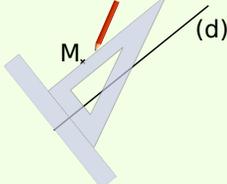
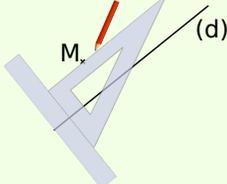
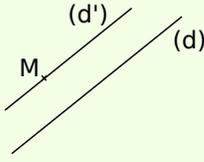
La **médiatrice** d'un segment est la droite qui coupe ce segment perpendiculairement en son milieu.

Exemple 2 : Trace un segment [OS] de longueur 5 cm puis sa médiatrice.

 <p>On trace un segment [OS]. <i>(dessins suivants agrandis)</i></p>	 <p>On place son milieu et on le code.</p>	 <p>On trace la droite perpendiculaire au segment qui passe par ce milieu.</p>	 <p>On code l'angle droit par un carré.</p>
---	---	--	--

Méthode 2 : Construire la parallèle à une droite passant par un point

Exemple : Trace une droite (d) et place un point M n'appartenant pas à la droite (d). Trace la droite (d') parallèle à la droite (d) passant par le point M.

 <p>On trace une droite (d) et on place un point M.</p>	 <p>On place l'un des côtés de l'angle droit de l'équerre sur la droite (d).</p>	 <p>On fait coulisser l'équerre le long de la règle, jusqu'au point M, sans bouger la règle.</p>	 <p>On trace ainsi la droite (d').</p>
--	--	--	---

Exercice « À toi de jouer »

- 1 Construis un triangle BOF isocèle en O tel que $BO = 7$ cm et $BF = 4$ cm. Construis, en rouge, la perpendiculaire à [OF] passant par B. Construis, en vert, la parallèle à [BO] passant par F. Construis, en bleu, la médiatrice du segment [BO].

Méthode 3 : Construire un triangle rectangle

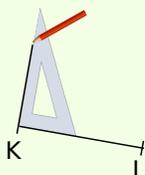
Exemple : Construis un triangle KHI rectangle en K tel que $KI = 5$ cm et $HI = 7$ cm.

On trace un segment [KI] de longueur 5 cm.



(dessins suivants agrandis)

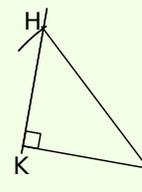
On trace la droite perpendiculaire en K à (KI) et on code l'angle droit.



On trace un arc de cercle de centre I et de rayon 7 cm coupant la perpendiculaire en H.



On trace le segment [HI].

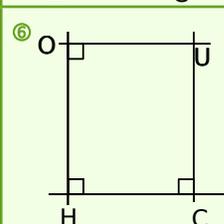
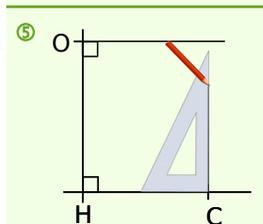
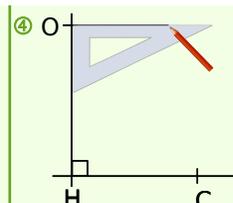
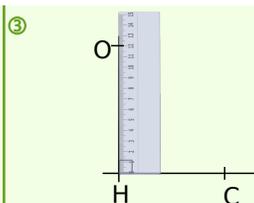
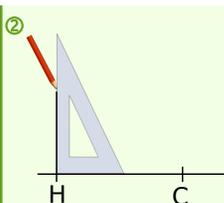
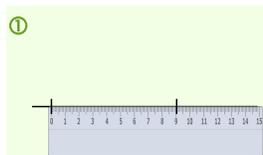


Exercices « À toi de jouer »

- 2 Construis un triangle MDR rectangle en D tel que $MD = 4,2$ cm et $DR = 7,1$ cm.
 3 Construis un triangle ILE rectangle en E tel que $EL = 6,4$ cm et $LI = 9,3$ cm.

Méthode 4 : Construire un rectangle dont on connaît la longueur de ses côtés

Exemple : Construis un rectangle CHOU tel que $CH = 9$ cm et $HO = 12$ cm.



