Activité 1 : Première approche

a. À quoi correspond chacune des expressions suivantes ?

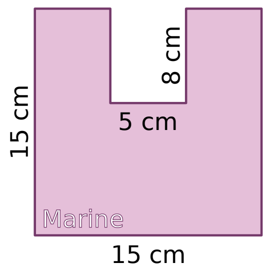
- $2 \times (L + l)$
- $2 \times \pi \times r$
- $4 \times c$
- $L \times l \times h$
- $c \times c$
- $2 \times L + 2 \times l$

b. Calcule le périmètre d'un cercle de rayon 25 cm en utilisant une des expressions ci-dessus.

c. Deux des expressions ci-dessus sont-elles équivalentes ? Lesquelles et pourquoi ?

Activité 2 : Tracé d'un U dans une feuille

a. En cours d'Arts Plastiques, le professeur distribue aux élèves des feuilles carrées de 15 cm de côté. Il leur demande de découper un rectangle de largeur 5 cm pour former la lettre U. Marine découpe un rectangle de longueur 8 cm (et de largeur 5 cm). Calcule le périmètre du U de Marine.

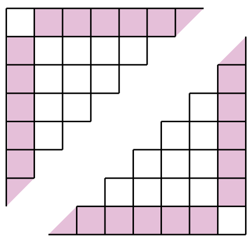


b. Ses amies Alison et Laura ont découpé des rectangles de largeur 5 cm mais de longueurs différentes : celui d'Alison a une longueur de 6,3 cm alors que celui de Laura a une longueur de 9,6 cm. Calcule les périmètres des U d'Alison et de Laura. Quelle partie du calcul est la même pour tous les U ?

c. Après tous ces calculs, Kévin remarque que si L désigne la longueur du rectangle en centimètres et P le périmètre du U en centimètres, alors $P = 60 + 2L$. Calcule P lorsque $L = 7{,}5$ cm et lorsque $L = 10$ cm.

d. Priscilla dit : « On peut encore simplifier : $60 + 2 = 62$ donc $P = 62\,L$ ». Utilise l'expression proposée par Priscilla pour calculer P lorsque $L = 10$ cm. Que penses-tu de sa proposition ? Pourquoi ?

Activité 3 : Un carré sans coins



On a représenté ci-contre deux parties d'un carré. Il est constitué de petites cases ayant pour côté un carreau. Celles qui se trouvent sur les bords sont coloriées en rose sauf les quatre coins.

a. Réalise une figure de 3 carreaux de côté. Indique le nombre de cases roses. Recommence avec un carré de 4 carreaux de côté puis un carré de 5 carreaux de côté.

b. Quel est le nombre de cases roses pour un carré de 6 carreaux de côté ? Et pour 12 carreaux ? Et pour 100 ?

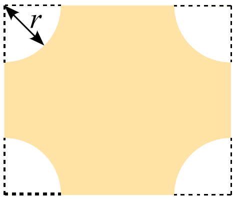
c. Le professeur appelle x le nombre de carreaux d'un côté du carré et G le nombre de cases roses. Des élèves ont obtenu les expressions suivantes :

Anis : $G = x \times 4 - 2$	Chloé : $G = 4 \times (x - 2)$	Enzo : $G = 4 \times x - 8$
Basile : $G = x - 2 \times 4$	Dalila : $G = (x - 2) \times 4$	Florian : $G = 4 \times x - 4$

Parmi ces expressions, lesquelles sont fausses ? Pourquoi ? Y a-t-il plusieurs bonnes réponses ? Justifie.

d. Calcule le nombre de cases roses lorsque $x = 6$ puis $x = 24$ et enfin pour $x = 100$.

Activité 4 : Usinons des plaques



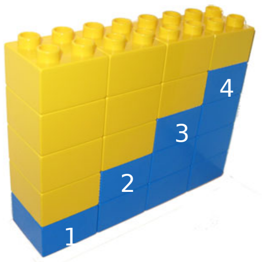
Dans des plaques rectangulaires de cuivre (de 20 cm sur 23 cm), une machine usine quatre quarts de cercles de rayon r cm. C'est l'outilleur qui choisit la valeur de r en réglant la machine. Si r est compris entre 0 et 10, l'aire de la plaque obtenue est : $A = 460 - \pi r^2$.

a. À l'aide d'un tableur, trouve toutes les valeurs de l'aire lorsque r est un entier compris entre 0 et 10.

b. À l'aide d'un tableur, détermine, à 0,1 cm près, le rayon à choisir pour obtenir une aire égale à 206 cm².

c. Détermine à 0,01 cm près, le rayon à choisir pour obtenir une aire égale à 177 cm².

