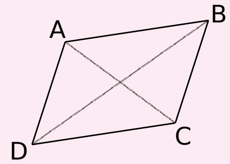
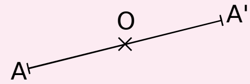
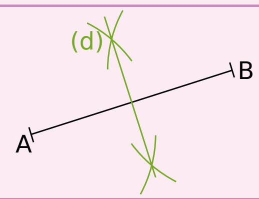
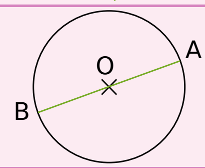
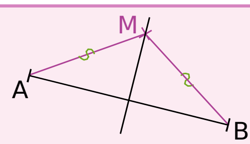
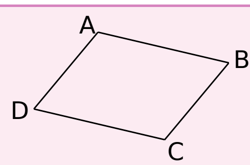
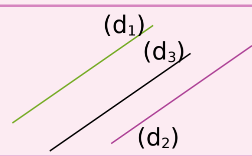
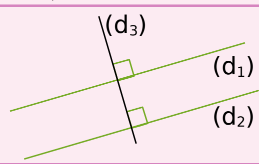
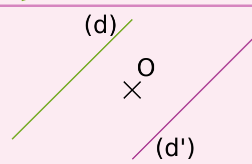
Démontrer qu'un point est le milieu d'un segment

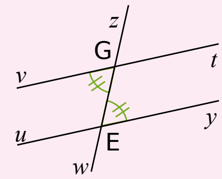
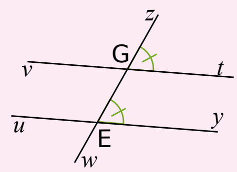
P 1 Si un quadrilatère est un parallélogramme alors ses diagonales se coupent en leur milieu.		ABCD est un parallélogramme donc [AC] et [BD] se coupent en leur milieu.
P 2 Si A et A' sont symétriques par rapport à O alors O est le milieu du segment [AA'].		A et A' sont symétriques par rapport au point O donc O est le milieu de [AA'].
P 3 Si une droite est la médiatrice d'un segment alors elle coupe le segment perpendiculairement en son milieu.		(d) est la médiatrice du segment [AB] donc (d) coupe le segment [AB] en son milieu.
P 4 Si un segment est un diamètre d'un cercle alors le centre du cercle est le milieu de ce segment.		[AB] est un diamètre d'un cercle de centre O donc O est le milieu de [AB].

Démontrer qu'un point appartient à la médiatrice d'un segment

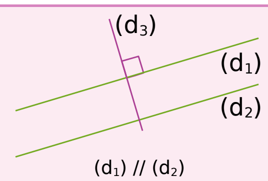
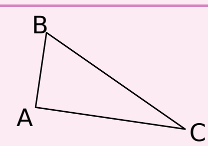
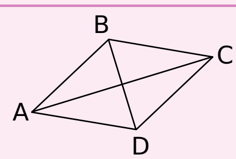
P 5 Si un point est équidistant des extrémités d'un segment alors ce point appartient à la médiatrice de ce segment.		MA = MB donc M appartient à la médiatrice de [AB].

Démontrer que deux droites sont parallèles

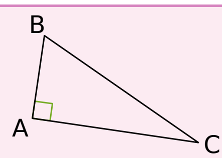
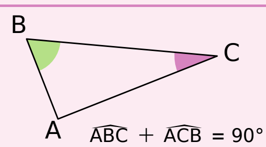
P 6 Si un quadrilatère est un parallélogramme alors ses côtés opposés sont parallèles.		ABCD est un parallélogramme donc (AB) // (CD) et (AD) // (BC).
P 7 Si deux droites sont parallèles à une troisième droite alors les trois droites sont parallèles.		(d_1) // (d_3) et (d_2) // (d_3) donc (d_1) // (d_2).
P 8 Si deux droites sont perpendiculaires à une troisième droite alors elles sont parallèles entre elles.		$(d_1) \perp (d_3)$ et $(d_2) \perp (d_3)$ donc (d_1) // (d_2).
P 9 Si deux droites sont symétriques par rapport à un point alors elles sont parallèles.		Les droites (d) et (d') sont symétriques par rapport au point O donc (d) // (d').