- ① On trace un segment [CH] ;
- ② On trace la perpendiculaire à ce segment en H ;
- ③ On place un point O sur cette perpendiculaire tel que $HO = 12$ cm ;
- ④ On trace la perpendiculaire à (OH) en O ;
- ⑤ On trace la perpendiculaire à (CH) en C ;
- ⑥ Ces deux droites se coupent en U.

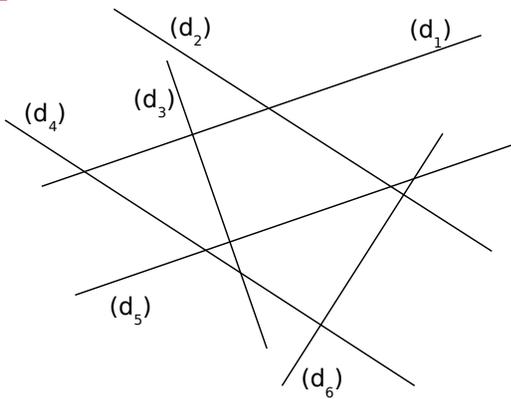
Exercice « À toi de jouer »

- 4 Construis un rectangle ITOU tel que $IT = 5,7$ cm et $TO = 43$ mm.



Positions de droites

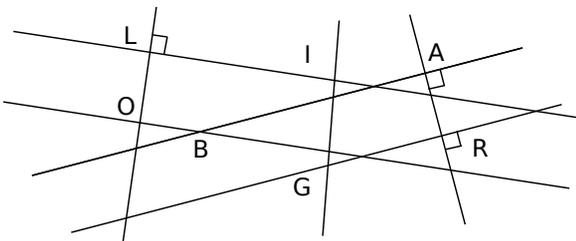
1 Position de droites



Observe la figure ci-dessus et note sur ton cahier :

- le nom des droites qui **te semblent** perpendiculaires ;
- le nom des droites qui sont sécantes mais non perpendiculaires ;
- le nom des droites qui **te semblent** parallèles.

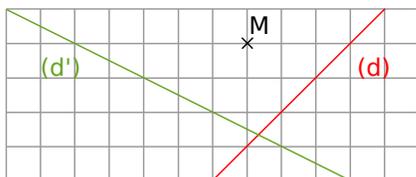
2 Position de droites (bis)



- Quelles sont les droites qui sont sûrement perpendiculaires ?
- Quelle semble être la position relative des droites (BA) et (GR) ?

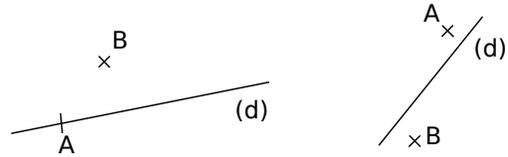
3 Quadrillage

Reproduis une figure similaire à celle ci-dessous. Trace, à la règle, la droite (d_1) perpendiculaire à la droite (d) passant par le point M et la droite (d_2) parallèle à la droite (d') passant par M.



4 Constructions

a. Reproduis sur une feuille blanche les deux figures ci-dessous.



b. Pour chacune des figures, trace :

- la droite (d') perpendiculaire à (d) et passant par B ;
 - la droite (d'') perpendiculaire à (d) et passant par A.
- c. Que peux-tu dire des droites (d') et (d'') ?

5 Hauteurs d'un triangle

a. Construis un triangle BON tel que $BO = 68$ mm, $BN = 62$ mm et $NO = 45$ mm.

b. Trace :

- en noir, la perpendiculaire à (BN) passant par O ;
- en rouge, la perpendiculaire à (NO) passant par B ;
- en vert, la perpendiculaire à (BO) passant par N. Que remarques-tu ?

c. Les trois perpendiculaires tracées sont appelées les hauteurs du triangle. Quelle est la définition d'une hauteur dans un triangle ?

6 Constructions (bis)



a. Reproduis la figure ci-dessus sur papier blanc.