Activité 5 : Construction d'un escalier



Clémence a fabriqué un escalier de quatre marches à l'aide de briques bleues toutes identiques d'un jeu de construction. Martin a ajouté des briques jaunes (toutes identiques) afin de former le même escalier « à l'envers » au dessus.

a. Quel est le nombre de briques bleues utilisées ? Écris-le sous la forme d'une somme.

b. Clémence rajoute des briques bleues pour obtenir une cinquième marche à son escalier. À son tour, Martin rajoute autant de briques jaunes pour avoir le même escalier « à l'envers ».

- Réalise un dessin représentant les deux escaliers. Ils forment un rectangle.
- Quel est alors le nombre total de briques utilisées ? Écris-le sous la forme d'un produit.
- Déduis-en la valeur de 1 + 2 + 3 + 4 + 5.

c. Sans faire de dessin, donne le nombre total de briques qu'il faudrait si on rajoutait une sixième marche à chacun des deux escaliers. Quel serait alors le nombre de briques bleues ? Déduis-en la valeur de 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6.

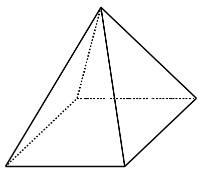
d. On appelle n le nombre de marches d'un escalier. Écris une expression qui indique le nombre total de briques nécessaires à la construction de deux escaliers de n marches. Et pour un seul escalier ? Quelle égalité peut-on alors écrire ?

e. Combien de briques faut-il pour construire un escalier de 30 marches ? Et pour un escalier de 300 marches ?

Activité 6 : L'art du contre-exemple

a. Calcule $x^2 + 3$ puis $3x + 1$ en remplaçant d'abord x par 1 puis par 2. Que remarques-tu ? Est-ce que $x^2 + 3 = 3x + 1$? Justifie.

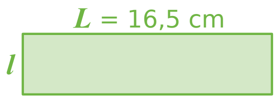
b. En étudiant un cube, Zoé remarque qu'il possède 6 faces (F) et 8 sommets (S). Elle écrit F + 2 = S. Cette formule est-elle vraie pour un parallélépipède ? Est-elle vraie pour la pyramide ci-contre ?



Activité 7 : Rectangles cousins

a. Calcule le périmètre et l'aire des deux rectangles suivants. Que remarques-tu ?

Dans cette activité, on s'intéresse uniquement aux rectangles dont le périmètre est 40 cm.



b. Un troisième rectangle a pour longueur $L = 16{,}5$ cm. Calcule sa largeur l puis son aire.

c. Donne les mesures d'un quatrième rectangle de même périmètre.

d. La longueur peut-elle valoir 8 cm ? Et 21 cm ? Justifie et donne les valeurs possibles pour la longueur.

e. Écris une expression qui permet de calculer la largeur l en fonction de la longueur L.

f. En voulant exprimer l'aire A du rectangle en fonction de sa longueur L, des élèves ont donné les réponses suivantes :

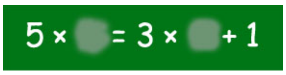
Gaël : A = $L \times 20 -$ v	Hamid : A = $L \times (20 - L)$	Karen : A = $20\,L - L^2$
Inès : A = 2 × v + $2 \times (20 - L)$	José : A = $L \times 20 - 2 \times L$	Liam : A = $L^2 - 20 \times L$

Parmi ces expressions, lesquelles sont fausses ? Y a-t-il plusieurs bonnes réponses ? Justifie.

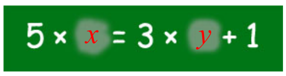
g. À l'aide d'un tableur, calcule l'aire de ces rectangles pour toutes les valeurs entières de L possibles. Pour quelle valeur de L l'aire semble-t-elle la plus grande ?

Activité 8 : Des valeurs inconnues dans des égalités

Le professeur a écrit une égalité au tableau et en a effacé une partie :



Il décide d'appeler x et y les deux valeurs qu'il a effacées :



a. Trouve deux valeurs <u>entières</u> de x et y qui conviennent. Penses-tu que ce sont forcément ces nombres qui ont été effacés par le professeur ? Pourquoi ?

b. Cherche des valeurs <u>entières</u> de x pour lesquelles l'égalité : $x^2 + 46 = 25x$ est vraie. Utilise un tableur pour tester toutes les valeurs <u>entières</u> de x comprises entre 1 et 30.

c. Cherche des valeurs <u>entières</u> de x et y pour lesquelles l'égalité : $x^2 - 2\,y^2 = 1$ est vraie. Utilise un tableur pour tester toutes les valeurs <u>entières</u> de x et de y comprises entre 1 et 20.

d. Cherche des valeurs <u>entières</u> de x pour lesquelles l'égalité : $6x - 15 = 3\,(2x - 5)$ est vraie. En trouves-tu beaucoup ? Justifie.

e. Cherche des valeurs <u>entières</u> de x et y pour lesquelles l'égalité : $4x - 2y = 1$ est vraie. Utilise un tableur pour tester toutes les valeurs <u>entières</u> de x et de y comprises entre 1 et 30. En trouves-tu beaucoup ? Explique pourquoi.