<table>
<tr><td>P 10 Si deux angles alternes-internes sont de même mesure alors les deux droites coupées par la sécante sont parallèles.</td><td></td><td>Les droites (vt) et (uy) sont coupées par la sécante (zw) $\widehat{vGw}$ et $\widehat{zEy}$ sont alternes-internes et de même mesure donc $(vt) // (uy)$.</td></tr>
<tr><td>P 11 Si deux angles correspondants sont de même mesure alors les deux droites coupées par la sécante sont parallèles.</td><td></td><td>Les droites (vt) et (uy) sont coupées par la sécante (zw) $\widehat{zGt}$ et $\widehat{zEy}$ sont correspondants et de même mesure donc $(vt) // (uy)$.</td></tr>
</table>

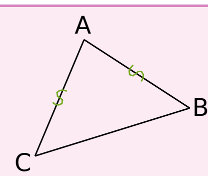
Démontrer que deux droites sont perpendiculaires

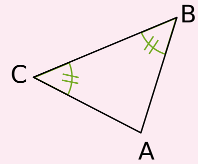
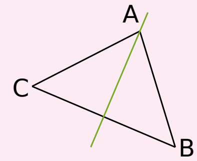
<table>
<tr><td>P 12 Si deux droites sont parallèles et si une troisième droite est perpendiculaire à l'une alors elle est perpendiculaire à l'autre.</td><td></td><td>$(d_1) \perp (d_3)$ et $(d_1) // (d_2)$ donc $(d_2) \perp (d_3)$.</td></tr>
<tr><td>P 13 Si un triangle est rectangle alors les côtés de l'angle droit sont perpendiculaires.</td><td></td><td>Le triangle ABC est rectangle en A donc $(AB) \perp (AC)$.</td></tr>
<tr><td>P 14 Si un quadrilatère est un losange alors ses diagonales sont perpendiculaires.</td><td></td><td>ABCD est un losange donc $(AC) \perp (BD)$.</td></tr>
</table>

Démontrer qu'un triangle est rectangle

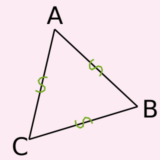
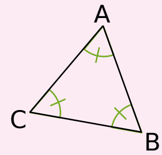
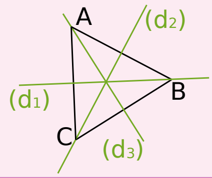
<table>
<tr><td>P 15 Si un triangle possède un angle droit alors il est rectangle.</td><td></td><td>$\widehat{BAC} = 90°$ donc le triangle ABC est rectangle en A.</td></tr>
<tr><td>P 16 Si un triangle a deux angles complémentaires alors il est rectangle.</td><td></td><td>Les angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{ACB}$ sont complémentaires donc ABC est un triangle rectangle en A.</td></tr>
</table>

Démontrer qu'un triangle est isocèle

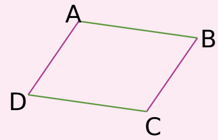
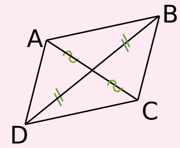
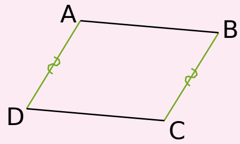
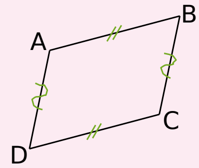
<table>
<tr><td>P 17 Si un triangle a deux côtés de la même longueur alors il est isocèle.</td><td></td><td>AB = AC donc ABC est isocèle en A.</td></tr>
</table>

P 18 Si un triangle a deux angles de la même mesure alors il est isocèle.		$\widehat{ABC} = \widehat{ACB}$ donc ABC est isocèle en A.
P 19 Si un triangle admet un axe de symétrie alors il est isocèle.		(d) est un axe de symétrie du triangle ABC donc ABC est isocèle en A.