- Trace (d') , la parallèle à (d) passant par A.
- Trace (d'') , la parallèle à (d) passant par B.
- Que peux-tu dire des droites (d') et (d'') ?

7 Un quadrilatère

- Place trois points L, I et N non alignés.
- Trace (d) , la parallèle à (LI) passant par N.
- Trace (d') , la parallèle à (LN) passant par I.
- Place O à l'intersection des droites (d) et (d') .
- Quelle est la nature du quadrilatère LION ?

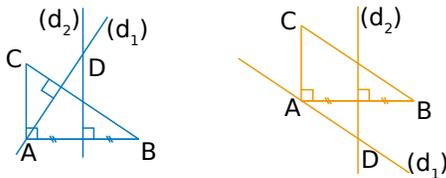
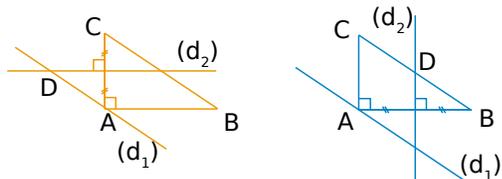


16 Dans chaque cas, fais une figure à main levée puis réalise la figure en grandeur réelle.

- Trace un triangle FIN rectangle en F tel que $FI = 5 \text{ cm}$ et $NF = 6 \text{ cm}$.
- Trace un triangle TRS rectangle en S tel que $TS = 72 \text{ mm}$ et $SR = 85 \text{ mm}$.
- Trace un triangle GLU rectangle en L tel que $LG = 8 \text{ cm}$ et $GU = 10 \text{ cm}$.

17 Quelle figure correspond au programme de construction suivant ? Justifie ta réponse.

- Construis un triangle ABC rectangle en A.
- Construis (d_1) la parallèle à (BC) passant par A.
- Construis (d_2) la médiatrice du segment $[AB]$.
- Place D le point d'intersection des droites (d_1) et (d_2) .



Rectangles

18 Des rectangles

Dans chaque cas, fais une figure à main levée puis réalise la figure en grandeur réelle.

- Construis un rectangle LOUP tel que $LO = 8 \text{ cm}$ et $LP = 6 \text{ cm}$.
- Construis un rectangle NUIT tel que $UI = 95 \text{ mm}$ et $IT = 112 \text{ mm}$.

19 D'autres rectangles

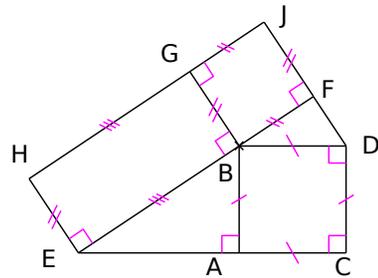
- Construis un rectangle ABCD tel que $AB = 7,5 \text{ cm}$ et $AD = 4,8 \text{ cm}$. Construis des points E et F tels que DBEF soit un rectangle et $BE = 5 \text{ cm}$.
- Construis un rectangle GRIS tel que $GR = 9 \text{ cm}$ et $GI = 12 \text{ cm}$.
- Construis un rectangle LUNE tel que $LU = 76 \text{ mm}$ et $LN = 1,6 \text{ dm}$.

20 Des carrés

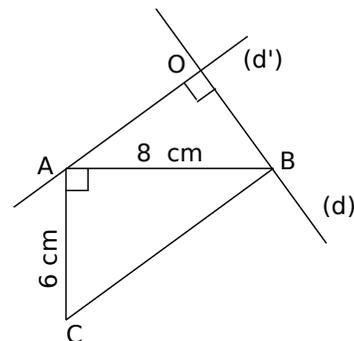
- Construis un carré BLEU de côté 4 cm .
- Construis un carré LUNA de côté $6,2 \text{ cm}$.

21 Des triangles et des quadrilatères

Précise le nom et la nature des triangles et des quadrilatères qui sont tracés sur la figure ci-dessous. Justifie tes réponses.