Méthodes

Méthode 1 : Écrire une expression en respectant les conventions

À connaître

Pour alléger l'écriture d'une expression littérale, on peut supprimer le signe × devant une lettre ou une parenthèse.

Remarque : On ne peut pas supprimer le signe × entre deux nombres.

Exemple : Supprime les signes ×, lorsque c'est possible, dans l'expression suivante : $A = 5 \times x + 7 \times (3 \times x + 2 \times 4)$.

$A = 5 \times x + 7 \times (3 \times x + 2 \times 4)$ → On repère tous les signes × de l'expression.

$A = 5x + 7(3x + 2 \times 4)$ → On supprime les signes × devant une lettre ou une parenthèse.

À connaître

Pour tout nombre a, on peut écrire : $a \times a = a^2$ (qui se lit « a au carré »)

$a \times a \times a = a^3$ (qui se lit « a au cube »).

À toi de jouer

1 Simplifie les expressions en supprimant le signe × lorsque c'est possible :

$B = b \times a$

$C = 5 \times x \times x \times x$

$D = (3{,}7 \times y - 1{,}5 \times z + 0{,}4 \times 3{,}5) \times 9$

2 Replace les signes × dans chacune des expressions suivantes :

$E = 12\,ac + 35\,ab - 40\,bc$

$F = 1{,}2\,abc$

$G = 5{,}6\,(x^2 - 2{,}5\,y + 32)$

Méthode 2 : Remplacer des lettres par des nombres

À connaître

Pour calculer une expression littérale pour une certaine valeur des lettres, il suffit de remplacer les lettres par ces valeurs.

Exemple : Calcule l'expression $A = 5x(x + 2)$ pour $x = 3$.

$A = 5 \times x \times (x + 2)$ → On replace les signes × dans l'expression A.

$A = 5 \times 3 \times (3 + 2)$ → On remplace la lettre x par sa valeur 3.

$A = 15 \times 5$ → On effectue les calculs.

$A = 75$

À toi de jouer

3 Calcule les expressions suivantes pour $x = 2$ puis pour $x = 6$:

$E = 3x(x + 5)$

$F = 7x - x^2$

$G = x^3 + 3x^2 - x$

4 Calcule les expressions pour $a = 3$ et $b = 5$:

$B = 4a + 5b - 56$

$C = a^3 + b^2 + 7ab$

$D = 2(5a + 3b + 1)$

Méthode 3 : Développer une expression littérale

À connaître

Soient k, a et b trois nombres positifs. Pour **développer une expression**, on distribue le facteur à tous les termes entre parenthèses :

$$k \times (a + b) = k \times a + k \times b$$

$$k \times (a - b) = k \times a - k \times b$$

Exemple : Développe l'expression suivante : A = 3 $(x + 7)$.

A = **3** × $(x + 7)$	⟶	On replace le signe × dans l'expression.
A = **3** × x + **3** × 7	⟶	On distribue le facteur **3** aux termes x et 7.
A = $3x + 21$	⟶	On calcule et on simplifie l'expression.

À toi de jouer

5 Recopie puis complète les développements suivants :

B = $5(a + 4) = 5 \times \ldots + 5 \times \ldots = \ldots + \ldots$

C = $7(\ldots + \ldots) = 21y + 28$

D = $a(a + 2b) = a \times \ldots + \ldots \times 2b = \ldots + \ldots$

6 Développe les expressions suivantes :

E = $2(x + 5)$

F = $5(3x - 4y)$

G = $b(2a + b - 1)$

Méthode 4 : Factoriser une expression littérale

À connaître

Soient k, a et b trois nombres positifs. Pour **factoriser une expression**, on repère le facteur commun à chaque terme et on le multiplie par la somme ou la différence des autres facteurs :

$$k \times a + k \times b = k \times (a + b)$$

$$k \times a - k \times b = k \times (a - b)$$

Exemple : Factorise les expressions suivantes : A = $5x + 35$ puis B = $x^2 + 3x$.

A = 5 × x + 35	⟶	On replace le signe × dans l'expression.
A = **5** × x + **5** × 7	⟶	On fait apparaître le facteur commun : **5**.
A = **5** × $(x + 7)$	⟶	On met en facteur le nombre **5**.
A = **5** $(x + 7)$	⟶	On simplifie l'expression.
B = $x \times x + 3 \times x$	⟶	On replace le signe × dans l'expression et on repère le facteur commun : x.
B = $x(x + 3)$	⟶	On met en facteur la lettre x puis on simplifie.

À toi de jouer

7 Fais apparaître le facteur commun :

C = $7x + 14$

D = $a^2 + 5a$

E = $6x + 11xy$

8 Factorise les expressions suivantes :

F = $15y + 10$

G = $x^2 - 9x$

H = $21a^2 - 35a$

Méthode 5 : Réduction d'une expression avec une lettre

Exemple 1 : Réduis l'écriture de l'expression : $A = 5a + 3a^2 - 2 - 3a + 6a^2 - 7$.