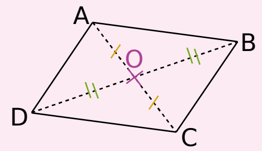
Démontrer qu'un triangle est équilatéral

P 20 Si un triangle a ses trois côtés de la même longueur alors il est équilatéral.		AB = BC = CA donc ABC est un triangle équilatéral.
P 21 Si un triangle a ses trois angles de la même mesure alors il est équilatéral.		$\widehat{ABC} = \widehat{ACB} = \widehat{BAC} = 60°$ donc ABC est un triangle équilatéral.
P 22 Si un triangle admet trois axes de symétrie alors il est équilatéral.		(d_1), (d_2) et (d_3) sont 3 axes de symétrie du triangle ABC donc ABC est un triangle équilatéral.

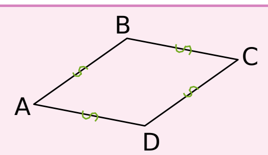
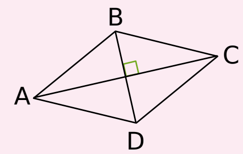
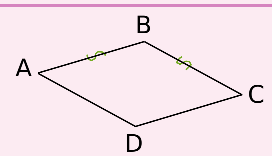
Démontrer qu'un quadrilatère est un parallélogramme

P 23 Si un quadrilatère a ses côtés opposés parallèles deux à deux alors c'est un parallélogramme.		(AB) // (CD) et (AD) // (BC) donc ABCD est un parallélogramme.
P 24 Si un quadrilatère a ses diagonales qui se coupent en leur milieu alors c'est un parallélogramme.		[AC] et [BD] se coupent en leur milieu donc ABCD est un parallélogramme.
P 25 Si un quadrilatère non croisé a deux côtés opposés parallèles et de même longueur alors c'est un parallélogramme.		(AD) // (BC), AD = BC et ABCD est non croisé donc ABCD est un parallélogramme.
P 26 Si un quadrilatère non croisé a ses côtés opposés de même longueur alors c'est un parallélogramme.		AB = CD, AD = BC et ABCD est non croisé donc ABCD est un parallélogramme.

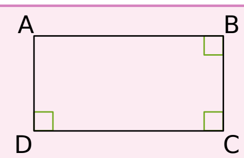
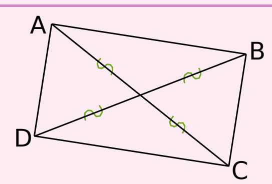
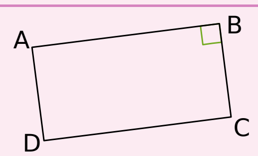
L'essentiel des propriétés utiles aux démonstrations

P 27 Si un quadrilatère non croisé a un centre de symétrie alors c'est un parallélogramme.		O est le centre de symétrie de ABCD donc ABCD est un parallélogramme.

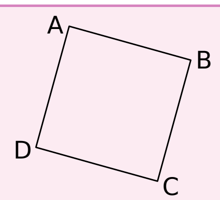
Démontrer qu'un quadrilatère est un losange

P 28 Si un quadrilatère a ses quatre côtés de la même longueur alors c'est un losange.		ABCD est tel que : AB = BC = CD = DA donc ABCD est un losange.
P 29 Si un parallélogramme a ses diagonales perpendiculaires alors c'est un losange.		ABCD est un parallélogramme et (AC) ⊥ (BD) donc ABCD est un losange.
P 30 Si un parallélogramme a deux côtés consécutifs de la même longueur alors c'est un losange.		ABCD est un parallélogramme et AB = BC donc ABCD est un losange.