22 Demandez le programme



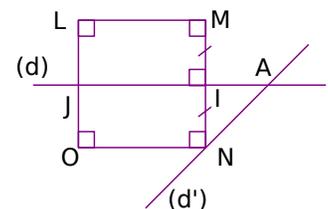
Remets les consignes du programme de construction dans l'ordre.

- Trace la droite (d') parallèle à (BC) passant par A.
- Nomme O le point d'intersection de (d) et (d') .
- Trace un triangle ABC rectangle en A, tel que $AB = 8 \text{ cm}$ et $AC = 6 \text{ cm}$.
- Trace la droite (d) perpendiculaire à (d') et passant par B.

23 Programme de construction

Écris un programme de construction pour la figure suivante.

$(d') \parallel (OM)$
 $LM = MN = 5 \text{ cm}$



24 À partir d'un programme de construction

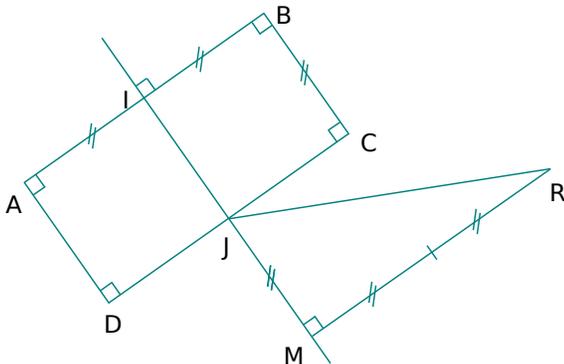
a. Réalise la figure correspondant au programme de construction ci-dessous.

- Trace un triangle ABC rectangle en B avec $AB = 4$ cm et $BC = 6$ cm.
- Trace le rectangle ACDE avec $AE = 5$ cm de telle sorte que B soit un point extérieur à ACDE.
- Trace la droite (d) perpendiculaire à (AB) passant par A.
- Trace (d') la médiatrice de [DE].
- Place F le point d'intersection de (d) et (d').
- Trace la droite (d'') parallèle à (AC) passant par B.

b. Que peux-tu dire des droites (d') et (d'') ? Justifie ta réponse.

25 À partir d'une figure

On considère la figure suivante.



a. Rédige un programme de construction en considérant que [AB] mesure 5 cm.

b. Reproduis la figure avec [AB] mesurant 5 cm.

c. Donne la liste de toutes les droites parallèles. Dans chaque cas, tu justifieras ta réponse.

26 Tracer un rectangle

a. Trace un rectangle ABCD de telle sorte que $AB = 4$ cm et $AC = 9$ cm.

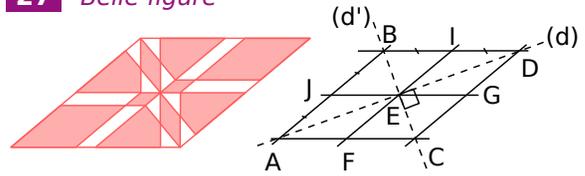
b. La médiatrice du segment [AC] coupe [AD] en E et [BC] en F.

c. La perpendiculaire à (EF) passant par E coupe [DC] en G.

d. La perpendiculaire à (EF) passant par F coupe [AB] en H.

e. Où semblent se croiser les droites (EF), (AC) et (GH) ?

27 Belle figure



• Trace deux droites (d) et (d') perpendiculaires en E.

• Sur (d), place A et D de sorte que $AE = ED = 9,5$ cm.

• Sur (d'), place B et C de sorte que $BE = EC = 3,5$ cm.

• Place I et J les milieux respectifs de [BD] et [AB].

• La parallèle à (AB) passant par I coupe (AC) en F.

• La parallèle à (AC) passant par J coupe (DC) en G.

• Vérifie que (IF) et (JG) se coupent en E.