$A = 5a + 3a^2 - 2 - 3a + 6a^2 - 7$		
$A = 3a^2 + 6a^2 + 5a - 3a - 2 - 7$	$\longrightarrow$	On regroupe les termes en a^2, les termes en a et les termes constants.
$A = (3 + 6)a^2 + (5 - 3)a - 2 - 7$	$\longrightarrow$	On factorise.
$A = 9a^2 + 2a - 9$	$\longrightarrow$	On effectue les calculs.

Exemple 2 : Réduis l'écriture de l'expression : $B = 3z - 5 + 2t - z + 1$.

$B = 3z - 5 + 2t - z + 1$		
$B = 3z - z + 2t - 5 + 1$	$\longrightarrow$	On regroupe les termes en z, les termes en t et les termes constants.
$B = (3 - 1)z + 2t - 5 + 1$	$\longrightarrow$	On factorise.
$B = 2z + 2t - 4$	$\longrightarrow$	On effectue les calculs.

À toi de jouer

9 Réduis l'écriture des expressions suivantes :

$C = 4y + 3 - 5y + 7$

$D = 3a^2 + 7 - 2a - 5a^2 + 4a - 10$

$E = 5t + 3s - 8t + 5 + 2s - 10$

10 Développe puis réduis les expressions suivantes :

$F = 3(2 + 7a) - 5a$

$G = x(2x + 1) + 7(3x + 4)$

$H = 4(3c - 6d + 1) + 5(2c + d - 2)$

Méthode 6 : Tester une égalité

Exemple 1 : Teste l'égalité $2a + 7 = 5a + 4$ pour $a = 0$.

On remplace a par 0 dans le membre de gauche de l'égalité puis on calcule : $2 \times 0 + 7 = 0 + 7 = 7$	On remplace a par 0 dans le membre de droite de l'égalité puis on calcule : $5 \times 0 + 4 = 0 + 4 = 4$

$7 \neq 4$ donc l'égalité n'est pas vérifiée pour $a = 0$.

Exemple 2 : Teste l'égalité $3(x + 2) = 18$ pour $x = 4$.

On remplace x par 4 dans le membre de gauche de l'égalité puis on calcule : $3 \times (4 + 2) = 3 \times 6 = 18$	Le membre de droite de l'égalité vaut 18.

Les deux membres de l'égalité sont égaux à 18 pour $x = 4$
donc 4 est <u>solution</u> de l'équation $3(x + 2) = 18$.

À toi de jouer

11 Teste l'égalité $5a^2 - 18 = 2$ pour $a = 2$, pour $a = 5$ puis pour $a = 1,5$.

12 Teste l'égalité $3x(2 - x) = x^2 + 5x$ pour $x = 2$, pour $x = 0$ puis pour $x = 0,6$.

Série 1 : Expression littérale

1 *Recopie les expressions suivantes en supprimant le signe × s'il est inutile :*

A = $9 \times n$
B = $x \times 3$
C = $12 \times (7 - 3)$
D = $4 \times (3{,}2 + 6)$

E = $n \times x$
F = $2 \times \pi \times \text{R}$
G = $(3 + 6) \times (7 - 1)$
H = $16 \times 3{,}5$

2 *Recopie les expressions suivantes en ajoutant le signe × lorsqu'il est sous-entendu :*

A = $3x + 2$
B = $ab - 4$
C = $5(2x - 7)$
D = $2a\,(2 + 8)$

E = $3a - 5\,b$
F = $ab + 3 \times 7a$
G = $b - a + 7\,(3x + 7)$
H = $a + a - 7b + 1$

3 *Écris les expressions suivantes le plus simplement possible :*

A = $3 \times a \times b$
B = $3 \times a - 4 \times b$
C = $8 \times a \times b \times 2$
D = $3 \times (2 \times a + b) \times 5$

E = $2 \times \pi + \pi \times 7 - 1$
F = $2 + 5 + 3 \times b$
G = $(2{,}5 - 1) \times a \times b$
H = $2 \times 3 \times a \times (b \times c)$

4 *Écris les expressions suivantes le plus simplement possible en utilisant les notations "au carré" et "au cube" si nécessaire :*

A = $1 \times a + a \times a$
B = $a \times a \times a - 0 \times b$
C = $6 \times a \times a - a$
D = $2 \times a \times 3 \times a$

E = $a \times a \times b \times 3$
F = $1 \times a \times a \times b \times 0$
G = $a \times 2 \times b \times a \times b$
H = $(a + b)\,(a + b)$

Aire d'un carré de côté c : $c \times c$ =

Aire d'un disque de rayon r : $\pi \times r \times r$ =

5 *Traduis par une expression littérale les phrases suivantes :*

a. La somme de x et de 13.
b. Le double de x.
c. La différence de x et de 7.
d. Le tiers de x.
e. Le triple de la somme de 2 et de x.
f. Le tiers de la différence entre 16 et x.