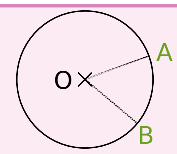
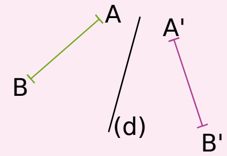
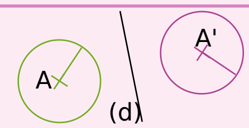
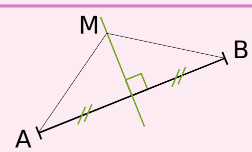
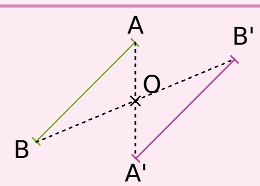
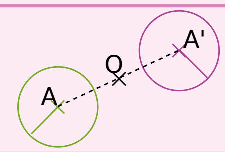
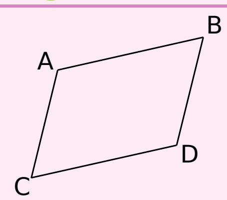
Démontrer qu'un quadrilatère est un rectangle

P 31 Si un quadrilatère possède trois angles droits alors c'est un rectangle.		ABCD possède trois angles droits donc ABCD est un rectangle.
P 32 Si un parallélogramme a ses diagonales de la même longueur alors c'est un rectangle.		ABCD est un parallélogramme et AC = BD donc ABCD est un rectangle.
P 33 Si un parallélogramme possède un angle droit alors c'est un rectangle.		ABCD est un parallélogramme et (AB) ⊥ (BC) donc ABCD est un rectangle.

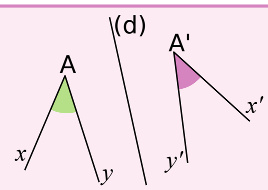
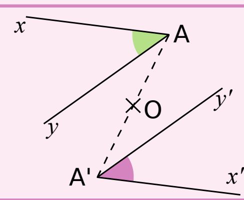
Démontrer qu'un quadrilatère est un carré

P 34 Si un quadrilatère est à la fois un rectangle et un losange alors c'est un carré.		ABCD est à la fois un losange et un rectangle donc ABCD est un carré.

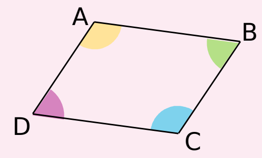
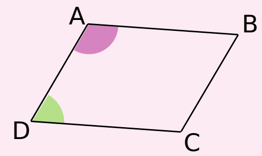
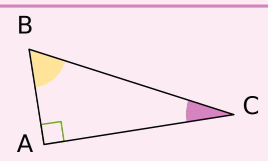
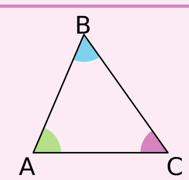
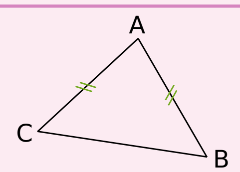
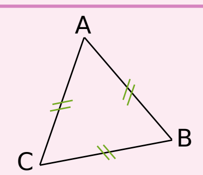
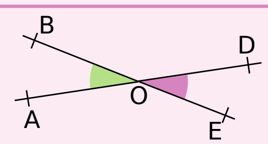
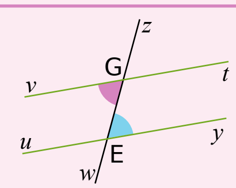
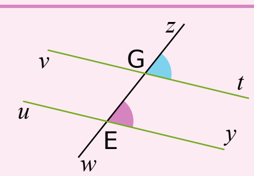
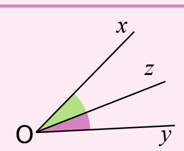
Déterminer la longueur d'un segment