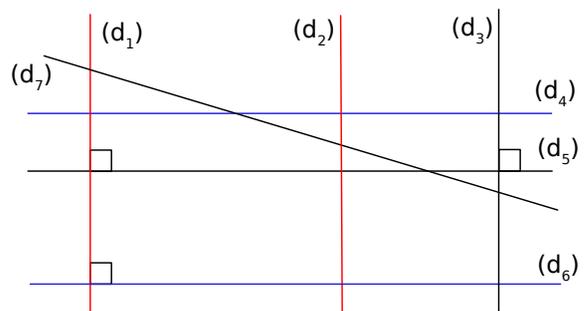
• Dans les quadrilatères BIEJ et EGCF, tu construis des perpendiculaires que tu détermineras en observant la figure.

• De même, dans les quadrilatères EIDG et EFAJ, tu construis des parallèles que tu détermineras en observant la figure.

• Propose un coloriage de la figure obtenue.

28 À partir d'une figure (bis)

On considère la figure suivante.



On donne de plus : $(d_1) \parallel (d_2)$ et $(d_4) \parallel (d_6)$.

a. Détermine tous les autres couples de droites perpendiculaires. Justifie ta réponse.

b. Détermine tous les autres couples de droites parallèles. Justifie ta réponse.

c. Quelles droites sont sécantes et non perpendiculaires ?



29 Avec des médiatrices

Soit ABC un triangle tel que $AB = 8$ cm ; $AC = 4$ cm et $BC = 6$ cm.

Soit (d_1) la médiatrice de $[AB]$ et (d_2) la médiatrice de $[BC]$. Les droites (d_1) et (d_2) sont sécantes en O .

Soit (d_3) la parallèle à (BC) passant par O .

- Fais une figure.
- Que peux-tu dire des droites (d_2) et (d_3) ? Justifie ta réponse.

30 Des histoires de milieux

(d_1) et (d_2) sont deux droites perpendiculaires en O .

A est un point de (d_1) et B un point de (d_2) .

C est le point de (d_1) tel que O soit le milieu de $[AC]$ et D le point de (d_2) tel que O soit le milieu de $[BD]$.

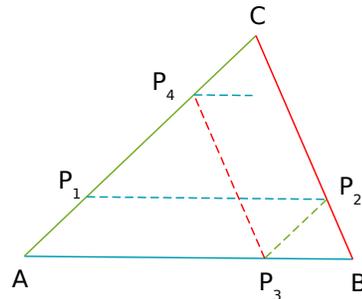
- Fais une figure.
- Que représente (d_1) pour $[BD]$? Et (d_2) pour $[AC]$? Justifie tes réponses.
- Place I le milieu de $[AB]$ et I' le point de (OI) tel que O soit le milieu de $[II']$.

- Où semble être placé le point I' ?

- Comment semblent être les droites (AD) , (II') et (BC) ?

31 Avec TracenPoche

Sur la figure ci-dessous, les droites codées de la même couleur sont parallèles.



- Reproduis la figure avec le logiciel TracenPoche.
- Propose une méthode de construction des points P_5 , P_6 et P_7 .
- Déplace le point P_1 . Que remarques-tu ?

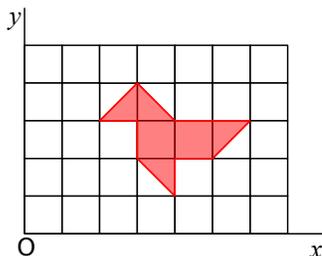
Travailler en groupe



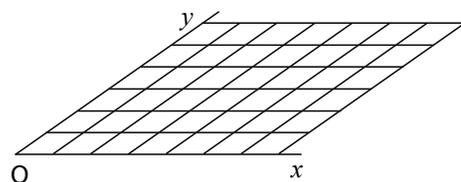
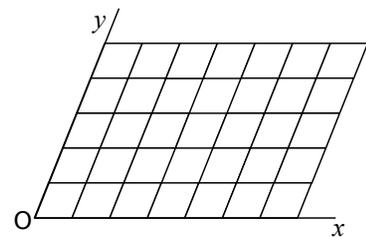
Déformations

1^{re} Partie : Reproduction

Une cocotte est dessinée dans le quadrillage ci-dessous.