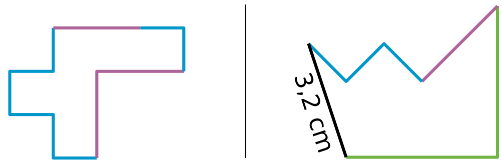
6 *Calcule les expressions suivantes pour les valeurs de x et de y indiquées :*

A = $4x + 3$
B = $3x^2$
C = $xy - x - y + 4$

D = $x^2 + 2xy + y^2$
E = $x^2 + y^2$
F = $x^2 y$

Pour $x = 2$ et $y = 3$ puis pour $x = 3$ et $y = x$.

7 *Exprime le périmètre des figures ci-dessous en fonction de a et de b sachant qu'un trait bleu mesure a cm, un trait rose mesure $2a$ cm et un trait vert mesure b cm :*

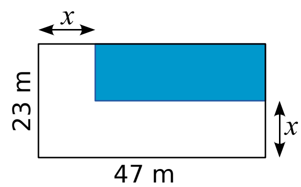


Calcule ces deux périmètres pour $a = 1{,}3$ et $b = 4$.

8 *Aire en fonction de x*

a. Calcule l'aire de la partie coloriée en fonction de x.

b. Combien vaut cette aire si $x = 14{,}7$ m ?



9 *Pour son téléphone portable, Grégoire paye : 12 € d'abonnement, a € par SMS envoyé et 40 centimes d'euros par minute de communication.*

a. Écris une expression permettant de calculer sa dépense sachant que ce mois-ci, Grégoire a envoyé 30 SMS et a utilisé m minutes de communications.

b. Quelle est cette dépense si $a = 0{,}8$ et $m = 150$?

10 *Cendrine a construit un triangle tel que la longueur d'un petit côté vaut la moitié de celle du grand et la longueur du moyen vaut les trois quarts de celle du grand.*

a. Écris une expression permettant de calculer le périmètre du triangle en fonction de la longueur L du plus grand des côtés.

b. Détermine le périmètre si L vaut 7 cm.

11 *Marc a rentré trois nombres en mémoire dans sa machine à calculer. Pour cela, il a utilisé les lettres a, b et c. Il veut maintenant calculer les expressions suivantes :*

- S = $2a - 3b + 7c + 5$
- T = $7a \times b + 4c - 8$

Calcule ces expressions pour $a = 12$, $b = 5$ et $c = 7$. Vérifie les résultats obtenus à l'aide de ta calculatrice.

S'entraîner

Série 2 : Calcul littéral

12 *Développe puis simplifie les expressions :*

A = $3 \times (x + 2)$
B = $7 \times (x - 6)$
C = $0{,}1 \times (x + 5)$
D = $4 \times (0{,}25 - x)$
E = $2\ (x + 9)$

F = $1{,}6\ (x - 0{,}5)$
G = $x\ (x + 1)$
H = $7\ (3x - 8)$
I = $6x\ (2 + 9x)$
J = $x\ (x^2 - 4)$

13 *Factorise puis simplifie les expressions :*

A = $5x + 4x$
B = $9x - 2x$
C = $6x + x$
D = $2x + 7x - 5x$
E = $8xy - 7xy$

F = $5ab - 9ab + ab$
G = $18z^2 - 9z^2 + 3z^2$
H = $a^3 + a^3 + a^3$
I = $\text{1over2}\,x + \text{1over2}\,x$

14 *Factorise les expressions :*

A = $8x + 12y$
B = $49a - 56b$
C = $24x + 30y - 18z$

D = $15xy + 30xz$
E = $2x^2 + 8x$
F = $25x^2y - 15xy^2$

15 *Regroupe puis réduis les expressions :*

A = $16x + 7 - 9x + 2$
B = $5z - 4{,}5 - z + 0{,}5$
C = $5x^2 - 4 + 2x^2 - 9$
D = $6x + 8x^2 - 9x - x^2$
E = $9x^2 - xy + 7 + 4y^2 + 5xy - 8x^2 - 11$

16 *Développe puis réduis les expressions :*

A = $3(x + 6) + 2$
B = $x(y - 2) + xy$

C = $7x(x + 2) - 6x^2$
D = $9x(x^2 - 6) + 2x^2$

E = $2x(3 + 5x) + 8x(7 - x) + 4(x - 1)$

17 *Soit l'expression littérale* :

F = $3(2x + 9) + 4(7 - x) - 12$

a. Développe et réduis F.

b. Teste le résultat pour $x = 0$; $x = 2$ et $x = 0{,}1$.

18 *Remarquable !*

Soit G = $a(a - b) + b(a - b)$

a. Développe G.

b. Factorise G en mettant $(a - b)$ en facteur.

c. Déduis-en une égalité remarquable.