P 35 Si deux points appartiennent à un cercle alors ils sont équidistants du centre de ce cercle.		A et B appartiennent au cercle de centre O donc OA = OB.
P 36 Si deux segments sont symétriques par rapport à une droite alors ils ont la même longueur.		Les segments [AB] et [A'B'] sont symétriques par rapport à la droite (d) donc AB = A'B'.
P 37 Si deux cercles sont symétriques par rapport à une droite alors ils ont le même rayon.		Les cercles de centre A et A' sont symétriques par rapport à (d) donc ils ont le même rayon.
P 38 Si un point appartient à la médiatrice d'un segment alors il est équidistant des extrémités de ce segment.		M appartient à la médiatrice de [AB] donc MA = MB.
P 39 Si deux segments sont symétriques par rapport à un point alors ils ont la même longueur.		Les segments [AB] et [A'B'] sont symétriques par rapport au point O donc AB = A'B'.
P 40 Si deux cercles sont symétriques par rapport à un point alors ils ont le même rayon.		Les cercles de centre A et A' sont symétriques par rapport au point O donc ils ont le même rayon.
P 41 Si un quadrilatère est un parallélogramme alors ses côtés opposés ont la même longueur.		ABCD est un parallélogramme donc AB = CD et AC = BD.

Déterminer la mesure d'un angle

P 42 Si deux angles sont symétriques par rapport à une droite alors ils ont la même mesure.		$\widehat{xAy}$ et $\widehat{x'A'y'}$ sont symétriques par rapport à la droite (d) donc $\widehat{xAy} = \widehat{x'A'y'}$.
P 43 Si deux angles sont symétriques par rapport à un point alors ils ont la même mesure.		$\widehat{xAy}$ et $\widehat{x'A'y'}$ sont symétriques par rapport au point O donc $\widehat{xAy} = \widehat{x'A'y'}$.

L'essentiel des propriétés utiles aux démonstrations

P 44 Si un quadrilatère est un parallélogramme alors ses angles opposés ont la même mesure.		ABCD est un parallélogramme donc $\widehat{ABC} = \widehat{CDA}$ et $\widehat{DAB} = \widehat{BCD}$.
P 45 Si un quadrilatère est un parallélogramme alors deux angles consécutifs sont supplémentaires.		ABCD est un parallélogramme donc $\widehat{CDA} + \widehat{DAB} = 180°$.
P 46 Si un triangle est rectangle alors ses angles aigus sont complémentaires.		ABC est un triangle rectangle en A. donc $\widehat{ABC} + \widehat{ACB} = 90°$.
P 47 Dans un triangle, la somme des mesures des angles est égale à 180°.		Dans le triangle ABC, $\widehat{BAC} + \widehat{ABC} + \widehat{ACB} = 180°$.
P 48 Si un triangle est isocèle alors ses angles à la base ont la même mesure.		ABC est un triangle isocèle en A donc $\widehat{ABC} = \widehat{ACB}$.
P 49 Si un triangle est équilatéral alors ses angles mesurent 60°.		ABC est un triangle équilatéral donc $\widehat{ABC} = \widehat{ACB} = \widehat{BAC} = 60°$.
P 50 Si deux angles sont opposés par le sommet alors ils ont la même mesure.		Les angles $\widehat{AOB}$ et $\widehat{DOE}$ sont opposés par le sommet donc $\widehat{AOB} = \widehat{DOE}$
P 51 Si deux angles alternes-internes sont déterminés par des droites parallèles alors ils ont la même mesure.		(vt) // (uy) donc $\widehat{vGw} = \widehat{zEy}$
P 52 Si deux angles correspondants sont déterminés par des droites parallèles alors ils ont la même mesure.		(vt) // (uy) donc $\widehat{zGt} = \widehat{zEy}$
P 53 Si une demi-droite est la bissectrice d'un angle alors elle partage l'angle en deux angles adjacents de même mesure.		[Oz) est la bissectrice de l'angle $\widehat{xOy}$ donc $\widehat{xOz} = \widehat{zOy}$.