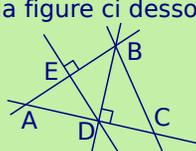
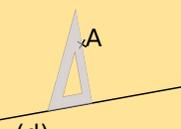
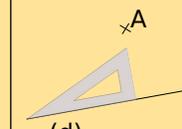
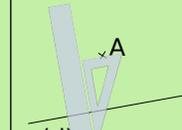
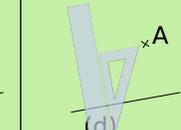
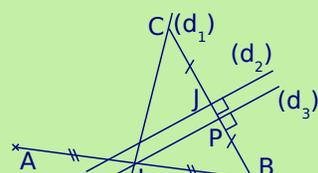
- Sur une feuille de papier blanc, tracez deux demi-droites perpendiculaires $[Ox)$ et $[Oy)$. Reproduisez la cocotte en prenant 1 centimètre pour côté du carreau.
- Toujours sur du papier blanc, chaque élève du groupe construit un quadrillage différent (voir exemples ci-contre) à base de losanges de côté 1 centimètre. Reproduisez alors la cocotte dans chacun de vos quadrillages. Observez les déformations.



2^e Partie : À vous de jouer

- Inventez une figure de votre choix dans un quadrillage formé de droites perpendiculaires.
- Transmettez-la à un autre groupe qui devra la reproduire dans un quadrillage formé à partir de losanges de côté 1 centimètre.

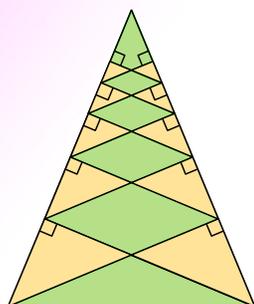
Se tester avec le QCM!

		R1	R2	R3	R4
1	Sur la figure ci dessous, ... 	les droites (ED) et (BC) sont parallèles	les droites (ED) et (BC) sont sécantes	la droite perpendiculaire à (AB) passant par D coupe (AB) en E	le point A appartient à la perpendiculaire à (BC) passant par E
2	Dans quel(s) cas, l'équerre est-elle bien placée pour tracer la perpendiculaire à la droite (d) passant par le point A ?				
3	Dans quel(s) cas, les instruments sont-ils bien placés pour construire la parallèle à la droite (d) passant par le point A ?				
4	Si MNPQ est un rectangle alors ...	$(MN) \perp (NP)$	$(MN) \perp (MP)$	$(QP) \parallel (NM)$	$(MP) \perp (NQ)$
5	Sur la figure ci-dessous, ...  $AI = IB$ et $CJ = BJ$	la droite (d_1) est la médiatrice du segment $[AB]$	la droite (d_2) est la médiatrice du segment $[CB]$	Le triangle BCI est un triangle rectangle	$(d_3) \parallel (CB)$
6	Comme $(d_1) \perp (d_2)$ et $(d_3) \perp (d_2)$ alors ...	(d_1) et (d_3) sont sécantes	$(d_2) \parallel (d_3)$	$(d_1) \perp (d_3)$	$(d_1) \parallel (d_3)$
7	Si RST est un triangle rectangle en T alors ...	$RS = ST$	$(ST) \perp (RS)$	$(ST) \perp (TR)$	$RS > ST$ et $RS > RT$

Récréation mathématique

Belle figure

Construis une figure analogue à partir d'un triangle ABC isocèle de sommet principal A tel que $BC = 10$ cm et $AC = 14$ cm.



Artistes en géométrie

a. Recherche des informations sur le peintre Pietri Mondrian et notamment sur ses œuvres peintes à Paris.

b. Quelles figures géométriques sont souvent visibles dans ses toiles ?

c. À la manière de Mondrian, sur une feuille blanche, trace un cadre avec, à l'intérieur, des droites parallèles verticales et horizontales. Puis colorie en t'inspirant des œuvres de cet artiste.

d. L'artiste Vassily Kandinsky a aussi travaillé à partir de figures géométriques. Cite le nom de certaines de ses œuvres.

e. Recherche d'autres artistes ayant travaillé avec des figures géométriques.