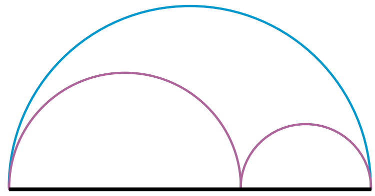
19 *Voici un programme de calcul :*

- Choisis un nombre x ;
- Multiplie-le par 5 ;
- Ajoute 7 ;
- Prends le double du résultat ;
- Enlève 14.

Mathilde dit qu'à la seule annonce du résultat elle est capable de trouver le nombre choisi. Pourquoi ?

20 *Demi-cercles*

Sur le schéma ci-dessous, le demi-cercle bleu a pour rayon R et les deux demi-cercles roses ont pour rayons R_1 et R_2 tels que $R = R_1 + R_2$.



a. Exprime la longueur de l'arc bleu en fonction de R.

b. Exprime la longueur des arcs roses en fonction de R_1 et R_2.

c. Montre par un calcul littéral que ces deux longueurs sont égales.

21 *Pas d'impair !*

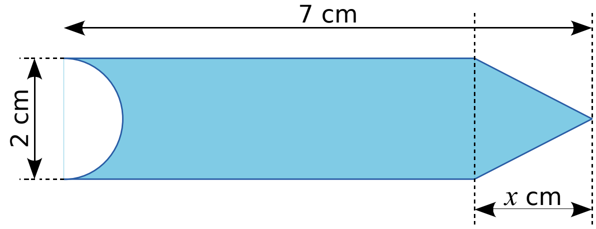
Tu vas utiliser le calcul littéral pour démontrer que la somme de deux nombres pairs est un nombre pair. Pour cela :

a. Explique pourquoi un nombre pair peut s'écrire sous la forme $2n$.

b. Exprime la somme de deux nombres pairs.

c. Montre que c'est encore un nombre pair.

22 *La grande bleue*



a. Exprime l'aire de la surface bleue en fonction de x et de π.

b. Calcule cette aire pour $x = 3$ cm (au dixième près).

23 *Teste les égalités suivantes pour $x = 2$ puis pour $x = 4{,}5$:*

a. $4x - 10 = 8$

b. $3x + 1{,}5 = 9$

c. $2x^2 - 4 = 5x - 10$

d. $3x - 7 = \dfrac{8{,}5 + x}{2}$

24 *Dans chacun des cas proposés, détermine si l'égalité $3x + 5 = 2y - 4$ est vérifiée :*

a. $x = 1$; $y = 1$

b. $x = \dfrac{1}{3}$; $y = 6$

c. $x = 1{,}5$; $y = 1$

d. $x = \dfrac{5}{3}$; $y = 2$

25 *Teste les égalités suivantes pour $x = 4$, pour $x = 7{,}8$ puis pour $x = \dfrac{7}{3}$:*

a. $\dfrac{(x^2+6x)}{2} = 0{,}78 - x$

b. $3(x + 5) = 3x + 15$

c. $\left(x + \dfrac{7}{3}\right)(x - 2) = 0$

d. $\left(x - \dfrac{7}{3}\right)(x + 3) = 0$

26 *L'inégalité $4x + y < 6x + 3$ est-elle vraie pour :*

a. $x = 0$ et $y = 1$?

b. $x = 3$ et $y = 11$?

c. $x = 1$ et $y = 5$?

d. $x = 1{,}5$ et $y = 7$?

27 *À l'achat d'un téléphone portable, on propose deux forfaits possibles :*

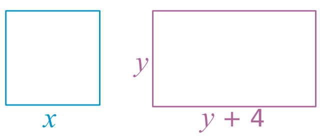
- Première offre : 0,25 € par SMS.
- Deuxième offre : abonnement de 2 € et 0,15 € par SMS.

On note n le nombre de SMS envoyés.

a. Pour chaque offre, écris le coût du forfait en fonction de n.

b. Estelle a payé son forfait 4,7 € pour 18 SMS envoyés. Quel forfait a-t-elle choisi ?

28 *Exprime en fonction de x et y les périmètres du carré et du rectangle suivants :*



Pour les valeurs de x et de y suivantes, le périmètre du carré est-il supérieur à celui du rectangle ?

a. $x = 2$ et $y = 1$;

b. $x = 3$ et $y = 1$;

c. $x = 6$ et $y = 3$;

d. $x = 10$ et $y = 7$.

29 *Marie dit qu'en ajoutant deux nombres impairs, on obtient toujours un nombre impair.*

a. Prouve-lui qu'elle a tort à l'aide d'un contre-exemple.

b. En utilisant la variable n, écris une expression désignant un nombre pair puis une autre désignant un nombre impair.

c. Utilise la question **b.** pour démontrer à Marie que la somme de deux nombres impairs n'est jamais impaire.

30 *Voici une liste de six nombres :*

2 ; 5 ; 7 ; 12 ; 19 ; 31.

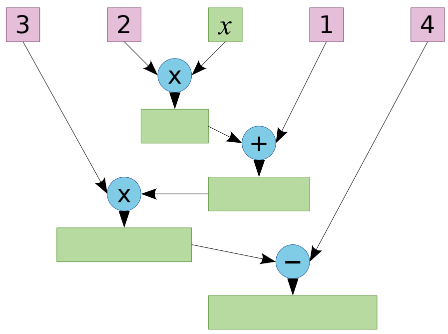
Les deux premiers sont choisis au hasard. Les suivants sont obtenus en ajoutant les deux qui précèdent. On note S la somme de ces 6 nombres.

a. Vérifie que cette somme S est égale à 4 fois le cinquième nombre de la liste.

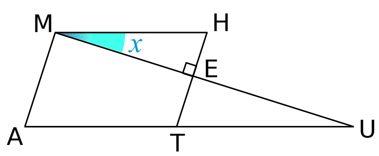
b. Choisis six nombres comme précédemment puis reprends la question **a.**.

c. Prouve que cette affirmation est toujours vraie, quels que soient les nombres choisis.

31 *Recopie puis complète l'arbre à calculs suivant :*



32 *Sachant que le quadrilatère MATH est un parallélogramme, exprime tous les angles de la figure ci-dessous en fonction de x.*



33 *Vanessa a acheté un cahier à 2 € et trois* classeurs à x €.

a. Exprime le prix total qu'elle a payé en fonction de x.

b. Elle a payé 23 € en tout. Utilise un tableur pour retrouver le prix d'un classeur.

34 *Regroupe par deux les expressions qui sont égales :*

A = $6x^2 + 4$	D = $3(2x^2 + 1) - 1$
B = $6x^2 + 2$	E = $6x(x^2 + 2x)$
C = $3x^2(2x + 4)$	F = $8x^2 - 4 - 2x^2 + 8$

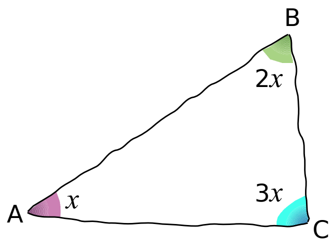
35 *Trouve l'intrus !*

A = $4(2x - 3)$
B = $8x - 12$
C = $5(x - 4) + 3x + 8$
D = $10(x - 1) - 2x$
E = $6(2x - 3) + 2(3 - 2x)$

36 *Soit l'expression G = 3 (4x – 2). Calcule G lorsque :*

a. $x = 5$;	**d.** $6x = 5$;
b. $4x - 2 = 7$;	**e.** $2x - 1 = 3$;
c. $12x = 11$;	**f.** $3x = 25$.

37 *Dans un triangle*



a. Écris une égalité en fonction de x sur les mesures des angles du triangle ABC.

b. Réduis l'expression obtenue.

c. Quelle valeur doit-on donner à x pour que cette égalité soit vraie ?

d. Déduis-en alors la nature du triangle ABC.

38 *Au zoo*

Au zoo, il y a des cacatoès et des koalas. On peut y dénombrer 50 têtes et 140 pattes.

a. Si besoin, recherche, dans un dictionnaire ou sur internet, le nombre de pattes d'un cacatoès et d'un koala.

b. On note c le nombre de cacatoès. Exprime le nombre de koalas en fonction de c.

c. Écris une expression P représentant le nombre de pattes en fonction de c.

d. Développe puis réduis P.

e. Calcule le nombre de cacatoès puis le nombre de koalas.

39 *Un carré qui grandit*

Soit ABCD un carré de 5 cm de côté.

a. Calcule le périmètre et l'aire de ABCD.

On augmente son côté de k cm. Exprime, en fonction de k :

b. La longueur L de ce nouveau côté ;

c. Le nouveau périmètre P de ce carré ;

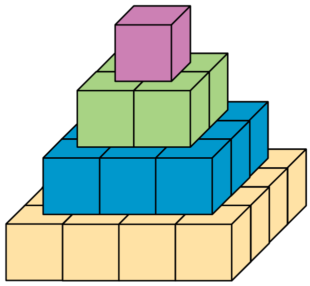
d. La nouvelle aire S de ce carré ;

e. L'augmentation A_p du périmètre ;

f. L'augmentation A_s de l'aire.

40 *La pyramide de Gelo*

Maurice a construit une pyramide de briques Gelo comme ci-dessous. Il y a une brique au premier étage, 4 briques au deuxième étage, 9 briques au troisième étage...



a. Combien y a-t-il de briques au 4e étage ? Au 20e étage ? Au ne étage ?

b. Combien y a-t-il de briques au total lorsque la pyramide compte un étage ? Deux étages ? Trois étages ? Quatre étages ?

Maurice veut savoir combien de briques seront nécessaires pour construire une pyramide à vingt étages. Ne voulant pas faire un gros calcul, il cherche sur internet une formule lui donnant le résultat. Il a trouvé les trois expressions suivantes où n représente le nombre d'étages :

$$A = -6n + 7$$

B = $\dfrac{5n^2 - 7n + 4}{2}$	C = $\dfrac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

Maurice veut alors vérifier la véracité de ces informations.

c. En testant chacune des formules avec les valeurs trouvées à la question **b.**, quelles sont les formules que l'on peut éliminer d'office ?

d. Maurice demande à son professeur si la formule non éliminée est exacte. Il lui répond par l'affirmative. Combien de briques sont nécessaires pour construire cette pyramide à vingt étages ?

Travailler en groupe

1 *Boîte noire...*

1re étape : Pour bien démarrer

a. Voici un programme de calcul :

- Choisir un nombre ;
- Multiplier ce nombre par 3 ;
- Ajouter 4 au résultat précédent.

Appliquez ce programme pour les nombres : 3 ; 5 et 2,5.

b. On considère l'expression : $A = 3x + 4$. Calculez A pour $x = 5$ puis pour $x = 2,5$. Que remarquez-vous ? Expliquez pourquoi.

c. Quel programme de calcul correspond à l'expression $B = 7x - 3$?

d. Essayez de construire un programme de calcul permettant d'obtenir 5 quand on choisit 2 pour nombre de départ. Y a-t-il une seule solution selon vous ?

e. Achille a écrit un programme de calcul sur son cahier mais il l'a oublié chez lui. Il avait noté sur une feuille à part le tableau suivant :

Nombre de départ	2	4	17
Résultat du programme	9	11	24

À partir de ce tableau, pouvez-vous retrouver un programme de calcul qui conviendrait ?

f. À l'aide de ce programme, recopiez le tableau précédent puis complétez-le avec trois nouveaux nombres de départ : 5,5 ; 7 et 3,1.

g. Donnez l'expression avec la lettre x qui correspond à ce programme.

h. Voici un autre tableau de valeurs :

Nombre de départ	2	10	1,5
Résultat du programme	5	21	4

Leïla dit que l'expression $C = 3x - 1$ pourrait parfaitement convenir à un tel tableau. Expliquez pourquoi elle se trompe.

i. Trouvez un programme de calcul et l'expression associée qui conviendrait pour ce nouveau tableau.

2e étape : Boîte noire

Quand on rentre un nombre dans une boîte noire, elle exécute un programme de calcul pour fournir un résultat.

L'objectif de cette partie est de construire des boîtes noires puis d'essayer de démasquer les boîtes noires d'un autre groupe.

j. Vous allez construire deux boîtes noires : une facile et une difficile. La construction de ces boîtes doit rester secrète pour garder le mystère. Pour chacune de ces deux boîtes, il faut :

- Trouver un programme de calcul, comme à la question **a.** (les nombres utilisés doivent être des entiers plus petits que 10) ;
- Trouver l'expression qui correspond, comme à la question **b.** ;
- Faire un tableau comme à la question **e.**, avec trois valeurs et les résultats obtenus.

Pour la boîte facile, le programme ne peut comporter qu'une seule fois la lettre x.

Pour la boîte difficile, le programme ne peut comporter qu'un seul terme avec x^2.

k. Une fois que vous avez construit vos boîtes, écrivez les deux tableaux de valeurs sur une même feuille. Vérifiez bien que vos tableaux sont corrects ! Échangez cette feuille avec la feuille d'un autre groupe.

l. Quand un groupe pense avoir réussi à décoder une boîte noire, il peut s'en assurer en demandant au groupe qui l'a créée le résultat que donnerait la boîte noire pour la valeur de leur choix. Le défi est relevé quand un groupe est capable d'écrire sur une feuille le programme et l'expression correspondante pour chacune des boîtes noires.

Attention : Si un groupe s'est trompé dans ses calculs pour réaliser le tableau alors c'est ce groupe qui aura perdu le défi !

3e étape : Avec l'ordinateur

Vous trouverez le générateur de boîtes noires dans les compléments du manuel Sésamath 5e, disponibles sur http://manuel.sesamath.net/.

Cette fois-ci, c'est l'ordinateur qui vous défie. Il va vous proposer trois niveaux de défi (niveau facile, difficile et champion). Vous aurez relevé le défi si vous parvenez à écrire l'expression avec « x » qui correspond au programme de la boîte noire. Pour vous aider, voici des exemples d'expressions que l'ordinateur pourrait vous proposer :

- Niveau facile : $D = 3x + 1$;
- Nivau difficile : $E = 2x^2$;
- Niveau champion : $F = x(2 - x)$.

m. Pour chaque niveau, écrivez sur votre cahier le tableau de valeurs qui correspond à vos différents essais ainsi que les expressions qui correspondent à chaque boîte noire.